ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

ΦΥΣΙΚΗ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Α' ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

1.1 Ευθύγραμμη κίνηση

Πώς θα μπορούσε να περιγραφεί η κίνηση ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου; Πόσο γρήγορα κινείται η μπάλα που κλώτσησε ένας ποδοσφαιριστής; Απαντήσεις σε τέτοια ερωτήματα δίνει η **Κινηματική** η οποία περιγράφει τις κινήσεις των σωμάτων.

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε την **ευθύγραμμη κίνηση**, δηλαδή την κίνηση που γίνεται σε ευθεία γραμμή. Θα αναζητήσουμε τις σχέσεις μεταξύ ταχύτητας - χρόνου και θέσης - χρόνου, ώστε να μπορούμε σε κάθε χρονική στιγμή να προσδιορίζουμε τη θέση και την ταχύτητα ενός κινητού. Έτσι θα αποκτήσουμε τη δυνατότητα να απαντάμε σε ερωτήματα που εμφανίζονται στην καθημερινή μας ζωή και έχουν σχέση με την ταχύτητα, την επιτάχυνση, τη θέση ή το χρόνο κίνησης ενός κινητού.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.1.1 Ύλη και κίνηση 35
1.1.2 Ο προσδιορισμός της θέσης ενός σωματίου 36
1.1.3 Οι έννοιες της χρονικής στιγμής, του συμβάντος και της χρονικής διάρκειας 38
1.1.4 Η μετατόπιση σωματίου πάνω σε άξονα 40
1.1.5 Η έννοια της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση 42
1.1.6 Η έννοια της μέσης ταχύτητας 48
1.1.7 Η έννοια της στιγμιαίας ταχύτητας 49
1.1.8 Η έννοια της επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση 50
1.1.9 Οι εξισώσεις προσδιορισμού της ταχύτητας και της θέσης ενός κινητού στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση 52
Ένθετο: Το θεώρημα Merton 59
Περίληψη 61
Ερωτήσεις 63
Ασκήσεις-Προβλήματα 69

1.1.1 Ύλη και κίνηση

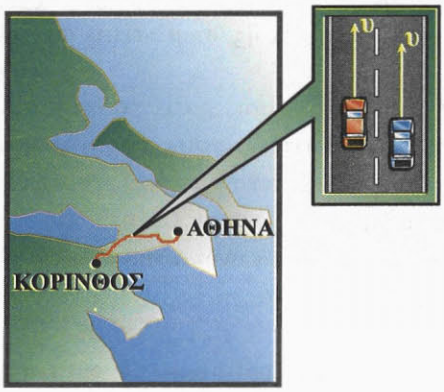
Μια χαρακτηριστική ιδιότητα της ύλης είναι η κίνηση, τόσο στα μικροσκοπικά σωμάτια (στο μικρόκοσμο), όσο και στα σώματα αισθητών διαστάσεων (στο μακρόκοσμο). Τα άτομα του ακίνητου βιβλίου που έχετε μπροστά σας ταλαντώνονται γύρω από μια θέση ισορροπίας. Τα στοιχειώδη σωμάτια από τα οποία αποτελείται το άτομο (ηλεκτρόνια, πρωτόνια κ.α.) κινούνται κι αυτά. Τα μόρια των ρευστών (υγρών και αερίων) βρίσκονται σε μία διαρκή άτακτη κίνηση.

Αλλά και στο μακρόκοσμο η κίνηση είναι το χαρακτηριστικό γνώρισμα της ύλης. Τα σώματα που βρίσκονται πάνω στη Γη και φαίνονται ακίνητα, στην πραγματικότητα κινούνται, αφού συμμετέχουν στην περιστροφή της γύρω από τον άξονα της, αλλά και στην περιφορά της γύρω από τον ήλιο. Σε μεγαλύτερη κλίμακα ο ήλιος και οι πλανήτες κινούνται μέσα στο γαλαξία και όλοι οι γαλαξίες κινούνται αιώνια μέσα στο σύμπαν, εικόνα 1.1.1.

Εικόνα 1.1.1
Ο Γαλαξίας της Ανδρομέδας.

Δεν υπάρχει ύλη που να παραμένει ακίνητη στο σύμπαν ή περισσότερο φιλοσοφικά: η κίνηση είναι τρόπος ύπαρξης της ύλης.

Η κίνηση είναι έννοια σχετική, δηλαδή η περιγραφή της εξαρτάται από το σύστημα στο οποίο αναφερόμαστε. Παραδείγματος χάρη στον εθνικό δρόμο Αθηνών Κορίνθου, δύο αυτοκίνητα κινούνται πλάι-πλάι, χωρίς το ένα να προσπερνά το άλλο, εικόνα 1.1.2.



Εικόνα 1.1.2
Το ένα αυτοκίνητο είναι ακίνητο ως προς το άλλο.

Για έναν ακίνητο παρατηρητή που βρίσκεται στο δρόμο τα δύο αυτοκίνητα κινούνται με την ίδια ταχύτητα. Αντίθετα για ένα παρατηρητή που βρίσκεται στο ένα από τα δύο

αυτοκίνητα, το άλλο φαίνεται ότι παραμένει ακίνητο. Δηλαδή ένα σώμα θα λέμε ότι κινείται, όταν αλλάζει συνεχώς θέσεις, ως προς ένα παρατηρητή (σύστημα αναφοράς) που θεωρούμε ακίνητο.

Η τροχιά ενός σώματος που κινείται είναι το σύνολο των διαδοχικών θέσεων από τις οποίες διέρχεται το σώμα.

Αν η τροχιά είναι ευθεία, τότε η κίνηση χαρακτηρίζεται ως **ευθύγραμμη,** ενώ αν είναι καμπύλη ως **καμπυλόγραμμη.**

1.1.2 Ο προσδιορισμός της θέσης ενός σωματίου

α. Η έννοια του σωματίου ή σημειακού αντικειμένου.

Πολλές φορές οι διαστάσεις των αντικειμένων, δε μας βοηθούν στη μελέτη της κίνησής τους. Για παράδειγμα στις ερωτήσεις "πού βρίσκεται κάποια χρονική στιγμή μια αμαξοστοιχία;", "πόσο μετατοπίστηκε ένα αυτοκίνητο;", δεν μπορούμε να απαντήσουμε, αν δεν αναφερθούμε σε κάποιο σημείο τους, (π.χ. την αρχή ή το τέλος τους). Αυτό μας οδήγησε στη σκέψη να θεωρούμε πολλές φορές τα αντικείμενα ως σωμάτια ή σημειακά αντικείμενα.

Εικόνα 1.1.3
Η αμαξοστοιχία μπορεί να θεωρηθεί σαν σωμάτιο.

Σωμάτιο ή σημειακό αντικείμενο είναι η αναπαράσταση (μοντέλο) ενός αντικειμένου με ένα σημείο.

Έτσι, αν θεωρήσουμε την αμαξοστοιχία που φαίνεται στην εικόνα 1.1.3 σαν σωμάτιο, μπορούμε να πούμε ότι τη χρονική στιγμή π.χ. 10h, 15min, 10s πέρασε από το εικοστό χιλιόμετρο της διαδρομής Αθηνών - Κορίνθου.

Στη συνέχεια, για λόγους απλότητας, τα σώματα των οποίων μελετάμε την κίνηση θα τα ονομάζουμε **κινητά ή σωμάτια** ανεξάρτητα από τις διαστάσεις τους.

β. Προσδιορισμός της θέσης σωματίου σε ευθεία γραμμή.

Στην καθημερινή μας ζωή, για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός αντικειμένου στο χώρο, χρησιμοποιούμε τις εκφράσεις "δίπλα στο...", "πάνω από...", "δεξιά από...", κ.α. Παραδείγματος χάρη "το ποτήρι βρίσκεται πάνω στο τραπέζι, δίπλα στο ανθοδοχείο". Δηλαδή, πάντα αναφερόμαστε σε κάποιο άλλο αντικείμενο.

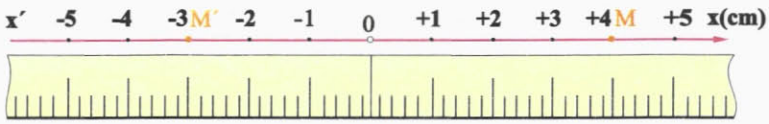
Έτσι και στη Φυσική, για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σωματίου, πρέπει να αναφερθούμε σε κάποιο σημείο, που το θεωρούμε ως σημείο αναφοράς.

Στη Φυσική όμως δεν αρκεί ο ποιοτικός προσδιορισμός της θέσης παραδείγματος χάρη, "δίπλα στο σημείο Ο". Απαιτείται ο ακριβής ποσοτικός προσδιορισμός της, που προκύπτει από μετρήσεις.

Για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σωματίου, που βρίσκεται ή κινείται σε ευθεία γραμμή, πρέπει να ορίσουμε ένα

σημείο αναφοράς ή αρχή, για τις μετρήσεις μας. Επίσης πρέπει να προσδιορίσουμε, αν το σωμάτιο κινείται δεξιά ή αριστερά, σε σχέση με την αρχή. Μπορούμε κατά σύμβαση να συμβολίσουμε το δεξιά με (+) και το αριστερά με (-).

Στην εικόνα 1.1.4 φαίνεται η ευθεία πάνω στην οποία μπορεί να κινείται ένα σωμάτιο, όπου η κίνηση μπορεί να γίνεται δεξιά ή αριστερά του σημείου Ο. Τοποθετούμε πάνω

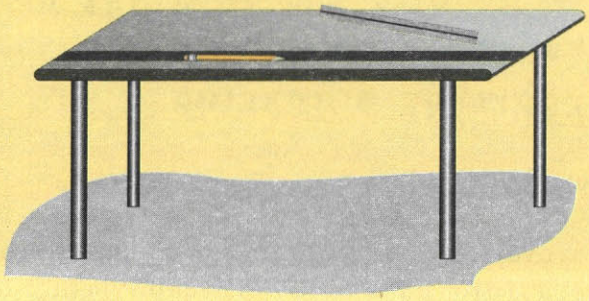


Εικόνα 1.1.4
Ένα σύστημα αναφοράς σε ευθεία γραμμή.

στην ευθεία δυο μετροταινίες με την αρχή τους στο Ο, μια δεξιά του και μια αριστερά του. Οι δύο μετροταινίες μαζί με το σημείο Ο (αρχή), αποτελούν το **σύστημα αναφοράς**. Η **θέση** του σωματίου στο συγκεκριμένο σύστημα αναφοράς, προσδιορίζεται με έναν αριθμό, ο οποίος συμβολίζεται με το γράμμα x και ο οποίος μπορεί να πάρει θετικές ή αρνητικές τιμές. Παραδείγματος χάρη, αν το σωμάτιο βρίσκεται στο σημείο Μ ή το σημείο Μ′, η θέση του θα είναι x = +4cm ή x = -3cm αντίστοιχα.

Δραστηριότητα

Τοποθετείστε ένα μολύβι, πάνω στο θρανίο σας όπως φαίνεται στην εικόνα. Ορίστε σημείο αναφοράς πάνω στην ευθεία που ορίζει το μολύβι και προσδιορίστε με τη βοήθεια ενός κανόνα τις θέσεις των άκρων του μολυβιού.



Να επαναλάβετε την ίδια διαδικασία ορίζοντας ως σημείο αναφοράς κάποιο σημείο του μολυβιού.

γ. Προσδιορισμός της θέσης στο επίπεδο.

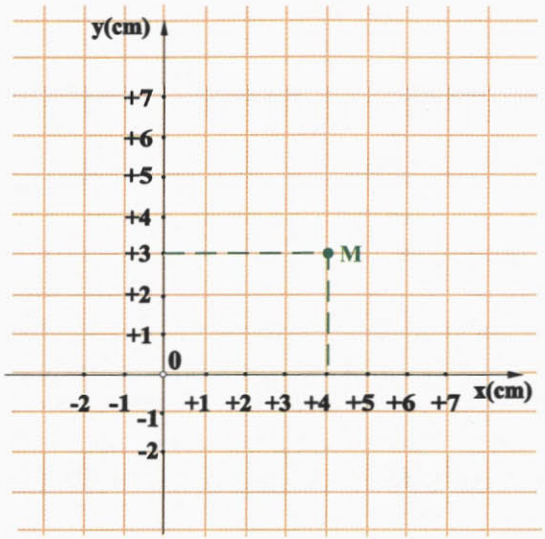
Για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σωματίου, που βρίσκεται στο επίπεδο, χρειάζονται δύο άξονες και, κατ' αντιστοιχία με τα παραπάνω, τέσσερις μετροταινίες και

δύο μετρήσεις. Το σύστημα αναφοράς τώρα είναι ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων (λέγεται Καρτεσιανό, όπως γνωρίζουμε από τα Μαθηματικά).

Η θέση του σωματίου Μ, προσδιορίζεται με δύο αριθμούς (x, y) που ονομάζονται **συντεταγμένες** του Μ (Εικ. 1.1.5). Για να βρούμε παραδείγματος χάρη, τη θέση του σημείου Μ, φέρνουμε από αυτό κάθετες πάνω στους άξονες x, y. Τα ίχνη των καθέτων αυτών πάνω στους άξονες x, y, αντιστοιχούν στους αριθμούς 4 και 3. Το διατεταγμένο ζεύγος

Δραστηριότητα

Προσδιορίστε τη θέση μιας γομολάστιχας που βρίσκεται πάνω στο θρανίο σας, επιλέγοντας ένα κατάλληλο κατά την κρίση σας ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων.

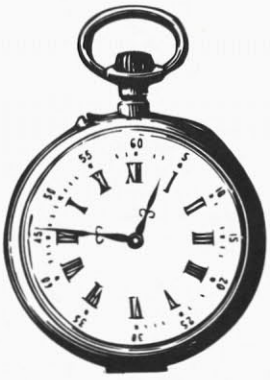


Εικόνα 1.1.5
Προσδιορισμός της θέσης ενός σημείου στο επίπεδο, με τη βοήθεια ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων.

αριθμών (4, 3) αποτελεί τις συντεταγμένες του σημείου Μ, και προσδιορίζει τη θέση του στο επίπεδο.

1.1.3 Οι έννοιες της χρονικής στιγμής, του συμβάντος και της χρονικής διάρκειας

α. Χρονική στιγμή.

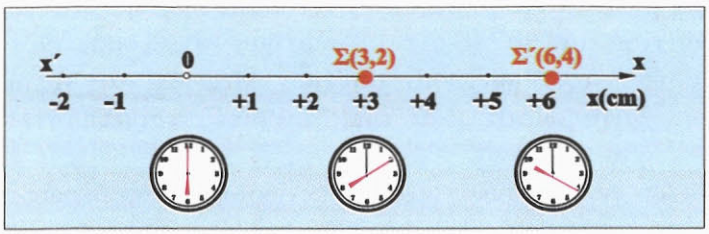


Πότε περνάει ένα κινητό από μια ορισμένη θέση; Για να απαντήσουμε στο παραπάνω ερώτημα χρειαζόμαστε ένα ρολόι ή ένα χρονόμετρο. Η ένδειξη του ρολογιού ή του χρονόμετρου μας λέει "το πότε" το κινητό πέρασε από τη συγκεκριμένη θέση και ονομάζεται χρονική στιγμή.

Η έννοια της χρονικής στιγμής στη Φυσική αντιστοιχεί στην ένδειξη του ρολογιού ή του χρονομέτρου και δεν έχει διάρκεια, αντίθετα με την καθημερινή ζωή όπου η έκφραση "περίμενε μια στιγμή", μπορεί να σημαίνει, περίμενε μερικά λεπτά ή ακόμη περισσότερο. Η χρονική στιγμή συμβολίζεται με το γράμμα t.

β. Το συμβάν (ή γεγονός).

Έστω ένα κινητό που κινείται σε ευθεία γραμμή και βρίσκεται στη θέση x = +3cm τη χρονική στιγμή t = 2s (Εικ. 1.1.6). Αυτό αποτελεί ένα συμβάν ή γεγονός και συμβολίζεται Σ (3cm, 2s) ή γενικά Σ(x, t). Η σύγκρουση



Εικόνα 1.1.6

δύο αυτοκινήτων που έγινε στο πεντηκοστό χιλιόμετρο της Εθνικής οδού Θεσσαλονίκης - Αλεξανδρούπολης στις εννέα και δέκα το πρωΐ της 10-8-98, είναι ένα γεγονός ή συμβάν (Εικ. 1.1.7).

Εικόνα 1.1.7
Η σύγκρουση των αυτοκινήτων που έγινε σε μιά συγκεκριμένη θέση και χρονική στιγμή είναι ένα συμβάν.

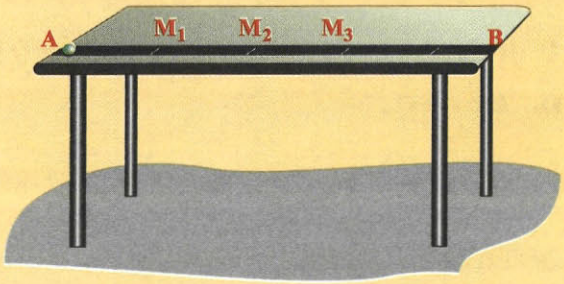
γ. Χρονική διάρκεια.

Ας υποθέσουμε πως ένα κινητό κινείται στον άξονα xx΄, (Εικ. 1.1.6) και διέρχεται από τις θέσεις x_1 = +3cm και x_2=+6cm τις χρονικές στιγμές t_1=2s και t_2=4s αντίστοιχα. Η μεταβολή Δt των χρονικών στιγμών διέλευσης του κινητού από τις παραπάνω θέσεις, ονομάζεται **χρονική διάρκεια** της κίνησής του μεταξύ των θέσεων αυτών. Δηλαδή:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 4s - 2s \quad \text{ή} \quad \Delta t = 2s.$$

Δραστηριότητα

Αναγκάστε μια μικρή σφαίρα να κινηθεί μέσα στο αυλάκι (θέση μολυβιών) που υπάρχει στο θρανίο σας. Κατά μήκος του αυλακιού σημειώστε τρία σημεία M_1, M_2, M_3, όπως φαίνεται στην εικόνα. Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:



Η σύγχρονη τεχνολογία χρησιμοποιείται στον ακριβή προσδιορισμό των χρονικών στιγμών που ένα σώμα διέρχεται από διάφορες θέσεις, καθώς κινείται πάνω σε ένα αεροδιάδρομο.

α) Προσδιορίστε τις θέσεις των σημείων M_1, M_2, M_3.
β) Ποιες χρονικές στιγμές η σφαίρα περνά από τα σημεία αυτά;

Σύμφωνα με όσα είπαμε στις προηγούμενες παραγράφους, προκύπτει, ότι πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μια μετροταινία που θα την τοποθετήσουμε πάνω στο θρανίο και θα είναι το σύστημα αναφοράς για να βρούμε τις θέσεις των σημείων M_1, M_2 και M_3. Επίσης χρειαζόμαστε και τρεις μαθητές παρατηρητές.

Ας ξεκινήσουμε: πρώτα ας βρούμε τις θέσεις των σημείων M_1, M_2 και M_3. Την αρχή της μετροταινίας, άρα και αρχή του συστήματος αναφοράς, μπορούμε να την τοποθετήσουμε είτε στο Α, είτε στο M_1, είτε σε κάποιο σημείο ανάμεσά τους, είτε σε κάποιο σημείο ανάμεσα στα Α και Β, είτε οπουδήποτε αλλού θέλουμε. Για λόγους ευκολίας όμως προτιμότερο είναι η αρχή να τοποθετηθεί στο σημείο M_1 που είναι το πρώτο σημείο (η αρχική θέση) που μας ενδιαφέρει.

Διαβάζουμε τους αριθμούς της μετροταινίας που συμπίπτουν με τα σημεία, και έτσι βρίσκουμε:

Θέση M_1: x_1=...cm
Θέση M_2: x_2=...cm
Θέση M_3: x_3=...cm

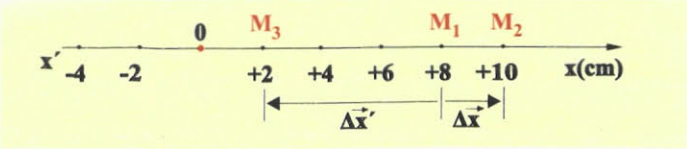
Στη συνέχεια οι τρεις μαθητές, που τοποθετούνται κοντά στα σημεία M_1, M_2 και M_3, ξεκινούν τα χρονόμετρά τους, όταν η σφαίρα ξεκινάει από το σημείο Α ή για ευκολία όταν η σφαίρα περνά από το M_1 και τα σταματούν μόλις η σφαίρα περνά από τα σημεία που τους αντιστοιχούν. Έτσι βρίσκουν:

Χρονική στιγμή t_1=0s (δηλαδή ο πρώτος μαθητής (παρατηρητής) δε χρειάζεται.
Χρονική στιγμή t_2=...s.
Χρονική στιγμή t_3=...s.

Τελικά προκύπτουν τα ζεύγη τιμών, που περιγράφουν τα αντίστοιχα συμβάντα, καθώς η σφαίρα κινείται κατά μήκος της ευθείας ΑΒ.

1.1.4 Η μετατόπιση σωματίου πάνω σε άξονα

Ας θεωρήσουμε ένα σωμάτιο που κινείται στην ευθεία xx΄, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.1.8. Υποθέτουμε ότι το σωμάτιο μετακινήθηκε από ένα αρχικό σημείο M_1 σ' ένα άλλο σημείο M_2 των οποίων οι θέσεις είναι: x_1=+8cm και x_2=+10cm, αντίστοιχα.



Εικόνα 1.1.8
Η μετατόπιση είναι διάνυσμα.

Ορίζουμε ως μετατόπιση Δx του σωματίου πάνω στην ευθεία κίνησής του τη διαφορά $x_2 - x_1$.

Δηλαδή: $\Delta x = x_2 - x_1 = +10cm - 8cm = +2cm$.

Αν υποθέσουμε ότι το σωμάτιο μετακινήθηκε από το σημείο M_1 έως το σημείο M_3, του οποίου η θέση είναι $x_3=+2cm$, τότε η μετατόπισή του θα είναι:

$$\Delta x' = x_3 - x_1 = +2cm - 8cm = -6cm.$$

Το πρόσημο (+) στην πρώτη μετατόπιση σημαίνει ότι το σωμάτιο μετακινήθηκε προς τα δεξιά, ενώ το πρόσημο (-) στη δεύτερη μετατόπιση σημαίνει ότι το σωμάτιο κινήθηκε προς τα αριστερά.

Η μετατόπιση είναι διάνυσμα που έχει αρχή την αρχική θέση του κινητού και τέλος την τελική του θέση.

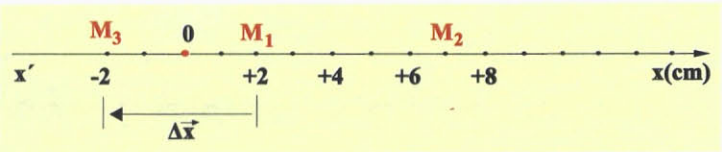
Έτσι στην πρώτη περίπτωση η μετατόπιση $\Delta\vec{x}$ είναι το διάνυσμα με αρχή M_1, τέλος το σημείο M_2 και αλγεβρική τιμή $\Delta x=+2cm$. Ομοίως, στη δεύτερη περίπτωση η μετατόπιση $\Delta\vec{x}'$ είναι το διάνυσμα που έχει αρχή το σημείο M_1, τέλος το σημείο M_3 και αλγεβρική τιμή $\Delta x' = -6cm$ (Εικ. 1.1.8).

Σημείωση:

Μπορούμε να καθορίσουμε τη θέση ενός κινητού με ένα διάνυσμα $\vec{x}$, που έχει αρχή το σημείο αναφοράς (Ο) και τέλος το σημείο Μ στο οποίο βρίσκεται το κινητό. Στην περίπτωση αυτή η μετατόπιση $\Delta\vec{x}$ του κινητού από μια θέση $\vec{x}_1$ μέχρι μια άλλη θέση $\vec{x}_2$ ορίζεται ως:

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$$

Κατά τη διάρκεια μιας ευθύγραμμης κίνησης είναι δυνατόν η φορά της να αντιστραφεί. Παραδείγματος χάρη, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.1.9, το κινητό ξεκινά από τη θέση $x_1 = +2cm$ και αφού φτάσει στη θέση +7cm επιστρέφει τελικά στη θέση $x_2 = -2cm$.



Εικόνα 1.1.9
Η μετατόπιση και το διάστημα (απόσταση) δεν ταυτίζονται όταν αλλάζει η φορά της κίνησης.

Ποια νομίζετε ότι είναι στην περίπτωση αυτή η μετατόπιση Δx του κινητού; Στη Φυσική, ανεξάρτητα από τη δια-

Δραστηριότητα

Ένα λεωφορείο ξεκινά από την αφετηρία και αφού διανύσει διάστημα 4km επιστρέφει πάλι σ' αυτή ακολουθώντας την ίδια διαδρομή.

α) Ποιο είναι το συνολικό διάστημα που διάνυσε το λεωφορείο;

β) Ποια είναι η μετατόπισή του;

δρομή που ακολουθεί ένα κινητό για να υπολογίσουμε τη μετατόπισή του αφαιρούμε από την τελική θέση την αρχική. Δηλαδή: $\Delta x = x_2 - x_1$.

Έτσι στο παραπάνω παράδειγμα η ζητούμενη μετατόπιση είναι:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -2cm - 2cm \quad \text{ή}$$
$$\Delta x = -4cm$$

Αυτό σημαίνει ότι το κινητό μετατοπίστηκε κατά 4cm προς τα αριστερά.

Στην ίδια κίνηση το **διάστημα** (απόσταση) που διάνυσε το κινητό είναι s = 5cm+7cm+2cm = 14cm.

Δηλαδή το διάστημα δεν ταυτίζεται πάντοτε με τη μετατόπιση του κινητού.

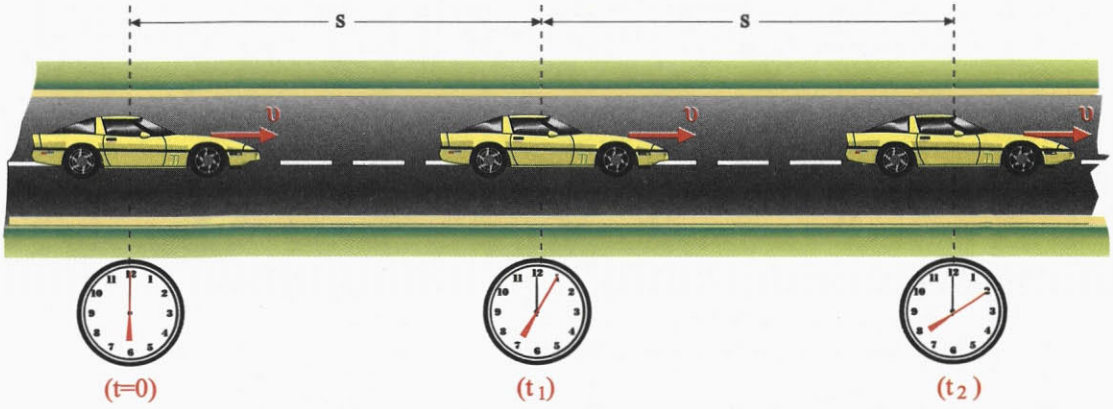
Γενικεύοντας τονίζουμε ότι, το συμπέρασμα στο οποίο καταλήξαμε ισχύει για όλες τις κινήσεις, εκτός από την ευθύγραμμη κίνηση σταθερής φοράς, όπου το διάστημα και η μετατόπιση ταυτίζονται.

Επιπλέον το διάστημα (απόσταση) είναι μέγεθος μονόμετρο, ενώ η μετατόπιση είναι μέγεθος διανυσματικό.

1.1.5 Η έννοια της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

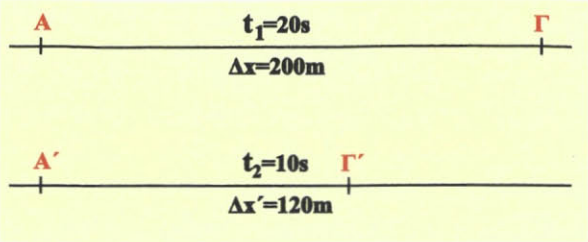
Για να περιγράψουμε τις κινήσεις και για να τις συγκρίνουμε μεταξύ τους, χρειαζόμαστε και άλλες έννοιες εκτός από τη θέση, τη χρονική στιγμή, τη μετατόπιση και τη χρονική διάρκεια. Παραδείγματος χάρη, πώς θα απαντήσουμε στο ερώτημα: από δύο αυτοκίνητα που κινούνται κατά μήκος μιας ευθείας οδού, έτσι ώστε το καθένα σε ίσα, πολύ μικρά χρονικά διαστήματα, να διανύει ίσες μετατοπίσεις (Εικ. 1.1.10α), ποιο κινείται γρηγορότερα;

Ένας τρόπος να απαντήσουμε είναι να μετρήσουμε τη μετατόπιση και τη χρονική διάρκειά της για καθένα από τα δύο αυτοκίνητα και στη συνέχεια να κάνουμε τις αντίστοιχές συγκρίσεις. Είναι όμως αυτό αρκετό; Ας υποθέσουμε ότι το ένα αυτοκίνητο διανύει την απόσταση Δx = ΑΓ = 200m σε



Εικόνα 1.1.10α *Σε ίσους χρόνους το αυτοκίνητο διανύει ίσα διαστήματα.*

χρόνο $\Delta t = 20s$, ενώ το δεύτερο διανύει την απόσταση $\Delta x' = A'\Gamma' = 120m$ σε χρόνο $\Delta t' = 10s$ (Εικ. 1.1.10β).



Εικόνα 1.1.10β
Τα δύο κινητά διανύουν τις αποστάσεις ΑΓ, Α΄Γ΄ σε διαφορετικούς χρόνους.

Η σύγκριση των μετατοπίσεων των δύο αυτοκινήτων και της αντίστοιχης χρονικής διάρκειας της κίνησής τους είναι δύσκολο να δώσει απάντηση στο ερώτημα.
Αν όμως αναχθούμε στην ίδια χρονική διάρκεια Δt, τότε η σύγκριση προφανώς θα είναι εύκολη, εφόσον η κίνηση στην οποία έχουμε μεγαλύτερη μετατόπιση, θα είναι γρηγορότερη. Έτσι επιλέγουμε χρονική διάρκεια $\Delta t = 1s$. Η αναγωγή γίνεται όπως γνωρίζουμε με διαίρεση της μετατόπισης Δx με την αντίστοιχη χρονική διάρκεια Δt.

Προκύπτει λοιπόν για κάθε αυτοκίνητο ότι:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{200m}{20s} = 10m/s \quad \text{και} \quad \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{120m}{10s} = 12m/s.$$

Δηλαδή το πρώτο αυτοκίνητο σε 1s μετατοπίζεται 10m, ενώ το δεύτερο σε 1s μετατοπίζεται 12m. Άρα το δεύτερο αυτοκίνητο κινείται γρηγορότερα από το πρώτο.

Η διαδικασία αυτή που ακολουθήσαμε μας οδηγεί στον ορισμό της έννοιας της ταχύτητας υ, ως το πηλίκο της μετατόπισης προς την αντίστοιχη χρονική διάρκεια. Δηλαδή:

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (1.1.1)$$

Έτσι μπορούμε να απαντάμε στην ερώτηση ποιο κινητό κινείται γρηγορότερα.

Για να απαντήσουμε και στο ερώτημα προς τα πού κινείται το κινητό, πρέπει να λάβουμε υπόψη, ότι η μετατόπιση είναι μέγεθος διανυσματικό ($\Delta\vec{x}$), άρα και η ταχύτητα θα είναι επίσης μέγεθος διανυσματικό. Δηλαδή:

$$\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} \qquad (1.1.2)$$

Η μονάδα της ταχύτητας στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι **1m/s**.

Η σχέση (1.1.2) δίνει την ταχύτητα στην ευθύγραμμη

Μερικοί μαθητές πιστεύουν, ότι η ταχύτητα είναι δύναμη που έχει ένα κινητό.
Ποια είναι η δική σου άποψη;

ομαλή κίνηση, όπου η ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ είναι σταθερή, με αποτέλεσμα σε ίσους χρόνους να διανύονται ίσες μετατοπίσεις.

Από την εξίσωση ορισμού της ταχύτητας προκύπτει ότι η μετατόπιση Δx είναι:

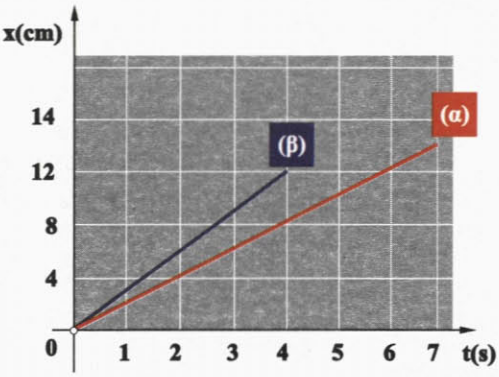
$$\Delta x = \upsilon \Delta t \quad \text{ή} \quad x = \upsilon t \qquad (1.1.3)$$

Η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση περιγράφεται με τη σχέση (1.1.3) με την οποία βρίσκουμε κάθε χρονική στιγμή τη μετατόπιση του κινητού, εφόσον γνωρίζουμε την ταχύτητά του. Η σχέση αυτή ονομάζεται **εξίσωση κίνησης**.

Εκτός από την αλγεβρική μελέτη με την εξίσωση κίνησης, η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση μπορεί να μελετηθεί και γραφικά με τη βοήθεια του διαγράμματος της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο t.

Για να κατασκευάσουμε μια γραφική παράσταση, χρειαζόμαστε πειραματικές τιμές των φυσικών μεγεθών που θα παραστήσουμε, ή αν δεν έχουμε πειραματικές τιμές, πρέπει να γνωρίζουμε την αλγεβρική σχέση που συνδέει τα φυσικά μεγέθη, ώστε να συμπληρώσουμε πίνακα τιμών.

Παραδείγματος χάρη, ας υποθέσουμε ότι από την πειραματική μελέτη της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης δύο κινητών, προέκυψε ο παρακάτω πίνακας τιμών και η αντίστοιχη γραφική παράσταση (Εικ. 1.1.11).



Εικόνα 1.1.11

Γραφική παράσταση τών μετατοπίσεων των κινητών (α), (β), σε συνάρτηση με το χρόνο.

Πίνακας τιμών

t(s)	x_α(m)	x_β(m)
1	2	3
2	4	6
3	6	9
4	8	12
5	10	
6	12	
7	14	

Παρατηρούμε, ότι οι γραφικές παραστάσεις είναι ευθείες γραμμές, όπως ήταν αναμενόμενο, εφόσον η αλγεβρική σχέση μεταξύ των μεγεθών x, t είναι γραμμική, που όμως έχουν διαφορετική κλίση.

Το ερώτημα που τίθεται είναι:

Ποια είναι η φυσική σημασία των κλίσεων των δύο ευθειών που προέκυψαν από τη γραφική παράσταση των πειραματικών δεδομένων του πίνακα;

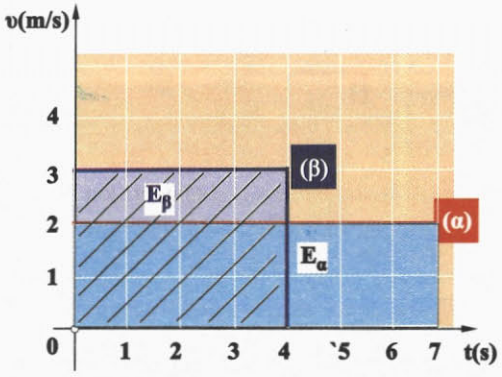
Επειδή η κλίση προκύπτει ως το πηλίκο της μετατόπισης διά του χρόνου $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, με το οποίο πηλίκο έχουμε ορίσει την ταχύτητα, συμπεραίνουμε ότι:

Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της μετατόπισης σε συνάρτηση με το χρόνο δίνει την ταχύτητα στην ευθύγραμμη κίνηση.

Κλίση ευθείας α: $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14m}{7s} = 2\frac{m}{s} = \upsilon_\alpha$

Κλίση ευθείας β: $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12m}{4s} = 3\frac{m}{s} = \upsilon_\beta$

Αν παραστήσουμε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο, τη σταθερή ταχύτητα $\upsilon_\alpha = 2m/s$ και $\upsilon_\beta = 3m/s$ των δύο κινητών, προκύπτουν οι ευθείες γραμμές (α) και (β) που φαίνονται στην εικόνα 1.1.12.



Εικόνα 1.1.12
Γραφική παράσταση της ταχύτητας των κινητών σε συνάρτηση με το χρόνο. Τα εμβαδά E_α (μπλε) και E_β (γραμμοσκιασμένο), δίνουν τις μετατοπίσεις των κινητών α, β, αντίστοιχα.

Οι ευθείες (α) και (β) είναι παράλληλες στον άξονα του χρόνου.

Υπολογίζοντας τα εμβαδά E_α και E_β μεταξύ των αντίστοιχων ευθειών (α), (β) και των αξόνων ταχύτητα - χρόνος, βρίσκουμε:

$$E_\alpha = \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = 7s \cdot 2m/s = 14m,$$

δηλαδή τη μετατόπιση του κινητού α

$$\text{και } E_\beta = \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = 4s \cdot 3m/s = 12m,$$

δηλαδή τη μετατόπιση του κινητού β.

Μπορούμε λοιπόν από τη γραφική παράσταση υ = f(t) να υπολογίζουμε τη μετατόπιση Δx, βρίσκοντας το αντίστοιχο εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ των αξόνων υ, t και της ευθείας που παριστά την ταχύτητα.

Μερικοί μαθητές πιστεύουν, ότι αν δύο κινητά τα οποία κινούνται ευθύγραμμα ομαλά με διαφορετικές ταχύτητες, βρεθούν κάποια χρονική στιγμή το ένα δίπλα στο άλλο, έχουν την ίδια ταχύτητα.

Εσύ τι πιστεύεις; Συζητήστε στην ομάδα σας.

Εφαρμογή

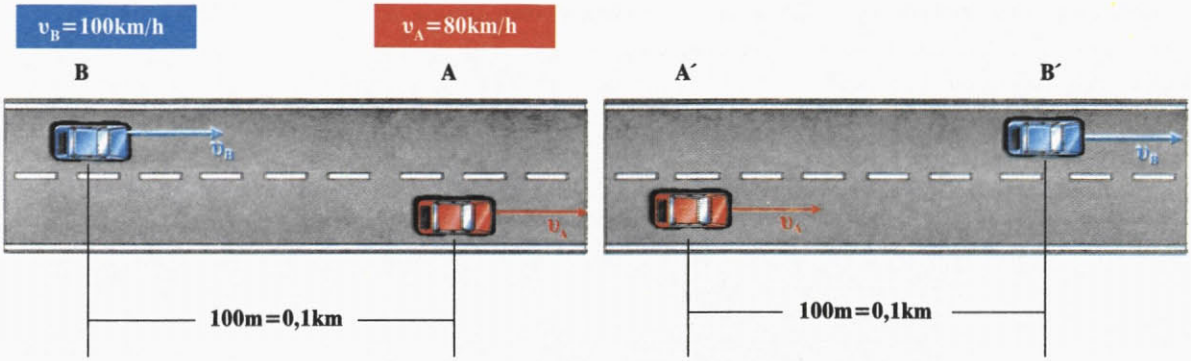
Δύο αυτοκίνητα Α, Β κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά σε ένα τμήμα της εθνικής οδού Πατρών-Πύργου με ταχύτητες 80km/h και 100km/h αντίστοιχα. Κάποια χρονική στιγμή το αυτοκίνητο Β απέχει από το προπορευόμενο αυτοκίνητο Α 100m και στη συνέχεια το προσπερνά.

α) Μετά από πόσο χρόνο τα αυτοκίνητα θα απέχουν πάλι 100m;

β) Πόσο θα έχει μετατοπιστεί κάθε αυτοκίνητο, όταν απέχουν πάλι 100m; Ο υπολογισμός να γίνει με την εξίσωση της κίνησης, αλλά και γραφικά.

Απάντηση:

α) Σχεδιάζουμε πρώτα τις αρχικές και τις τελικές θέσεις των αυτοκινήτων Α και Β, των οποίων οι μετατοπίσεις είναι x_A=AA΄ και x_B=BB΄ αντίστοιχα, εικόνα (α).



Εικόνα α

Η εξίσωση κίνησης για κάθε αυτοκίνητο είναι:

$$x_A = \upsilon_A\, t = AA' \qquad (1)$$

$$x_B = \upsilon_B\, t = BB' \qquad (2)$$

όπου: υ_A=80km/h και υ_B=100km/h.

Από τις σχέσεις (1) και (2) με αφαίρεση κατά μέλη προκύπτει:

$$BB'-AA' = BA+A'B' = (\upsilon_B - \upsilon_A)\, t \quad \text{ή}$$

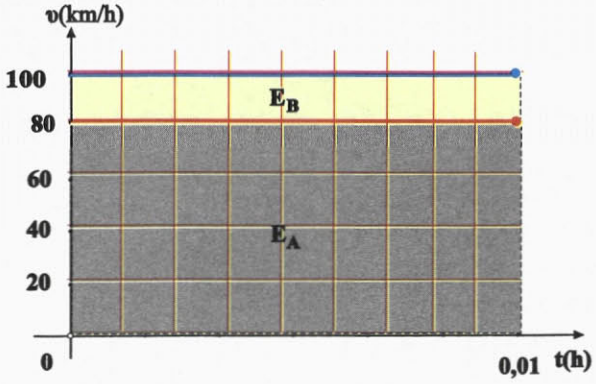
$$0{,}2\text{km} = (100\text{km/h} - 80\text{km/h})\, t$$

$$\text{ή } t = 0{,}01\text{h} = 36\text{s}$$

β) Από τις εξισώσεις κίνησης (1) και (2) με αντικατάσταση του χρόνου t βρίσκουμε:

$$x_A = 80\text{km / h}\; 0{,}01\text{h} = 0{,}8\text{km}$$

$$x_B = 100\text{km / h}\; 0{,}01\text{h} = 1\text{km}$$



Εικόνα β

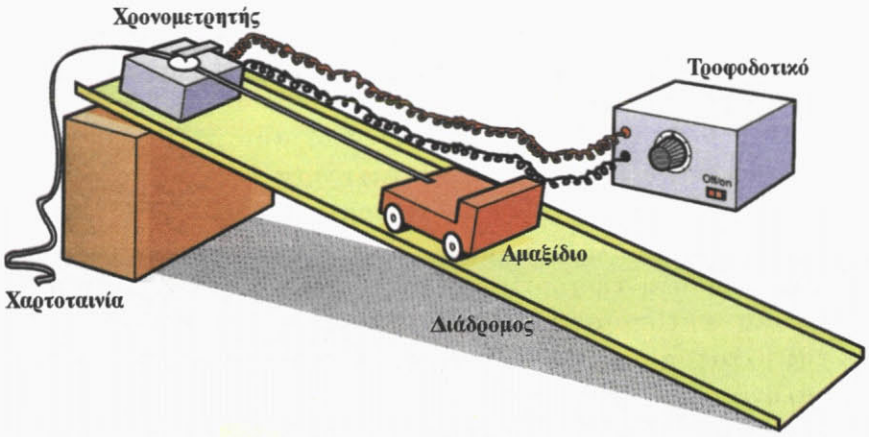
Ομοίως από τη γραφική παράσταση της εικόνας (β) υπολογίζουμε τα αντίστοιχα εμβαδά:

$$E_A = 0{,}01\text{h} \cdot 80\text{km / h} = 0{,}8\text{km} = x_A$$

$$E_B = 0{,}01\text{h} \cdot 100\text{km / h} = 1\text{km} = x_B$$

Μελέτη κίνησης με χρήση του ηλεκτρικού χρονομετρητή

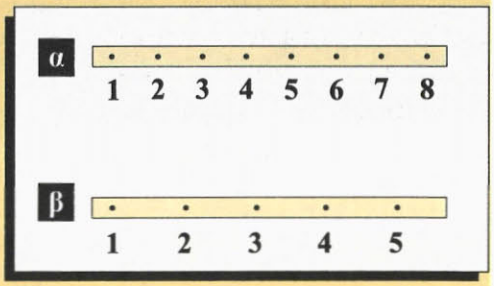
Μπορούμε να μελετήσουμε την ευθύγραμμη κίνηση ενός αντικειμένου, λόγου χάρη ενός μικρού αμαξιού, με τη βοήθεια του ηλεκτρικού χρονομετρητή που φαίνεται στην εικόνα.



Καθώς κινείται το αμαξάκι παρασύρει με την ίδια ταχύτητα τη χαρτοταινία που περνά διαμέσου του ηλεκτρικού χρονομετρητή. Ο κινητήρας του ηλεκτρικού χρονομετρητή περιστρέφεται με σταθερό σχεδόν αριθμό στροφών ανά μονάδα χρόνου: 50 στροφές σε κάθε δευτερόλεπτο. Σε κάθε περιστροφή του, γράφει επάνω στη χαρτοταινία μία κουκίδα. Το σταθερό χρόνο τ μεταξύ δύο διαδοχικών κουκίδων, μπορούμε να τον θεωρήσουμε ως μονάδα χρόνου (αντί του δευτερολέπτου) για πρακτικούς λόγους.

Δραστηριότητα

Οι χαρτοταινίες που φαίνονται στην εικόνα αναφέρονται σε δύο ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις δύο αμαξιδίων και προέκυψαν με τη βοήθεια του ηλεκτρικού χρονομετρητή.



α) Μετρήστε με ένα κανόνα τις μετατοπίσεις από την κουκίδα 1 έως την κουκίδα 2 από τη 2 έως την 3 κ.ο.κ και στις δύο χαρτοταινίες. Τι παρατηρείτε;

β) Υπολογίστε την ταχύτητα του κάθε αμαξιδίου. Ποιο κινείται γρηγορότερα;

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της μετατόπισης σε συνάρτηση με το χρόνο για κάθε αμαξίδιο.

1.1.6 Η έννοια της μέσης ταχύτητας

Στην προηγούμενη παράγραφο μελετήσαμε την έννοια της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση όπου η ταχύτητα παραμένει σταθερή σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή της κίνησης. Διαπιστώσαμε, ότι η ταχύτητα δείχνει πόσο μετατοπίζεται ένα κινητό στην μονάδα του χρόνου και "προς τα πού" κινείται, ή διαφορετικά δείχνει το ρυθμό μεταβολής της θέσης ενός κινητού και την κατεύθυνση κίνησής του.

Στην καθημερινή ζωή όμως οι συνηθισμένες κινήσεις δεν είναι ευθύγραμμες ομαλές.

Πώς θα μελετήσουμε τις κινήσεις αυτές; Πώς θα απαντήσουμε στο ερώτημα: με τι ταχύτητα διανύει το αυτοκίνητο τη διαδρομή Αθήνα – Θεσσαλονίκη;

Στις "μη ομαλές" κινήσεις η ταχύτητα αλλάζει, δεν είναι η ίδια σε όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης. Δηλαδή το πηλίκο s / t παίρνει διαφορετικές τιμές κατά τη διάρκεια της μετατόπισης του αυτοκινήτου από την Αθήνα στη Θεσσαλονίκη.

Οι τιμές αυτές εξαρτώνται από το διάστημα s ή από το χρόνο t που θα επιλέξουμε. Παραδείγματος χάρη στο ευθύγραμμο τμήμα της εθνικής οδού στη Μαλακάσα μπορεί να είναι $\frac{s}{t} = 120\frac{km}{h}$.

Στην επόμενη όμως στροφή μπορεί να είναι $\frac{s}{t} = 80\frac{km}{h}$ κ. τ. λ.

Οπότε, για να απαντήσουμε στο παραπάνω ερώτημα, πρέπει να "κατασκευάσουμε" μια νέα έννοια. Αυτή η νέα έννοια σχετίζεται με τη συνολική απόσταση που διανύει το αυτοκίνητο και τη συνολική χρονική διάρκεια κίνησής του.

Αν π.χ. η απόσταση Αθήνα – Θεσσαλονίκη είναι 513km και η χρονική διάρκεια του ταξιδιού είναι 5h, τότε το πηλίκο $\frac{s}{t} = 102{,}6\frac{km}{h}$, μας πληροφορεί για την απόσταση κατά μέσο όρο που διανύει το αυτοκίνητο σε κάθε ώρα ταξιδιού.

Το πηλίκο αυτό το ονομάζουμε **μέση ταχύτητα** του αυτοκινήτου και το συμβολίζουμε με $\bar{\upsilon}$ ή υ_μ. Δηλαδή:

$$\upsilon_\mu = \frac{s}{t} \qquad (1.1.4)$$

Η μέση ταχύτητα είναι μονόμετρο μέγεθος και μας δείχνει απλά με πόση "περίπου" ταχύτητα καλύφθηκε η διαδρομή Αθήνα – Θεσσαλονίκη ή ακριβέστερα μας δείχνει τη σταθερή ταχύτητα που έπρεπε να είχε το αυτοκίνητο για να καλύψει τη διαδρομή των 513km σε 5h.

Πολλές φορές αναφέρεται η μέση διανυσματική ταχύτητα, $\bar{\upsilon}_\mu$, η οποία ορίζεται από το πηλίκο $\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$, όπου $\Delta\vec{x}$ η μετατόπιση και Δt ο αντίστοιχος χρόνος. Όμως η έννοια αυτή ξεφεύγει από τους σκοπούς αυτού του βιβλίου.

Δραστηριότητα

Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα ενός αυτοκινήτου, για τη διαδρομή Πάτρα - Αθήνα, το οποίο ξεκίνησε από την Πάτρα στις δέκα και μισή το πρωί, έκανε στάση μισή ώρα στην Κόρινθο και έφτασε στην Αθήνα στις μία το μεσημέρι.

Η απόσταση Πάτρα - Αθήνα είναι 210km.

1.1.7 Η έννοια της στιγμιαίας ταχύτητας

Στο ταξίδι από την Αθήνα στη Θεσσαλονίκη, όπως είπαμε στην προηγούμενη παράγραφο, η ταχύτητα του αυτοκινήτου δεν παραμένει σταθερή.

Η κίνηση αυτή που δεν είναι ούτε ευθύγραμμη ούτε ομαλή, ονομάζεται γενικά μεταβαλλόμενη κίνηση.

Υπολογίσαμε παραπάνω τη μέση ταχύτητα υ_μ για όλο το ταξίδι από την Αθήνα στη Θεσσαλονίκη. Με όμοιο τρόπο μπορούμε να βρούμε τη μέση ταχύτητα υ_μ από την Αθήνα στο Βόλο, τη μέση ταχύτητα σε ένα ευθύγραμμο τμήμα του εθνικού δρόμου ή τη μέση ταχύτητα σε ακόμη μικρότερη διαδρομή.

Ας φανταστούμε ότι από τη θέση του συνοδηγού παρακολουθούμε το ταχύμετρο (κοντέρ) του αυτοκινήτου σε ένα ευθύγραμμο τμήμα της εθνικής οδού (Εικ. 1.1.13). Παρατηρούμε ότι ο δείκτης του ταχύμετρου συνεχώς δείχνει διαφορετική ένδειξη. Με τη βοήθεια του χιλιομετρητή και ενός χρονομέτρου θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε τη μέση ταχύτητα υ_μ για διάφορα διαστήματα τα οποία διανύει το αυτοκίνητο, με τον εξής τρόπο: Καταγράφουμε την ένδειξη του χιλιομετρητή s_1 και ταυτόχρονα θέτουμε σε λειτουργία το χρονόμετρο. Μετά από αρκετές εκατοντάδες μέτρα, σταματάμε τη λειτουργία του χρονομέτρου και καταγράφουμε την ένδειξή του (t), καθώς και την ένδειξη του χιλιομετρητή s_2, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. Κατά τη διάρκεια της διαδρομής αυτής καταγράφουμε και μερικές ενδείξεις του ταχυμέτρου του αυτοκινήτου. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για μικρότερα διαστήματα και καταγράφουμε τις μετρήσεις.

Εικόνα 1.1.13
Το ταχύμετρο του αυτοκινήτου δείχνει τη στιγμιαία ταχύτητά του.

ΠΙΝΑΚΑΣ

α/α	t(s)	$s=s_2-s_1$(m)	υ_μ(m/s)	υ_μ(km/h)	υ ταχύμετρου (km/h)
1	50,20	1.800	35,85	129,1	134-125-140...
..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..
..	3,6	100	27,78	100,0	99-100-101

Παρατηρούμε, ότι όσο μικραίνει η χρονική διάρκεια κίνησης του αυτοκινήτου (και το διανυόμενο διάστημα), τόσο η υπολογιζόμενη από τις μετρήσεις μέση ταχύτητα προσεγγίζει την πραγματική ταχύτητα του αυτοκινήτου που δείχνει το κοντέρ. Αν η χρονική διάρκεια κίνησης του αυτοκινήτου γίνει πάρα πολύ μικρή, τότε η υπολογιζόμενη ταχύτητα λέγεται **στιγμιαία** και ταυτίζεται με αυτή που δείχνει το ταχύμετρο σε μία τυχαία χρονική στιγμή.

Επισημαίνουμε πως στην περίπτωση της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης η στιγμιαία και η μέση ταχύτητα συμπίπτουν.

Εικόνα 1.1.14
Η ταχύτητα των αθλητών τη στιγμή της φωτογράφησης είναι η στιγμιαία ταχύτητά τους.

1.1.8 Η έννοια της επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Οι κατασκευαστές αυτοκινήτων και δικύκλων, για να περιγράψουν τις δυνατότητες που έχουν αυτά, αναφέρουν σε πόσα δευτερόλεπτα "πιάνουν" τα 100km/h, ξεκινώντας από την ηρεμία, ή από κάποια άλλη ταχύτητα, για παράδειγμα 60km/h.

Παρατηρήστε το διπλανό πίνακα. Ποιο από τα αυτοκίνητα είναι το πιο "γρήγορο"; Ποιου αυτοκινήτου αλλάζει η ταχύτητα γρηγορότερα, ή ποιο έχει μεγαλύτερη **επιτάχυνση;** Διαπιστώνουμε ότι η μεταβολή της ταχύτητας για όλα τα αυτοκίνητα είναι ίδια:

$$\Delta\upsilon = \upsilon - \upsilon_0 = 100\text{km/h} \quad \text{ή} \quad \Delta\upsilon = 100\text{-}60 = 40\text{km/h},$$

ενώ η χρονική διάρκεια Δt για να επιτευχθεί αυτή η μεταβολή της ταχύτητας είναι διαφορετική για κάθε αυτοκίνητο.

Θα μπορούσαμε να συγκρίνουμε τις επιταχύνσεις των αυτοκινήτων αν γνωρίζαμε την ταχύτητα που αποκτούν μέσα σε οποιοδήποτε χρόνο, ξεκινώντας από την ηρεμία, π.χ. σε Δt=10s. Αντί να αναφερόμαστε σε οποιοδήποτε χρόνο μπορούμε να συμφωνήσουμε να χρησιμοποιήσουμε Δt=1s, δηλαδή να αναχθούμε στη μονάδα του χρόνου, διαιρώντας τη μεταβολή της ταχύτητας Δυ με τον αντίστοιχο χρόνο Δt.

Στη Φυσική, για να συγκρίνουμε τις επιταχύνσεις των κινητών, των οποίων η κίνηση δεν είναι ομαλή, εργαζόμαστε με τον προηγούμενο τρόπο, δηλαδή βρίσκουμε πόσο αλλάζει η ταχύτητα στη μονάδα του χρόνου, διαιρώντας τη μεταβολή της ταχύτητας με το χρόνο. Έτσι υπολογίζουμε την επιτάχυνση ή το ρυθμό με τον οποίο αλλάζει η ταχύτητα, όπως λέμε.

Το πηλίκο $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ το ονομάζουμε επιτάχυνση και το συμβολίζουμε με το γράμμα α, δηλαδή:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \qquad (1.1.5).$$

Μονάδα επιτάχυνσης στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι το $\frac{1\text{m/s}}{\text{s}} = 1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Στο κεφάλαιο αυτό θα περιοριστούμε **μόνο** στην περιγραφή κινήσεων που η ταχύτητά τους αλλάζει το ίδιο στη μονάδα του χρόνου ή αλλάζει όπως λέμε με σταθερό ρυθμό, δηλαδή σε κινήσεις στις οποίες η επιτάχυνση $\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ είναι σταθερή. Για παράδειγμα αν $\alpha=2\text{m/s}^2$, τότε σε κάθε δευτερόλεπτο η ταχύτητα αλλάζει 2m/s.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Επιτάχυνση 0 - 100 χλμ./ώρα (δλ.)

Daihatsu Charade 1.5 4d	10,5
Seat Cordoba 1,4 16V	10,9
Opel Astra 1,4 16V 4d	11,9
Alfa Romeo 146 1,4 16V T.S.	12,2
Nissan Almera 1,4 4d	12,2
Suzuki Baleno 1,3 Sedan	12,5
Mitsubishi Lancer 1.3	12,6
Kia Sephia Altiva 1,5 4d	12,9
Hyundai Accent 1,3 4d	13,0
Toyota Corolla 1,3 Sedan	13,0
Citroen Xsara 1,4 5d	13,9
Fiat Brava 1,4	14,1
Peugeot 306 1,4 5d	14,2
Daewoo Lanos 1,3 4d	14,5
Ford Escort 1,4 4d	15,8

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Επιτάχυνση 60 - 100 χλμ./ώρα (δλ.)

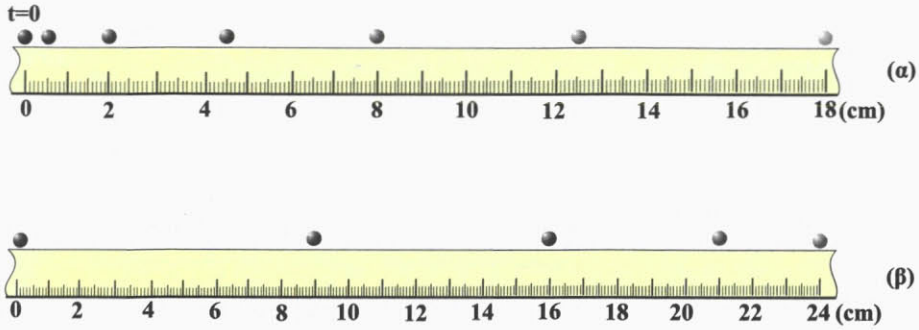
Opel Astra 1,4 16V 4d	11,4
Seat Cordoba 1,4 16V	11,7
Daihatsu Charade 1.5 4d	12,4
Alfa Romeo 146 1,4 16V T.S.	12,6
Hyundai Accent 1,3 4d	13,1
Citroen Xsara 1,4 5d	13,4
Kia Sephia Altiva 1,5 4d	13,7
Fiat Brava 1,4	13,9
Peugeot 306 1,4 5d	14,0
Mitsubishi Lancer 1,3	14,2
Nissan Almera 1,4 4d	14,5
Toyota Corolla 1,3 Sedan	14,7
Ford Escort 1,4 4d	16,7
Suzuki Baleno 1,3 Sedan	16,7
Daewoo Lanos 1,3 4d	17,1

Τις κινήσεις αυτές τις ονομάζουμε ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες.

Στις κινήσεις αυτές διακρίνουμε δυο περιπτώσεις:

α) η ταχύτητα του κινητού αυξάνεται, οπότε η κίνηση ονομάζεται ομαλά επιταχυνόμενη.

β) η ταχύτητα του κινητού μειώνεται, οπότε η κίνηση ονομάζεται ομαλά επιβραδυνόμενη (Εικ. 1.1.15).



Εικόνα 1.1.15

Οι διαδοχικές θέσεις δύο σφαιρών σε ίσα χρονικά διαστήματα: α) επιταχυνόμενη κίνηση, β) επιβραδυνόμενη.

Μέχρι τώρα ασχοληθήκαμε με την τιμή της επιτάχυνσης, αλλά η ταχύτητα και η μεταβολή της ταχύτητας είναι διανύσματα, οπότε και η επιτάχυνση είναι διάνυσμα.

Ορίζουμε ως επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ σε μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, το διανυσματικό μέγεθος του οποίου η τιμή ισούται με το πηλίκο της μεταβολής $\Delta\vec{\upsilon}$ της ταχύτητας διά του χρόνου Δt στον οποίο γίνεται η μεταβολή αυτή. Στη γλώσσα των μαθηματικών μπορούμε να γράψουμε:

$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \qquad (1.1.6)$$

Δραστηριότητα

α) Υπολογίστε τις επιταχύνσεις στις κινήσεις που φαίνονται στις στροβοσκοπικές φωτογραφίες της εικόνας 1.1.15. Θεωρήστε ότι $\Delta t = \frac{1}{50}$ s.

β) Σχεδιάστε τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις σε δύο σημεία των κινήσεων.

Δραστηριότητα

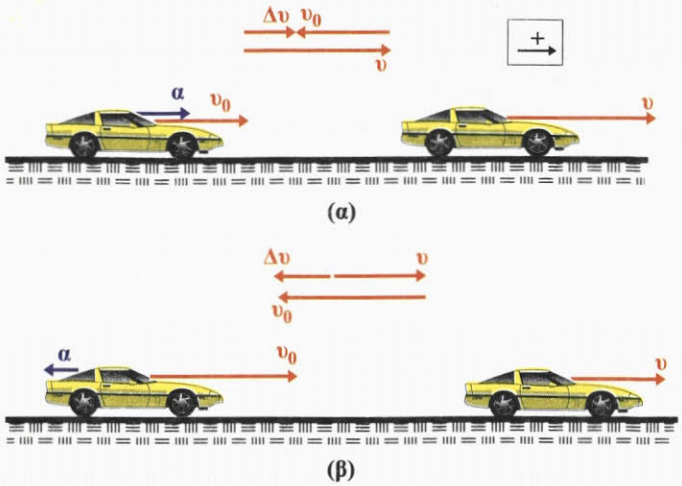
Υπολογίστε το πηλίκο $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ για μερικά από τα αυτοκίνητα του Πίνακα 1. Χρησιμοποιήστε ως μονάδα το $1\frac{km/s}{s}$. Συζητήστε τα αποτελέσματα στην ομάδα σας.

Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης στις περιπτώσεις α, β, φαίνεται στην εικόνα 1.1.16, όπου παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και αντίθετη κατεύθυνση με αυτήν στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Πάντοτε όμως η

Μερικοί μαθητές ισχυρίζονται, ότι αν η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου είναι μηδέν, τότε και η επιτάχυνσή του πρέπει να είναι μηδέν.

Συζητήστε στην ομάδα σας αν αληθεύει ο ισχυρισμός αυτός.

κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0$, εικόνα 1.1.16.



Εικόνα 1.1.16

α) Επιταχυνόμενη κίνηση: τα διανύσματα $\vec{\upsilon}_0$, $\vec{\upsilon}$, $\Delta\vec{\upsilon}$, $\vec{\alpha}$, έχουν την ίδια κατεύθυνση.

β) Επιβραδυνόμενη κίνηση: τα διανύσματα $\Delta\vec{\upsilon}$, $\vec{\alpha}$, έχουν αντίθετη κατεύθυνση με τα διανύσματα $\vec{\upsilon}_0$, $\vec{\upsilon}$.

1.1.9 Οι εξισώσεις προσδιορισμού της ταχύτητας και της θέσης ενός κινητού στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Για να περιγράψουμε μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, πρέπει σε κάθε χρονική στιγμή να προσδιορίσουμε την ταχύτητα του κινητού και τη θέση του. Οι εξισώσεις που μας δίνουν τις πληροφορίες αυτές, λέγονται εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης και προκύπτουν ως εξής:

α) Η εξίσωση της ταχύτητας.

Από τον ορισμό της επιτάχυνσης $\vec{\alpha} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$ προκύπτει ότι η μεταβολή $\Delta\vec{\upsilon}$ της ταχύτητας στο χρόνο Δt είναι:

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\alpha}\,\Delta t$$

Αν τη χρονική στιγμή μηδέν, η ταχύτητα του κινητού είναι υ_0 (αρχική ταχύτητα) και τη χρονική στιγμή t είναι υ, τότε η μεταβολή $\Delta\vec{\upsilon}$ είναι:

$$\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0 = \vec{\alpha}\,(t - 0) \text{ ή } \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{\alpha}\,t.$$

Επειδή τα διανύσματα $\vec{\upsilon}_0$, $\vec{\upsilon}$, $\vec{\alpha}$ είναι συγγραμμικά στην ευθύγραμμη κίνηση, η πρόσθεσή τους ανάγεται σε αλγεβρική

πρόσθεση των τιμών τους. Μπορούμε λοιπόν να καθορίσουμε θετική και αρνητική φορά (Εικ. 1.1.16), και να οδηγηθούμε στην αλγεβρική μορφή των προηγούμενων εξισώσεων:

στην επιταχυνόμενη κίνηση: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha\, t$ (1.1.7)

στην επιβραδυνόμενη κίνηση: $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha\, t$ (1.1.8)

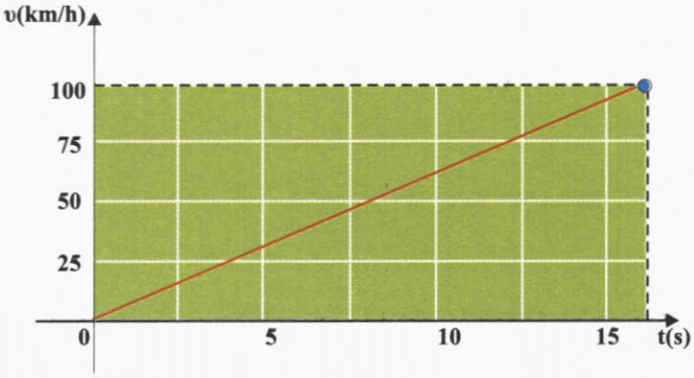
Αν η αρχική ταχύτητα είναι $\upsilon_0=0$ από τη σχέση (1.1.7) προκύπτει:

$$\upsilon = \alpha\, t \qquad (1.1.9)$$

Η εξίσωση της ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο, είναι εξίσωση πρώτου βαθμού και μπορεί να παρασταθεί γραφικά σε διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου με ευθεία γραμμή. Π.χ. ας υποθέσουμε ότι το τελευταίο αυτοκίνητο του Πίνακα 1 της παραγράφου 1.1.8 επιταχύνεται ομαλά στο ευθύγραμμο τμήμα μιας πίστας αγώνων αυτοκινήτων από την ηρεμία και αποκτά ταχύτητα 100km/h σε 15,8s. Για να παραστήσουμε γραφικά την ταχύτητα σε σχέση με το χρόνο, αρκούν δύο σημεία, γιατί όπως είπαμε η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή. Αν πάρουμε την αρχική και την τελική ταχύτητα, έχουμε τη γραφική παράσταση που φαίνεται στην εικόνα 1.1.17.

Πίνακας 3

t(s)	υ(km/h)
0	0
15,8	100

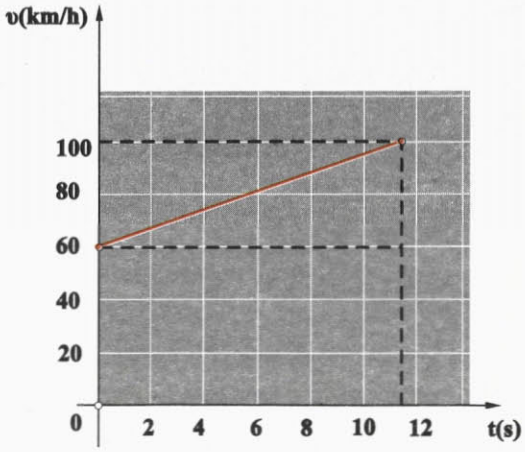


Εικόνα 1.1.17

Ας υποθέσουμε ότι το πρώτο αυτοκίνητο του Πίνακα 2 της παραγράφου 1.1.8 επιταχύνεται ομαλά σε ευθύγραμμο τμήμα της πίστας των αγώνων αυτοκινήτων με αρχική ταχύτητα 60km/h και τελική 100km/h σε χρόνο 11,4s. Όπως και προηγουμένως, παίρνουμε την αρχική και την τελική ταχύτητα, οπότε έχουμε τον πίνακα τιμών και τη γραφική παράσταση της εικόνας 1.1.18.

Πίνακας 4

t(s)	υ(km/h)
0	60
11,4	100



Εικόνα 1.1.18

Τίθεται το ερώτημα: ποια είναι η φυσική σημασία της κλίσης της ευθείας της εικόνας 1.1.18;
Επειδή η κλίση προκύπτει ως το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας με το χρόνο, $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$, με το οποίο έχουμε ορίσει την επιτάχυνση, συμπεραίνουμε ότι **η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την επιτάχυνση** στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

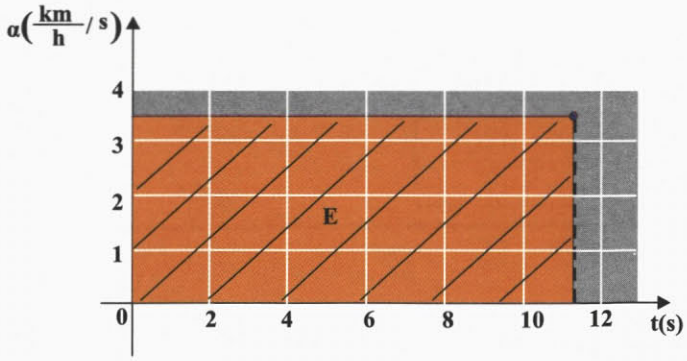
Κλίση ευθείας: $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{40km/h}{11,4s} = 3,51\frac{km/h}{s} = \alpha$

Σημείωση:

Χρησιμοποιούμε τη μονάδα $\frac{Km/h}{s}$, διότι είναι πιο κοντά στην εμπειρία μας, δηλαδή καταλαβαίνουμε τι σημαίνει ότι η ταχύτητα άλλαξε σε 1s κατά 3,5km/h. Αν μετατρέψουμε τις μονάδες στο Διεθνές Σύστημα S.I., η επιτάχυνση γίνεται

$$\frac{3,51 \cdot \frac{1.000\ m}{3.600\ s}}{s} = 0,975\ m/s^2$$

Η γραφική παράσταση της σταθερής επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση του αυτοκινήτου που μελετάμε, θα είναι ευθεία γραμμή, παράλληλη στον άξονα του χρόνου t, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.1.19.



Εικόνα 1.1.19

Ποια μπορεί να είναι η φυσική σημασία του γραμμοσκιασμένου εμβαδού της εικόνας 1.1.19; Το εμβαδόν μεταξύ της γραφικής παράστασης (ευθείας) και των αξόνων επιτάχυνσης και χρόνου είναι:

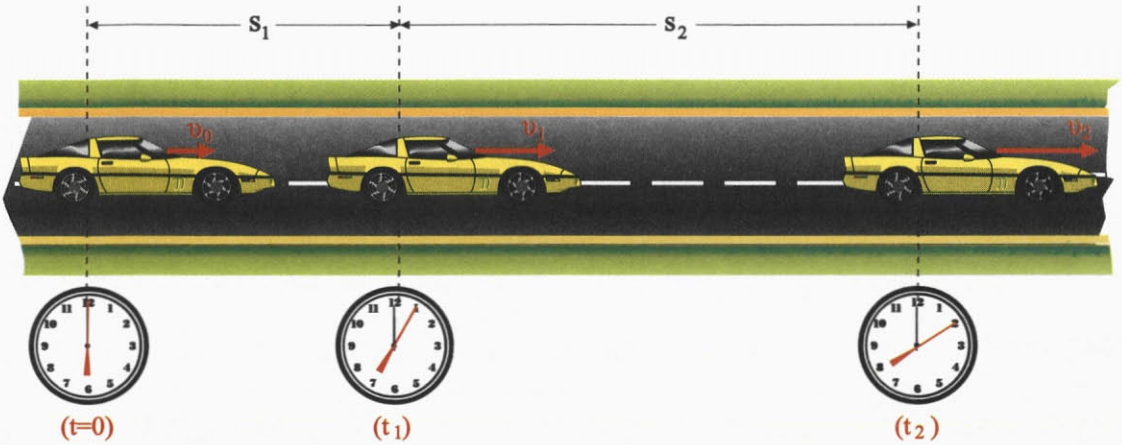
$$E = \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = 3,51\frac{km/h}{s}\,11,4s = 40km/h = \upsilon$$

Παρατηρούμε ότι το εμβαδόν είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας κατά την χρονική διάρκεια των 11,4s της επιτάχυνσης του αυτοκινήτου. Άρα το εμβαδό,

μεταξύ της ευθείας που αναπαριστά την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο, και των αξόνων επιτάχυνσης και χρόνου, είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας Δυ.

Ομοίως εργαζόμαστε για την κατασκευή των διαγραμμάτων της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο $\upsilon = f(t)$ και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο $\alpha = f(t)$ στην περίπτωση της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

β) Η εξίσωση της κίνησης.

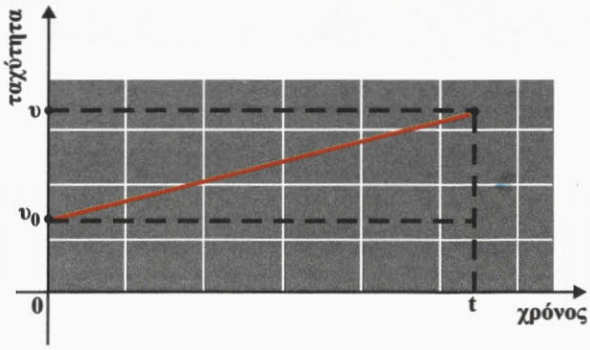


Το αυτοκίνητο εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση.

Η εξίσωση κίνησης, δηλαδή ο προσδιορισμός της θέσης ενός αντικειμένου, το οποίο επιταχύνεται ομαλά, σε συνάρτηση με το χρόνο, προκύπτει με γραφικό τρόπο από το διάγραμμα $\upsilon = f(t)$.

Στη μελέτη της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, παράγραφος 1.1.5, είδαμε ότι το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων ταχύτητας και χρόνου είναι ίσο με τη μετατόπιση.

Ομοίως μπορεί να αποδειχθεί ότι το εμβαδόν του τραπεζίου που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων υ, t (Εικ. 1.1.20) είναι ίσο με τη μετατόπιση στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Οπότε, αν υπολογίσουμε το εμβαδόν, εικόνα 1.1.20, χρησιμο-



Εικόνα 1.1.20

ποιώντας αντί των αριθμητικών τιμών, τα σύμβολα υ, υ_0, t, οδηγούμαστε στην εξίσωση για τη μετατόπιση Δx. Δηλαδή:

$$E_{\tau\rho\alpha\pi} = \frac{\text{άθροισμα βάσεων}}{2} \cdot \text{ύψος} \quad \text{ή} \quad \Delta x = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}(t - 0)$$

Αλλά γνωρίζουμε ότι η ταχύτητα είναι: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$. Συνεπώς:

$$\Delta x = \frac{\upsilon_0 + \alpha t + \upsilon_0}{2}\, t = \frac{2\upsilon_0 t + \alpha t^2}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

και αν $x_0 = 0$, έχουμε:

$$x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (1.1.10)$$

Ομοίως στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση προκύπτει ότι:

$$x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (1.1.11)$$

Τίθεται το ερώτημα:

Η γραφική παράσταση της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι ευθεία γραμμή ή καμπύλη;

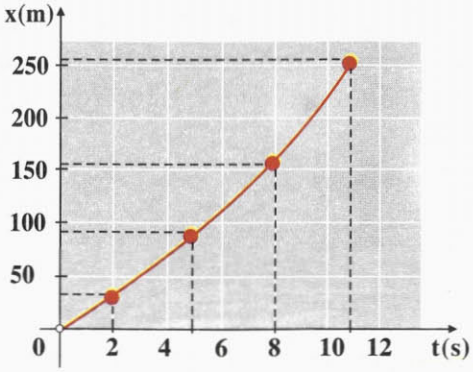
Για να απαντήσουμε στο ερώτημα πρέπει να ελέγξουμε την εξίσωση κίνησης αν είναι πρώτου ή δεύτερου βαθμού ως προς t. Όπως προκύπτει από τη σχέση (1.1.11), η εξίσωση είναι δευτέρου βαθμού ως προς το χρόνο, άρα η γραφική παράσταση είναι καμπύλη γραμμή.

Για να τη σχεδιάσουμε, συμπληρώνουμε έναν πίνακα τιμών. Π.χ. στην περίπτωση του πρώτου αυτοκινήτου του πίνακα 2, από τα δεδομένα: αρχική ταχύτητα υ_0=60km/h=16,67m/s, επιτάχυνση α=0,975m/s^2, απαιτούμενος χρόνος για να αποκτήσει ταχύτητα υ=100km/h, t=11,4s και την εξίσωση κίνησης $x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας τιμών, και η αντίστοιχη γραφική παράσταση (Εικ. 1.1.21).

Δραστηριότητα

Να παραστήσετε γραφικά τη σχέση ταχύτητας - χρόνου στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Από τη γραφική παράσταση να αποδείξετε τη σχέση 1.1.11.



t(s)	x(m)
0	0
2	35,3
5	95,5
8	164,6
11,4	253,4

Εικόνα 1.1.21

Γραφική παράσταση του διαστήματος (θέσης) x σε συνάρτηση με τον χρόνο στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, με αρχική ταχύτητα.

Ομοίως εργαζόμαστε για την κατασκευή της γραφικής παράστασης της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο $x=f(t)$, στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Εφαρμογή 1

Θέλουμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση και το χρόνο που απαιτείται για να σταματήσει ένα αυτοκίνητο που έχει αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 72\text{km/h}$, αν φρενάροντας αποκτά επιβράδυνση $\alpha = 10\text{m/s}^2$.

Στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι $\upsilon_0 = \dfrac{72.000\text{m}}{3.600\text{s}} = 20\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

Γνωρίζουμε ότι η μετατόπιση και η ταχύτητα δίνονται από τις σχέσεις:

$$x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (1)$$

και

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t \qquad (2)$$

Η τελική ταχύτητα υ του αυτοκινήτου, εφόσον σταματά είναι $\upsilon = 0$. Από τη σχέση (2) προκύπτει:

$$0 = \upsilon_0 - \alpha t \quad \text{ή} \quad t = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{20}{10}\text{s} = 2\text{s}.$$

Άρα ο χρόνος που απαιτείται για να σταματήσει το αυτοκίνητο είναι $t = 2\text{s}$.

Αντικαθιστώντας το χρόνο στη σχέση (1) προκύπτει:

$$x = 20\cdot 2 - \frac{1}{2}10\cdot 2^2\text{m} \quad \text{ή} \quad x = 20\text{m},$$

Δηλαδή το αυτοκίνητο θα μετατοπισθεί 20m έως ότου σταματήσει.

Εφαρμογή 2

Δύο αυτοκίνητα, κινούνται σε ευθύγραμμο τμήμα του εθνικού δρόμου Θεσσαλονίκης – Αλεξανδρούπολης με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 80\text{km/h}$ και απέχουν 30m. Κάποια στιγμή ο οδηγός του δεύτερου αυτοκινήτου αποφασίζει να προσπεράσει το προπορευόμενο αυτοκίνητο, που συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η κίνηση του δευτέρου αυτοκινήτου είναι ομαλά επιταχυνόμενη και η επιτάχυνση έχει τιμή $\alpha = 0{,}975\text{m/s}^2 = 3{,}51\dfrac{\text{km/h}}{\text{s}}$. Στο αντίθετο ρεύμα κυκλοφορίας έρχεται ένα άλλο αυτοκίνητο που κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1 = 100\text{km/h}$ και απέχει από το δεύτερο αυτοκίνητο 400m.

Το μήκος των αυτοκινήτων είναι περίπου 4m.

Δραστηριότητα

Να υπολογίσετε πόσο θα μετατοπισθεί ώσπου να σταματήσει, το αυτοκίνητο της Εφαρμογής 1, αν έχει τη διπλάσια αρχική ταχύτητα και την ίδια επιβράδυνση.

Πόσες φορές θα αυξηθεί η μετατόπιση του αυτοκινήτου ώσπου να σταματήσει;

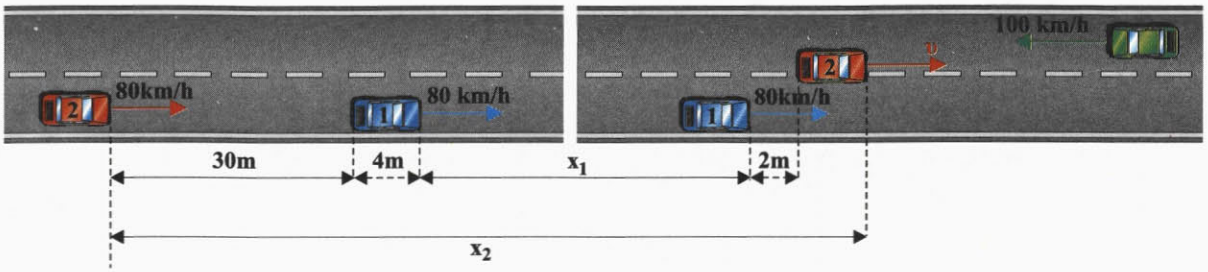
Θα υπολογίσουμε:

α) τη χρονική διάρκεια που απαιτείται για το προσπέρασμα, το οποίο θεωρούμε ότι ολοκληρώθηκε, όταν το αυτοκίνητο που προσπερνά βρίσκεται 2m μπροστά από το αυτοκίνητο που προσπέρασε.

β) τη μετατόπιση του κάθε αυτοκινήτου κατά τη διάρκεια του προσπεράσματος.

γ) την ταχύτητα που απέκτησε το δεύτερο αυτοκίνητο στο τέλος του προσπεράσματος.

δ) αν είναι ασφαλές το προσπέρασμα ή αν υπάρχει κίνδυνος σύγκρουσης με το αντίθετα κινούμενο αυτοκίνητο.



α) Το πρώτο αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα, άρα:

$$x_1 = \upsilon\, t \qquad (1)$$

Το δεύτερο αυτοκίνητο επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση, συνεπώς η μετατόπισή του θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$x_2 = \upsilon\, t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (2)$$

Στην εικόνα φαίνεται ότι η διαφορά των μετατοπίσεων των αυτοκινήτων είναι:

$$x_2 - x_1 = (30+4+2+4)\text{m} = 40\text{m}.$$

Οπότε, από τις εξισώσεις (1), (2) με αφαίρεση προκύπτει:

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \text{ή} \quad 40\text{m} = \frac{1}{2}\cdot 0{,}975\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2 \quad \text{ή} \quad \mathbf{t = 9s.}$$

Δηλαδή ο απαιτούμενος χρόνος για την ολοκλήρωση του προσπεράσματος είναι 9s.

β) Από την εξίσωση (1) προκύπτει:

$$x_1 = 80\text{km/h}\cdot 9\text{s} \quad \text{ή} \quad x_1 = \frac{80.000\text{m}}{3.600\text{s}}\cdot 9\text{s} \quad \text{ή} \quad \mathbf{x_1 = 200m.}$$

Από την εξίσωση (2) προκύπτει:

$$x_2 = \frac{80.000\text{m}}{3.600\text{s}}\cdot 9\text{s} + \frac{1}{2}\cdot 0{,}975\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(9\text{s})^2 \quad \text{ή}$$

$$x_2 = 200m + 39,5m = \mathbf{239,5m.}$$

γ) Το δεύτερο αυτοκίνητο επιταχύνεται, άρα η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon' = \upsilon + \alpha t \quad \text{ή} \quad \upsilon' = 80km/h + 3,51\frac{Km/h}{s}\cdot 9s \quad \text{ή} \quad \mathbf{\upsilon' = 111,6km/h.}$$

δ) Στη χρονική διάρκεια του προσπεράσματος, το αυτοκίνητο που κινείται στο αντίθετο ρεύμα κυκλοφορίας μετατοπίστηκε κατά:

$$x = \upsilon_1 t = 100km/h\cdot 9s = \frac{100.000m}{3.600s}\cdot 9s \quad \text{ή} \quad x = 250m.$$

Η αρχική απόσταση μεταξύ του δεύτερου αυτοκινήτου και του αυτοκινήτου που κινείται στο αντίθετο ρεύμα κυκλοφορίας, δίνεται ότι είναι 400m. Βρήκαμε ότι $x_2 = 239,5m$ και $x = 250m$, δηλαδή το συνολικό διάστημα που διάνυσαν τα αντιθέτως κινούμενα αυτοκίνητα είναι $x_{ολ} = x + x_2$ ή $x_{ολ} = 489,5m$.

Αυτό σημαίνει ότι, πριν ολοκληρωθεί το προσπέρασμα τα αυτοκίνητα διασταυρώθηκαν με προφανή κίνδυνο σύγκρουσης.

Το θεώρημα Merton

Οι κινήσεις των σωμάτων μελετήθηκαν θεωρητικά τον 13ο αιώνα, πολύ πριν από την εποχή του Γαλιλαίου (16ος αιώνας), ο οποίος θεωρείται ο θεμελιωτής της Φυσικής Επιστήμης όπως τη γνωρίζουμε εμείς σήμερα.

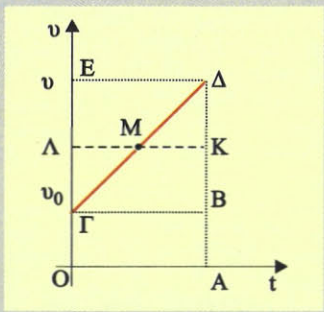
Ένα από τα αποτελέσματα των μελετών της περιόδου αυτής, που χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα στη διδασκαλία της ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης, είναι το "Θεώρημα της μέσης ταχύτητας". Το θεώρημα αυτό ονομάζεται και θεώρημα Merton, επειδή μελετήθηκε στο αντίστοιχο κολλέγιο της Οξφόρδης.

Με σύγχρονη ορολογία, το θεώρημα αναφέρεται σε μία κίνηση που είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα υ_0, διαρκεί χρόνο t και έχει τελική ταχύτητα υ. Το θεώρημα ορίζει ότι, το διάστημα που διανύθηκε είναι το ίδιο με αυτό που θα διήνυε στον ίδιο χρόνο άλλο κινητό που θα είχε σταθερή ταχύτητα ίση με τη μέση τιμή των ταχυτήτων υ_0, υ.

Δηλαδή η απόσταση αυτή είναι:

$$s = \frac{(\upsilon_0 + \upsilon)}{2} t.$$

Ενδιαφέρον έχει η ιδιαίτερη μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για την απόδειξη του θεωρήματος από τον Oresme, στο Πανεπιστήμιο του Παρισιού, στις αρχές του 14ου αιώνα. Ο Oresme σκέφτηκε, ότι, εφόσον η ποσότητα $\upsilon_0 t$ είναι γινόμενο δύο αριθμών, μπορεί να παρασταθεί με το εμβαδόν ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με πλευρές υ_0, t, όπως το ΟΑΒΓ στην εικόνα. Ομοίως, το υt θα είναι το εμβαδόν ΟΑΔΕ. Ο Oresme επίσης συμπέρανε, ότι το εμβαδόν ΟΑΔΓ θα παριστάνει το διάστημα που διανύθηκε από το κινητό που έκανε την επιταχυνόμενη κίνηση.



Πράγματι, αν συνδεθούν τα μέσα των τμημάτων ΓΕ και ΒΔ με το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ, τα τρίγωνα ΓΛΜ και ΚΔΜ αποδεικνύεται ότι είναι ίσα. Συνεπώς, το εμβαδόν του τραπεζίου ΟΑΔΓ και του ορθογωνίου ΟΑΚΛ είναι ίσα. Όμως, το εμβαδόν ΟΑΚΛ αντιστοιχεί στο γινόμενο $\frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} t$, διότι η ΚΛ διέρχεται από τα μέσα των ΒΔ, ΓΕ και ΟΛ = $\upsilon_0 + \frac{\upsilon - \upsilon_0}{2} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}$.

Άρα το διάστημα που διανύεται με τη μέση ταχύτητα είναι ίσο με αυτό που διανύεται με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Για να περιγράψουμε μία κίνηση που γίνεται σε ευθεία γραμμή, χρειάζεται σε κάθε χρονική στιγμή να προσδιορίσουμε τη θέση του σωματίου ή κινητού. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να ορίσουμε ένα **σημείο αναφοράς** που θα είναι η αρχή για τις μετρήσεις μας. Σε περίπτωση που το σωμάτιο κινείται σε επίπεδο, η θέση του προσδιορίζεται εφόσον ορισθεί σύστημα αναφοράς, που τώρα είναι ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων. Κατά την κίνησή του το κινητό αλλάζει θέσεις. Η **μετατόπιση** είναι διάνυσμα που έχει αρχή την αρχική θέση του κινητού και τέλος την τελική του θέση, ανεξάρτητα από τη διαδρομή του, και τιμή:

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$$

Όταν η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλή,** το κινητό διανύει ίσες μετατοπίσεις σε ίσους χρόνους, κινούμενο κατά την ίδια φορά. Η **ταχύτητα** στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι το διανυσματικό μέγεθος που προκύπτει ως το πηλίκο της μετατόπισης προς την αντίστοιχη χρονική διάρκεια, σύμφωνα με τον τύπο

$$\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

και έχει μονάδα μέτρησης στο Διεθνές Σύστημα S.I. το 1m/s.

Στις **μη ομαλές κινήσεις** η ταχύτητα αλλάζει. Τότε χρησιμοποιούμε την έννοια της **μέσης ταχύτητας** που προκύπτει ως το πηλίκο της συνολικής απόστασης που διανύει το κινητό προς τη συνολική διάρκεια της κίνησής του με σχέση

$$\upsilon_\mu = \frac{s}{t}$$

με μονάδα μέτρησης ίδια με αυτήν της ταχύτητας.

Στην **ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση** η ταχύτητα του κινητού αλλάζει κατά το ίδιο ποσό στην μονάδα του χρόνου ή αλλάζει όπως λέμε με σταθερό ρυθμό. Στην κίνηση αυτή χρησιμοποιείται το διανυσματικό μέγεθος της **επιτάχυνσης** που ισούται με το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta\vec{\upsilon}$ δια του χρόνου Δt στον οποίο γίνεται η μεταβολή αυτή, και δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

Η μονάδα μέτρησης της επιτάχυνσης στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι το $1 m/s^2$.

Στην ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση, είναι οι εξής:

$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$: Εξίσωση ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$: Εξίσωση ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$: Εξίσωση κίνησης στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

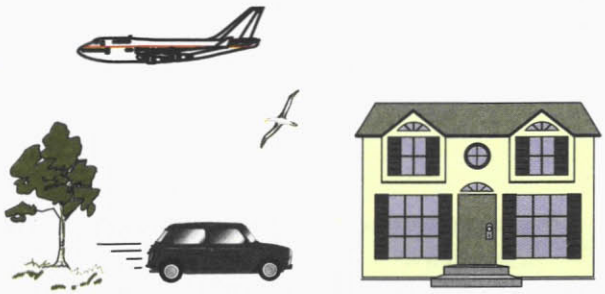
$x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2$: Εξίσωση κίνησης στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Να αναφέρετε ποια από τα σώματα που φαίνονται στην εικόνα κινούνται

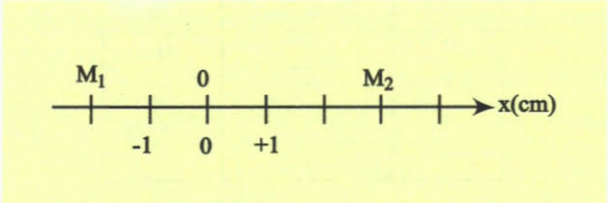
Α. Ως προς τη Γη

Β. Ως προς το αυτοκίνητο.

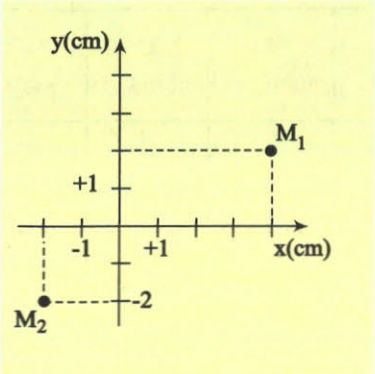


2. Τι ονομάζουμε τροχιά ενός κινητού; Πως διακρίνονται οι κινήσεις με κριτήριο τη μορφή της τροχιάς του κινητού;

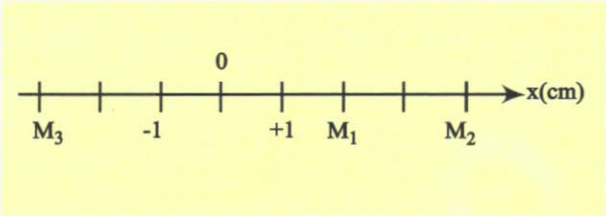
3. Να προσδιοριστεί η θέση των σημείων M_1 και M_2 της εικόνας.



4. Να προσδιοριστεί η θέση των σημείων M_1 και M_2 της εικόνας.



5. Ένα κινητό μετατοπίζεται από τη θέση M_1 στη θέση M_2. Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της μετατόπισής του και να βρείτε την τιμή της. Πόσο είναι το διάστημα που διάνυσε το κινητό στη διαδρομή αυτή;



6. Το κινητό της προηγούμενης ερώτησης κάνει τη διαδρομή M_1-M_2-M_3. Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της μετατόπισης του κινητού και να βρείτε την τιμή της. Υπολογίστε το διάστημα που διάνυσε το κινητό στη διαδρομή αυτή. Να συγκρίνετε τη μετατόπιση με το διάστημα.

7. Πότε χαρακτηρίζεται η κίνηση ενός σώματος ως ευθύγραμμη ομαλή; Από το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, ποιο μέγεθος μπορεί να υπολογιστεί;

8. Ένας ποδηλάτης λέει σε ένα φίλο του: "Πήγα από την τοποθεσία Α στην τοποθεσία Β και διέτρεξα μια απόσταση ίση με την μετατόπισή μου". Τι μπορούμε να συμπεράνουμε για το είδος της τροχιάς του ποδηλάτη;

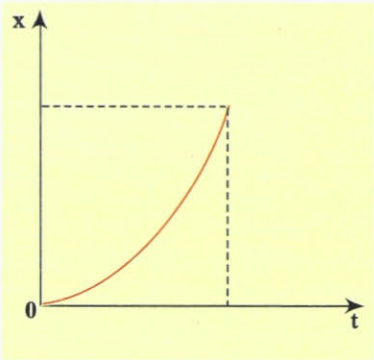
9. Να συγκρίνετε τις ταχύτητες 10m/s και 36km/h.

10. Σε ποια κίνηση ταυτίζονται η τιμή της μέσης και της στιγμιαίας ταχύτητας;

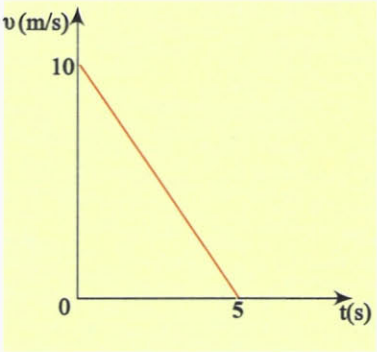
11. Πώς γίνεται ο υπολογισμός της επιτάχυνσης ενός κινητού, το οποίο κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, από το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου;

12. Ένας σκιέρ κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντια πίστα και το διάγραμμα της θέσης του με το χρόνο φαίνεται στην εικόνα.

Μπορούμε από το διάγραμμα να συμπεράνουμε ότι η ταχύτητα του σκιέρ αυξάνεται;

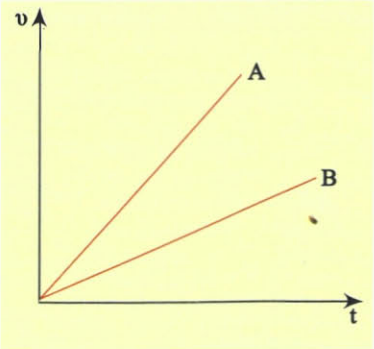


13. Δύο μαθητές Α και Β συζητούν για ένα θέμα Φυσικής. Ο μαθητής Α ρωτά τον Β. "Στην εικόνα φαίνεται το διάγραμμα της ταχύτητας ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο. Μπορούμε να υπολογίσουμε το διάστημα που διέτρεξε το κινητό, μέχρι να σταματήσει;"



Ο μαθητής Β αφού σκέφτηκε λίγο είπε: "Το διάστημα που διέτρεξε το κινητό είναι 25m". Να εξετάσετε την ορθότητα της απάντησης του μαθητή Β.

14. Στην εικόνα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα δύο κινητών, που κινούνται ευθύγραμμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.



Α. Να συγκρίνετε τις επιταχύνσεις των δυο κινητών.

Β. Ποιο από τα δύο κινητά διανύει μεγαλύτερη απόσταση στον ίδιο χρόνο κίνησης; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

15. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

Α. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση εκτελεί ένα κινητό, όταν η τροχιά που διαγράφει είναι ..... και το διάνυσμά της ..... μένει σταθερό ως προς την τιμή και .....

Β. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η μέση ταχύτητα είναι ..... με την τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας.

Γ. Η επιτάχυνση ενός κινητού είναι μέγεθος ..... και η μονάδα της στο S.I. είναι το .....
.....

16. Ένα όχημα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας.

t(s)	υ(m/s)	s(m)
0	0	0
1	2	
		4
	8	

17. Για τρία οχήματα που κάνουν ευθύγραμμη κίνηση, ομαλή ή ομαλά επιταχυνόμενη δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

t(s)	Α υ(m/s)	Β υ(m/s)	Γ s(m)
0	4	2	0
1	4	4	5
2	4	6	10
3	4	8	15
4	4	10	20

Τι είδους κίνηση κάνει το κάθε όχημα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

18. Η θέση ενός κινητού που κινείται σε ένα επίπεδο, προσδιορίζεται κάθε στιγμή αν:

Α. Είναι γνωστές οι συντεταγμένες του κινητού (x,y) ως συναρτήσεις του χρόνου.

Β. Είναι γνωστό το διάστημα που διάνυσε το κινητό.

Γ. Είναι γνωστή η μέση ταχύτητα του κινητού.

19. Μία κίνηση λέγεται ευθύγραμμη ομαλή όταν:

Α. Το κινητό κινείται σε ευθεία γραμμή.

Β. Η επιτάχυνση του κινητού είναι σταθερή.

Γ. Το κινητό σε ίσους χρόνους διανύει ίσα διαστήματα.

Δ. Το κινητό κινείται σε ευθεία γραμμή και η ταχύτητά του είναι σταθερή.

20. Η έκφραση $1m/s^2$ δηλώνει ότι:

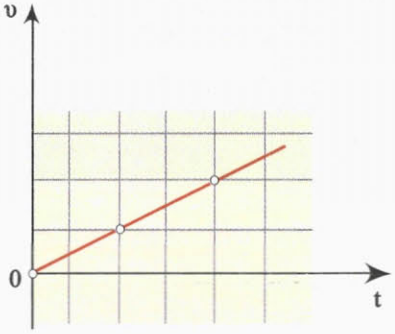
Α. Η απόσταση του κινητού μεταβάλλεται κατά 1m σε κάθε ένα δευτερόλεπτο.

Β. Το διάστημα του κινητού μεταβάλλεται κατά 1m σε κάθε ένα δευτερόλεπτο.

Γ. Η ταχύτητα του κινητού μεταβάλλεται κατά 1m/s σε κάθε ένα δευτερόλεπτο.

Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

21. Στην εικόνα φαίνεται πως μεταβάλλεται η ταχύτητα ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο, σε μια ευθύγραμμη κίνηση.



Η κίνηση που κάνει το σώμα είναι:

Α. Ευθύγραμμη ομαλή.

Β. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Γ. Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

22. Το διάστημα που διανύει ένα σώμα, αυξάνεται ανάλογα με το τετράγωνο του χρόνου.

Η κίνηση που κάνει το σώμα είναι:

Α. Ευθύγραμμη ομαλή.

Β. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.

Γ. Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

23. Η ταχύτητα ενός κινητού που κάνει ευθύγραμμη κίνηση ελαττώνεται μέχρι να μηδενιστεί. Μετά το κινητό συνεχίζει την κίνησή του σε αντίθετη κατεύθυνση.

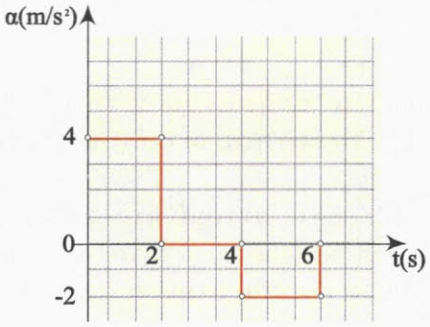
Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις σωστές και με (Λ) τις λάθος προτάσεις.

Α. Το διάστημα που διανύει το κινητό συνέχεια αυξάνεται.

Β. Το διάστημα που διανύει το κινητό αυξάνεται και όταν γυρίσει προς τα πίσω αρχίζει να μειώνεται.

Γ. Η μετατόπιση του κινητού συνέχεια αυξάνεται.

24. Στην εικόνα δίνεται το διάγραμμα επιτάχυνση - χρόνος, ενός οχήματος που ξεκινά από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα για χρόνο t=6s.



Να συμπληρωθούν τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους:

"ευθύγραμμη ομαλή"

"ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη".

"ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη".

Α. Στο χρονικό διάστημα από 0-2s η κίνηση είναι .....

Β. Στο χρονικό διάστημα από 2s-4s η κίνηση είναι .....

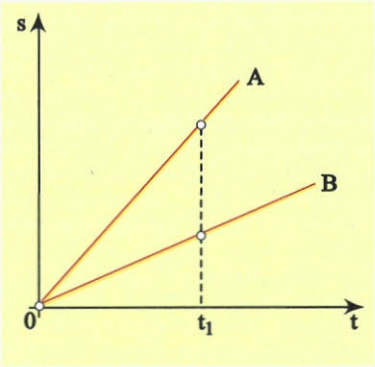
Γ. Στο χρονικό διάστημα από 4s-6s η κίνηση είναι .....

25. Να συμπληρωθούν τα κενά στις επόμενες προτάσεις:

Α. Σε διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για ένα κινητό, από το ..... του τμήματος μεταξύ γραφικής παράστασης και άξονα χρόνου, υπολογίζουμε τη θέση του κινητού.

Β. Σε ένα διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για ένα κινητό από την..... της γραφικής παράστασης υπολογίζουμε την τιμή της επιτάχυνσης.

26. Στο διάγραμμα της εικόνας φαίνεται η γραφική παράσταση διαστήματος - χρόνου για δύο κινητά Α και Β. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;



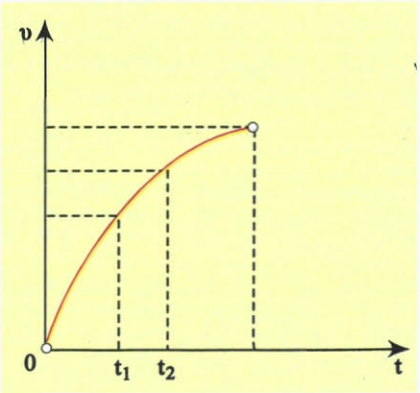
Α. Το κινητό Α έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το Β.

Β. Το κινητό Β έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το Α.

Γ. Τα κινητά έχουν την ίδια ταχύτητα.

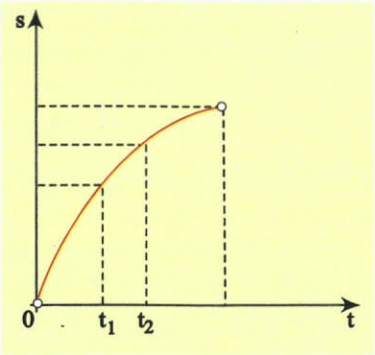
Δ. Τα κινητά δεν έχουν ταχύτητα.

27. Ένα αυτοκίνητο κάνει ευθύγραμμη κίνηση και η ταχύτητά του μεταβάλλεται όπως φαίνεται στην εικόνα.



Να δικαιολογήσετε γιατί η κίνηση δεν είναι ομαλά επιταχυνόμενη. Σε ποια από τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 η επιτάχυνση του αυτοκινήτου είναι μεγαλύτερη;

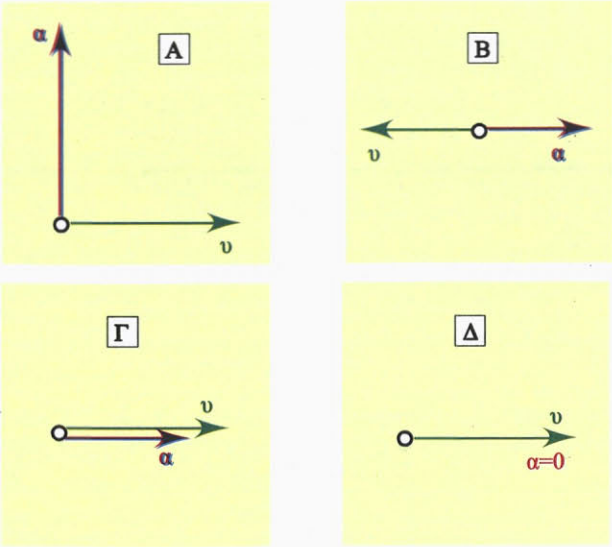
28. Ένα κινητό κάνει ευθύγραμμη κίνηση και το διάστημα που διανύει μεταβάλλεται όπως στην εικόνα.



Σε ποια από τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 η ταχύτητα του κινητού είναι μεγαλύτερη;

Να δικαιολογήσετε γιατί η κίνησή του δεν είναι ομαλή.

29. Ποιο από τα διαγράμματα της εικόνας ανταποκρίνεται σε ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση;

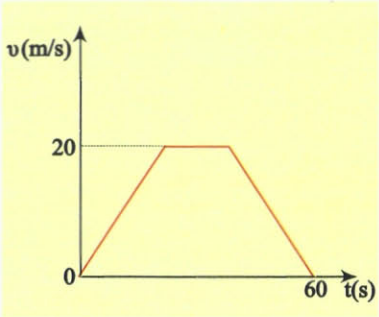


30. Στην εικόνα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, ενός αυτοκινήτου. Το εμβαδό του τραπεζίου αντιπροσωπεύει.

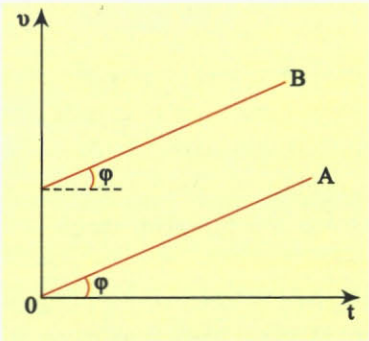
Α. Την ταχύτητα του αυτοκινήτου.

Β. Την επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

Γ. Το διανυόμενο διάστημα.
Δ. Δεν αντιπροσωπεύει τίποτα από αυτά.



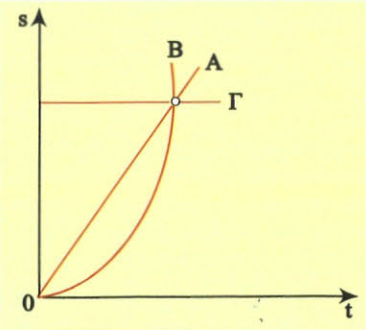
31. Στην εικόνα φαίνονται τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου για δύο δρομείς που κινούνται ευθύγραμμα.



Με ποια από τις παρακάτω προτάσεις συμφωνείτε;

Α. Οι δύο δρομείς κινούνται με την ίδια επιτάχυνση.
Β. Οι δύο δρομείς κινούνται με την ίδια ταχύτητα.
Γ. Οι δύο δρομείς κινούνται ο ένας δίπλα στον άλλο.
Δ. Στον ίδιο χρόνο διανύουν ίσες αποστάσεις.

32. Στην εικόνα φαίνονται τα διαγράμματα διαστήματος - χρόνου για τρία σώματα Α, Β και Γ που κινούνται ευθύγραμμα. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;



Α. Το σώμα Α κινείται με σταθερή επιτάχυνση, το σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα και το Γ είναι σταματημένο.
Β. Το σώμα Α κινείται με σταθερή ταχύτητα, το σώμα Β με σταθερή επιτάχυνση και το σώμα Γ είναι σταματημένο.
Γ. Το σώμα Α κινείται με σταθερή επιτάχυνση το σώμα Β είναι σταματημένο και το σώμα Γ με σταθερή ταχύτητα.

33. Το ταχύμετρο ενός αυτοκινήτου δείχνει:

Α. Την τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας.
Β. Την τιμή της μέσης ταχύτητας.
Γ. Την ταχύτητα του αυτοκινήτου σε τιμή και κατεύθυνση.
Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

34. Ο χιλιομετρητής ενός αυτοκινήτου δείχνει 24.532km. Η ένδειξη αυτή αντιπροσωπεύει.

Α. Τη συνολική μετατόπιση του αυτοκινήτου.
Β. Το συνολικό διάστημα που έχει διανύσει το αυτοκίνητο.
Γ. Κατά μέσο όρο τη μετατόπιση του αυτοκινήτου.
Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

35. Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη με τις μονάδες τους:

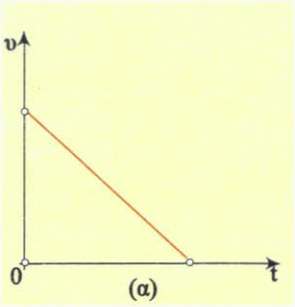
χρόνος	m/s^2
ταχύτητα	s
μετατόπιση	m/s
επιτάχυνση	m

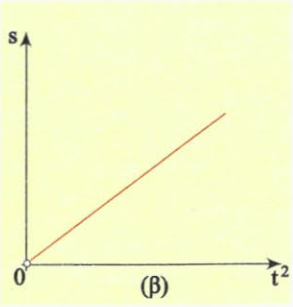
36. Να κατατάξετε τα παρακάτω φυσικά μεγέθη σε μονόμετρα και διανυσματικά.
Χρόνος, ταχύτητα, μετατόπιση, επιτάχυνση, διάστημα.

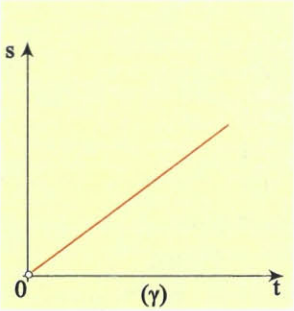
37. Να αντιστοιχίσετε τα είδη κινήσεων με τα διαγράμματα.

ευθύγραμμη ομαλή.....

ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.....
ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.....







38. Ένα αυτοκίνητο προσπερνά ένα άλλο. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα δύο αυτοκίνητα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο:

Α. Η ταχύτητα του ενός είναι ίση με την ταχύτητα του άλλου.

Β. Οι ταχύτητές τους είναι διαφορετικές.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

39. Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου φρενάρει όταν βλέπει να ανάβει το πορτοκαλί φως στο σηματοδότη ενός δρόμου:

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν αντίθετη φορά.

Β. Η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν την ίδια φορά.

Γ. Η επιτάχυνση έχει ίδια φορά με τη μεταβολή της ταχύτητας.

Δ. Η επιτάχυνση έχει αντίθετη φορά με τη μεταβολή της ταχύτητας.

40. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις αν είναι σωστές (Σ), ή λανθασμένες (Λ).

- Τη χρονική στιγμή που ξεκινά ένα ποδήλατο η ταχύτητά του είναι μηδέν.
- Τη χρονική στιγμή που ξεκινά ένα ποδήλατο η επιτάχυνσή του είναι μηδέν.
- Η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν την ίδια διεύθυνση στην ευθύγραμμη κίνηση.
- Η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν πάντοτε την ίδια φορά στην ευθύγραμμη κίνηση.

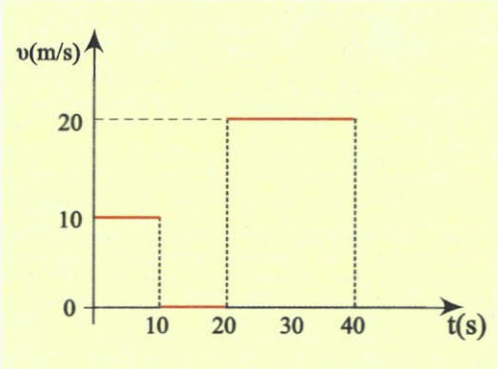
41. Να περιγράψετε ένα τουλάχιστον τρόπο, με τον οποίο μπορείτε να διαπιστώσετε το είδος της κίνησης ενός ποδηλάτου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα αυτοκίνητο διανύει απόσταση 120m σε χρόνο 4s με σταθερή ταχύτητα. Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας του αυτοκινήτου και να κάνετε τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου και διαστήματος - χρόνου.

2. Μια ατμομηχανή έχει μήκος ℓ=20m, κινείται με ταχύτητα υ = 10m/s και περνά μια γέφυρα μήκους s = 1.980 m. Για πόσο χρόνο θα βρίσκεται τμήμα της ατμομηχανής πάνω στη γέφυρα;

3. Όχημα κάνει ευθύγραμμη κίνηση και το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου φαίνεται στην εικόνα.



Α. Να βρεθεί το συνολικό διάστημα που διανύει το όχημα.

Β. Ποια είναι η τιμή της μέσης ταχύτητας του οχήματος;

Γ. Να γίνει το διάγραμμα διαστήματος - χρόνου.

4. Δύο αυτοκίνητα ξεκινάνε ταυτόχρονα από τα σημεία Α και Β μιας ευθύγραμμης διαδρομής κινούμενα αντίθετα με σταθερές ταχύτητες υ_1 =36km/h και υ_2 =54km/h αντίστοιχα.

Α. Να βρεθεί μετά από πόσο χρόνο και σε ποιο σημείο θα συναντηθούν τα αυτοκίνητα, αν είναι ΑΒ = 1km.

Β. Να γίνουν τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου και διαστήματος χρόνου και για τα δύο κινητά σε κοινά συστήματα αξόνων.

5. Περιπολικό αρχίζει να καταδιώκει μοτοσυκλετιστή που βρίσκεται σε απόσταση d=500m μπροστά από το περιπολικό. Το περιπολικό έχει σταθερή ταχύτητα υ_π =30m/s, ενώ ο μοτοσυκλετιστής κινείται με σταθερή ταχύτητα υ_M =20m/s.

Να βρεθούν:

Α. Ο χρόνος t που απαιτείται για να φτάσει το περιπολικό τον μοτοσυκλετιστή.

Β. Το διάστημα που θα διανύσει το περιπολικό στο χρόνο αυτό.

6. Η εξίσωση κίνησης ενός ποδηλάτη που κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά είναι:

x=10t (x σε m, t σε s).

Να γίνει το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για την κίνηση αυτή, από t=0 μέχρι t=5s.

Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε ο ποδηλάτης σε 5s.

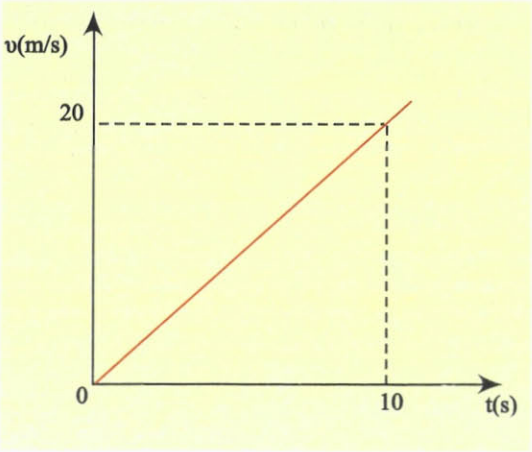
7. Ένας μοτοσυκλετιστής ξεκινά από την ηρεμία και κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση 2m/s^2.

Να υπολογιστούν:

Α. Η ταχύτητά του μετά από 15s.

Β. Η απόσταση που διάνυσε στο χρόνο αυτό.

8. Στην εικόνα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για ένα κινητό που κάνει ευθύγραμμη κίνηση.

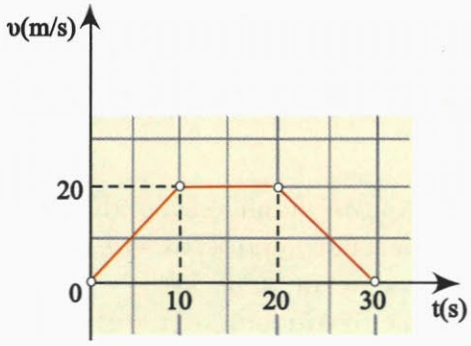


Να υπολογίσετε:

A. Το διάστημα που διάνυσε το κινητό σε χρόνο 10s.

B. Το διάστημα που διάνυσε το κινητό στο 2° δευτερόλεπτο της κίνησής του.

9. Η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο, στα πρώτα 30s της κίνησής του δίνεται από το διάγραμμα της εικόνας.



Να υπολογιστούν:

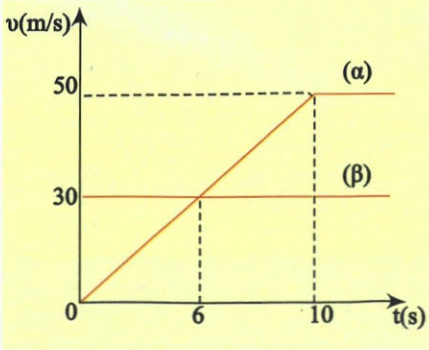
A. Το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κινητό.

B. Η τιμή της μέσης ταχύτητας του κινητού.

10. Η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου σε μια ευθύγραμμη κίνηση δίνεται από τη σχέση $\upsilon=8+2t$ (υ σε m/s, t σε s).

Να βρείτε το διάστημα που διάνυσε το αυτοκίνητο από τη χρονική στιγμή 2s μέχρι τη χρονική στιγμή 4s.

***11.** Δύο κινητά βρίσκονται στο ίδιο σημείο ευθύγραμμου δρόμου και ξεκινούν ταυτόχρονα. Στο διάγραμμα της εικόνας φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας - χρόνου για τα δύο αυτά κινητά.



Να υπολογιστούν:

A. Σε ποια χρονική στιγμή η ταχύτητα των κινητών έχει την ίδια τιμή;

B. Στα 10s πόσα m προηγείται το κινητό β του κινητού α;

Γ. Σε ποια χρονική στιγμή συναντώνται τα κινητά;

12. Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Για να περάσει από δύο σημεία A και B που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d=200m χρειάζεται χρόνο 10s. Αν η ταχύτητα του αυτοκινήτου τη στιγμή που περνά από το σημείο B είναι $\upsilon_B=30$m/s να βρεθούν:

A. η ταχύτητά του όταν περνά από το σημείο A και

B. η επιτάχυνσή του.

***13.** Αυτοκίνητο κινείται σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0=72$km/h. Ξαφνικά σε απόσταση 50m ο οδηγός βλέπει εμπόδιο. Ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού είναι $t_1=0,7$s (ο χρόνος από τη στιγμή που βλέπει το εμπόδιο μέχρι να πατήσει το φρένο).

Να εξετάσετε αν αποφεύγεται η σύγκρουση του αυτοκινήτου με το εμπόδιο. Η επιβράδυνση που προκαλούν τα φρένα είναι 10m/s^2.

14. Τρένο μήκους $\ell = 70$m περνά από γέφυρα μήκους s=55m. Το τρένο έχει αρχική ταχύτητα $\upsilon_0=20$m/s και τη στιγμή που φτάνει στην γέφυρα αρχίζει να επιταχύνεται ομαλά με $\alpha=2$m/s^2.

Να βρείτε επί πόσο χρόνο βρίσκεται τμήμα του τρένου πάνω στη γέφυρα.

15. Οι εξισώσεις κίνησης δύο οχημάτων τα οποία κινούνται κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα Ox είναι:

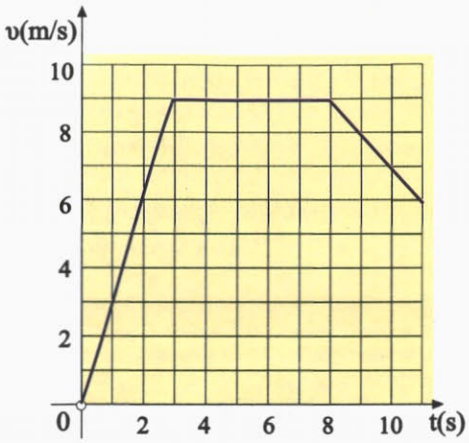
$x_1=10t$ και $x_2=4t^2$ στο S.I.

A. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που τα κινητά συναντώνται.

B. Να κατασκευάσετε τα διαγράμματα, ταχύτητας - χρόνου και διαστήματος - χρόνου.

16. Η κίνηση ενός δρομέα δίνεται προσεγγιστικά από το παρακάτω διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.

διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.



Να υπολογίσετε:

Α. Τη μέση ταχύτητα του δρομέα και

Β. Την επιτάχυνσή του, όπου η κίνηση είναι μεταβαλλόμενη.

17. Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_0 = 10m/s$ και ο οδηγός κάνοντας χρήση των φρένων προκαλεί στο αυτοκίνητο σταθερή επιβράδυνση $\alpha = 2m/s^2$.

Α. Μετά από πόσο χρόνο η ταχύτητα του αυτοκινήτου θα υποδιπλασιαστεί και πόσο διάστημα θα έχει διανύσει στο χρόνο αυτό;

Β. Για πόσο χρόνο θα κινηθεί το αυτοκίνητο με τη σταθερή αυτή επιβράδυνση και πόσο διάστημα θα διανύσει;

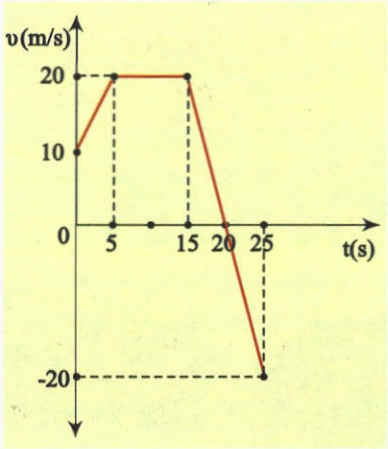
***18.** Ένα αυτοκίνητο και μια μοτοσυκλέτα είναι ακίνητα στην αρχή μιας αγωνιστικής πίστας. Το αυτοκίνητο ξεκινάει κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_1 = 1,6m/s^2$ και 4 δευτερόλεπτα κατόπιν, ξεκινάει ο μοτοσυκλετιστής ο οποίος καταδιώκει το αυτοκίνητο με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_2 = 2,5m/s^2$.

Α. Μετά από πόσο χρόνο, από το ξεκίνημα του αυτοκινήτου, ο μοτοσυκλετιστής θα φτάσει το αυτοκίνητο και τι διάστημα θα έχουν διανύσει μέχρι τότε;

Β. Πόση είναι η ταχύτητα κάθε οχήματος τη στιγμή της συνάντησης και πόση η μέση ταχύτητα με την οποία κινήθηκε μέχρι τότε το αυτοκίνητο;

Γ. Να κάνετε για το αυτοκίνητο τα διαγράμματα $\upsilon = f(t)$ και $s = f(t)$.

19. Στο διάγραμμα αποδίδεται γραφικά η ταχύτητα ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο.



Α. Να περιγράψετε την κίνηση του κινητού έως τη χρονική στιγμή 25s.

Β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνσή του, από τη χρονική στιγμή μηδέν έως τη χρονική στιγμή 5s.

Γ. Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το κινητό και τη μετατόπισή του για τα 25s της κίνησής του.

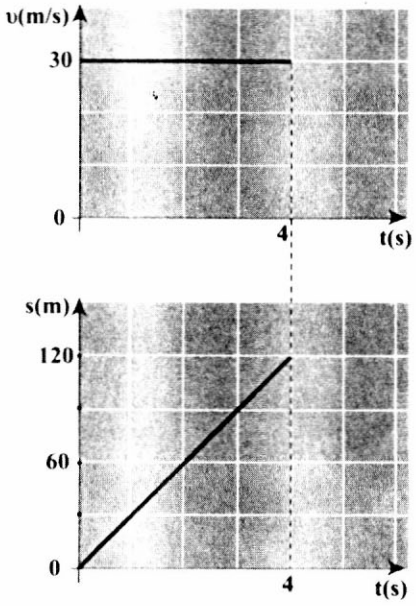
Δ. Να βρείτε τη μέση ταχύτητα του κινητού στη διάρκεια των 25s.

Κεφάλαιο 1.1

1. Επειδή η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ομαλή, ισχύει:

$$\upsilon = \frac{s}{t} \text{ ή } \upsilon = \frac{120}{4} m/s \text{ ή } \upsilon = 30 m/s.$$

Για τα αντίστοιχα διαγράμματα έχουμε:



2. Το τρένο βρίσκεται πάνω στη γέφυρα για χρόνο t, ο οποίος είναι:

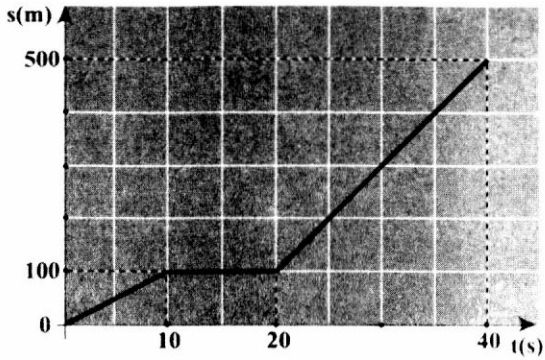
$$\upsilon = \frac{s + \ell}{t} \text{ ή } t = \frac{s + \ell}{\upsilon} \text{ ή } t = \frac{1.980 + 20}{10} s \text{ ή } t = 200s$$

3. Α. Το ζητούμενο διάστημα υπολογίζεται από το άθροισμα των αντίστοιχων εμβαδών:

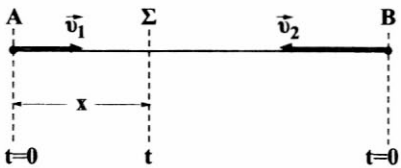
$S = E_1 + E_2$ ή $S = 10 \cdot 10m + 20 \cdot 20m$ ή $S = 500m$.

Β. $\bar{\upsilon} = \frac{s}{t}$ ή $\bar{\upsilon} = \frac{50}{4}$ ή $\bar{\upsilon} = 12{,}5m$

Γ.



4. Α.



Αυτοκίνητο (Α): $\upsilon_1 = \dfrac{x}{t}$ ή $x = \upsilon_1 t$ (1)

Αυτοκίνητο (Β): $\upsilon_2 = \dfrac{s - x}{t}$ ή $s - x = \upsilon_2 t$ (2)

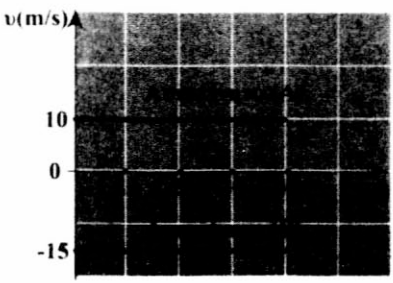
Προσθέτω κατά μέλη τις (1) και (2) και βρίσκω:

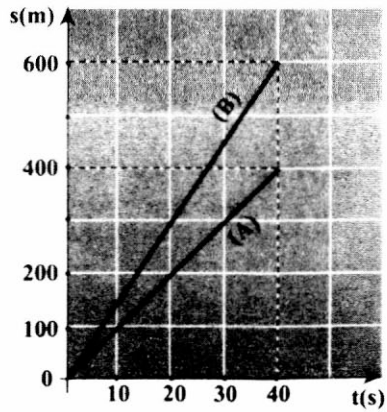
$\cancel{x} + s - \cancel{x} = \upsilon_1 t + \upsilon_2 t$ ή $s = (\upsilon_1 + \upsilon_2)t$ ή $t = \dfrac{s}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = \dfrac{1.000}{10 + 15}$ s ή $t = 40$s

Η συνάντηση των δύο αυτοκινήτων γίνεται στο σημείο Σ_1 που απέχει από το Α απόσταση x για την οποία ισχύει:

$x = \upsilon_1 t$ ή $x = 10 \cdot 40$m ή $x = 400$m.

Β. Τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:



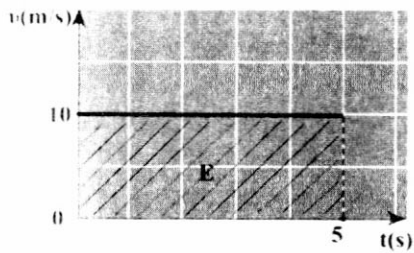


5. Α. Αν ο ζητούμενος χρόνος είναι t, ο μοτοσυκλετιστής και το περιπολικό διανύουν μέχρι την συνάντησή τους διάστημα: $S_\pi = \upsilon_\pi t$ και $S_\mu = \upsilon_\mu t$ αντίστοιχα.
Με την αφαίρεση των σχέσεων αυτών κατά μέλη έχω:
$S\pi - S\mu = (\upsilon\pi - \upsilon\mu)t$ ή $d = (\upsilon\pi - \upsilon\mu)t$

$$\text{ή } t = \frac{d}{\upsilon_\pi - \upsilon_\mu} = \frac{500}{30-20}\,s \text{ ή } t = 50s$$

Β. Το ζητούμενο διάστημα είναι: $S_\pi = \upsilon_\pi t = 30 \cdot 50m$ ή $S_\pi = 1.500m$.

6. Από τη σύγκριση της σχέσης $x = 10t$ με την εξίσωση της κίνησης $x = \upsilon t$ της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, συμπεραίνουμε ότι ο ποδηλάτης κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα $\upsilon = 10m/s$.
Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με: $s = \upsilon t = 10 \cdot 5m$ ή $s = 50m$, δηλαδή ίσο με το αντίστοιχο εμβαδόν Ε.

7. Α. Η αρχική ταχύτητα είναι $\upsilon_0 = 0$ και έτσι ισχύει:
$\upsilon = \alpha t$ ή $\upsilon = 2 \cdot 15m/s$ ή $\upsilon = 30m/s$.
Β. Η απόσταση που διανύει ο μοτοσυκλετιστής είναι:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 15^2 m \text{ ή } s = 225m.$$

8. Α. Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με το αντίστοιχο εμβαδό.

$$\text{Δηλαδή: } s = E = \frac{1}{2} 10 \cdot 20m \text{ ή } s = 100m.$$

Β. Από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, χωρίς αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{20}{10} m/s^2 \text{ ή } \alpha = 2m/s^2.$$

Έτσι το ζητούμενο διάστημα s, είναι:

$$s = s_2 - s_1 = \frac{1}{2}\alpha t_2^2 - \frac{1}{2}\alpha t_1^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2^2 m - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1^2 m \quad \text{ή } s = 3m.$$

9. Α. Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με το εμβαδόν του τραπεζίου. Δηλαδή: $s = \frac{30+10}{2}\cdot 20m$ ή $s = 400m$.

Β. Η μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ είναι: $\bar{\upsilon} = \frac{s}{t} = \frac{400}{30} m/s$ ή $\bar{\upsilon} = \frac{40}{3} m/s$.

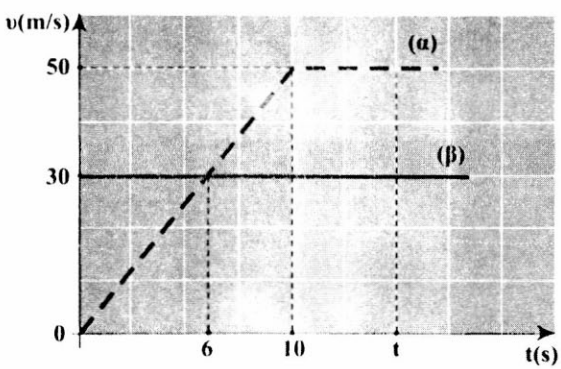
10. Από τη σύγκριση της σχέσης $\upsilon = 8+2t$ με την εξίσωση $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$, συμπεραίνουμε ότι η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγρμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 8m/s$ και επιτάχυνση $\alpha = 2m/s^2$. Έτσι για το ζητούμενο διάστημα έχουμε:

$$s = s_4 - s_2 = \upsilon_0 t_4 + \frac{1}{2}\alpha t_4^2 - \upsilon_0 t_2 - \frac{1}{2}\alpha t_2^2$$

$$\text{ή } s = \upsilon_0(t_4 - t_2) + \frac{1}{2}\alpha(t_4^2 - t_2^2) \quad \text{ή } s = \left(8(4-2) + \frac{1}{2}\cdot 2(16-4)\right)m$$

$$\text{ή } s = 28m$$

11.



Α. Η κοινή ταχύτητα προσδιορίζεται ως το σημείο τομής των δύο γραφικών παραστάσεων $\upsilon = \upsilon(t)$ για τα δύο κινητά. Έτσι βλέπουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 6s$ η κοινή ταχύτητα των δύο κινητών είναι $\upsilon = 30m/s$.

Β. Το διάστημα που διένυσε το κινητό (α) σε 10s δίνεται και από το εμβαδόν του αντίστοιχου τριγώνου.

Δηλαδή: $s_1 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 50m$ ή $s_1 = 250m$.

Αντίστοιχα το διάστημα που διένυσε το κινητό (β) σε 10s δίνεται και από το εμβαδόν του αντίστοιχου παραλληλόγραμμου.
Δηλαδή: $s_2 = 10 \cdot 30m$ ή $s_2 = 300m$.
Άρα το κινητό (β) προηγείται του κινητού (α) τη χρονική στιγμή $t = 10s$ κατά $s = 300m - 250m$ ή $s = 50m$.

Γ. Έστω t η χρονική στιγμή κατά την οποία συναντώνται τα δύο κινητά. Προφανώς τότε θα έχουν διανύσει ίσα διαστήματα, δηλαδή θα γίνει: $\frac{t + (t - 10)}{2} 50 = 30t$ ή $10t - 50 = 6t$ ή $t = 12{,}5s$.

12. Η κίνηση του αυτοκινήτου από το Α έως το Β είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα υ_A.
Έτσι θα ισχύει:

$\upsilon_B = \upsilon_A + \alpha t$ ή $30 = \upsilon_A + 10\alpha$ (α) και

$AB = \upsilon_A t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $200 = \upsilon_A \cdot 10 + \frac{1}{2}\alpha \cdot 100$ (β)

Οι εξισώσεις (α) και (β) αποτελούν σύστημα δύο εξισώσεων από την επίλυση του οποίου βρίσκονται η επιτάχυνση α και η ταχύτητα υ_A.
Η (α) μπορεί να γραφεί: $\upsilon_A = 30 - 10\alpha$ (γ)
και με αντικατάσταση στη (β) έχουμε:

$200 = (30 - 10\alpha)\, 10 + 50\alpha$ ή $\alpha = 2m/s^2$.

Αντικαθιστώντας την επιτάχυνση α στη σχέση (γ) βρίσκουμε:

$\upsilon_A = (30 - 10 \cdot 2)m/s$ ή $\upsilon_A = 10m/s$.

13. Το κινητό θα κινηθεί επί 0,7s με την ταχύτητα υ_0 που εκινείτο στην αρχή, διανύοντας διάστημα $s_1 = \upsilon_0 t_1 = 20.0{,}7m$ ή $s_1 = 14m$.
Έτσι μέχρι το εμπόδιο υπάρχει διάστημα $s = (50 - 14)m$ ή $s = 36m$.
Το διάστημα που θα διανύσει το αυτοκίνητο μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του μπορεί να είναι:

$$s_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} = \frac{20^2}{2 \cdot 10} m \text{ ή } s_{max} = 20m.$$

Επειδή $s_{max} < s$ θα αποφευχθεί η σύγκρουση του αυτοκινήτου με το εμπόδιο.

14. Για να περάσει ολόκληρο το τρένο πάνω από τη γέφυρα πρέπει να κινηθεί κατά $(\ell + s)m$. Το διάστημα αυτό το τρένο θα το διανύσει επιταχυνόμενο με επιτάχυνση $\alpha = 2m/s^2$, έχοντας αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 20m/s$. Έτσι θα ισχύει: $(\ell + s) = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $70 + 55 = 20t + \frac{1}{2} \cdot 2t^2$.

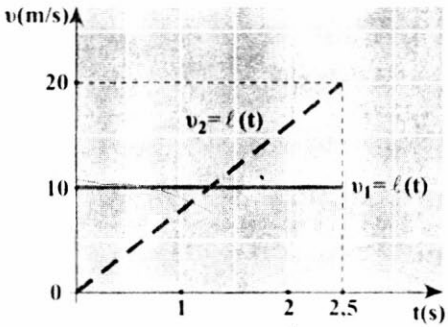
Από την επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης βρίσκουμε $t_1 = -25s$ που απορρίπτεται και $t_2 = 5s$ που είναι η δεκτή λύση.

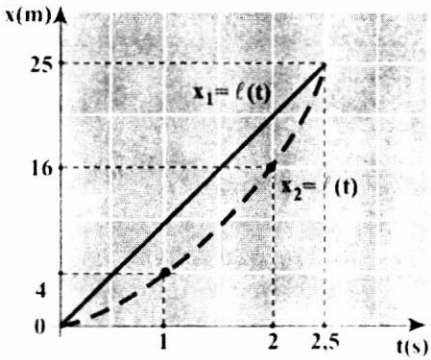
15. Α. Όταν τα κινητά συναντηθούν θα έχουν διανύσει ίσα διαστήματα.

Δηλαδή: $x_1 = x_2$ ή $10t = 4t^2$ ή $4t = 10$ ή $t = 2,5s$.

Β. Από τις εξισώσεις κίνησης συμπεραίνουμε ότι το πρώτο όχημα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1 = 10m/s$, ενώ το δέντρο ομαλά επιταχυνόμενη με $\upsilon_0 = 0$ και $\alpha = 8m/s^2$.

Έτσι τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:





16. Α. Στη διάρκεια των 11s ο δρομέας διανύει διάστημα

$$S_{ολ} = \left(\frac{1}{2}3 \cdot 9 + 5 \cdot 9 + \frac{9+6}{2} \cdot 3\right)m \text{ ή } S_{ολ} = 81m.$$

Έτσι η μέση ταχύτητα του είναι:

$$\bar{\upsilon} = \frac{S_{ολ}}{t} = \frac{81}{11} m/s \text{ ή } \bar{\upsilon} = 7,36m/s.$$

Β. Για τα πρώτα 3s ο δρομέας επιταχύνεται με επιτάχυνση

$\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{9-0}{3} m/s^2$ ή $\alpha_1 = 3m/s^2$, ενώ τα τελευταία 3s επιβραδύνεται με επιβράδυνση $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{3}{3} m/s^2$ ή $\alpha_2 = 1m/s^2$.

17. Α. Από τις εξισώσεις της επιβραδυνόμενης κίνησης έχουμε:

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t \text{ ή } \frac{\upsilon_0}{2} = \upsilon_0 - \alpha t \text{ ή } 5 = 10 - 2t \text{ ή } t = 2,5s$$

και $s = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $s = \left(10 \cdot 2{,}5 - \frac{1}{2} 2 \cdot 2{,}5^2\right)m$ ή $s = 18{,}75m$.

Β. Από τη σχέση $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$ θέτοντας $\upsilon = 0$ βρίσκουμε για το ζητούμενο χρόνο: $0 = \upsilon_0 - \alpha t$ ή $t = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{10}{2} s$ ή $t = 5s$.

Για το ζητούμενο διάστημα (μέγιστο) έχουμε:

$s_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} = \frac{10^2}{2 \cdot 2} m$ ή $s_{max} = 25m$.

18. Α. Αν μέχρι τη συνάντηση το αυτοκίνητο κινήθηκε κατά ts, ο μοτοσυκλετιστής χρειάστηκε για να το φτάσει χρόνο (t - 4)s διανύοντας προφανώς το ίδιο διάστημα. Έτσι έχουμε:

$s_\alpha = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2$ και $s_\mu = \frac{1}{2}\alpha_2 (t-4)^2$.

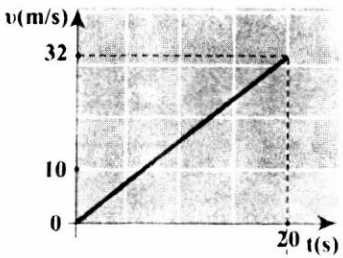
Αλλά $s_\alpha = s_\mu$, δηλαδή:

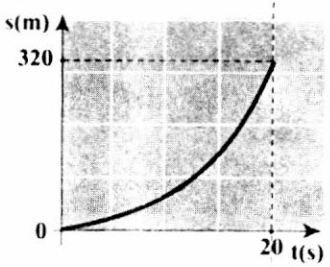
$\frac{1}{2}\alpha_1 t^2 = \frac{1}{2}\alpha_2 (t-4)^2$ ή $1{,}6t^2 = 2{,}5\left(t^2 + 16 - 8t\right)$ από την επίλυση της οποίας βρίσκουμε για το ζητούμενο χρόνο $t = 20s$ και $\frac{4}{1{,}8} s$ που απορρίπτεται ως μικρότερος του 4s. Επίσης

$s = s_\mu = s_\alpha = \frac{1}{2} 1{,}6 \cdot 20^2 m$ ή $s = 320m$.

Β. Για τις ταχύτητες του αυτοκινήτου και του μοτοσυκλετιστή έχουμε: $\upsilon_\alpha = \alpha_1 t = 1{,}6 \cdot 20 m/s$ ή $\upsilon_\alpha = 32 m/s$ και $\upsilon_\mu = \alpha_2 (t - 4) = 2{,}5 (20 - 4) m/s$ ή $\upsilon_\mu = 40 m/s$. Για τη ζητούμενη μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ του αυτοκινήτου έχουμε: $\bar{\upsilon} = \frac{s}{t} = \frac{320}{20} m/s$ ή $\bar{\upsilon} = 16 m/s$.

Γ. Τα διαγράμματα $\upsilon = f(t)$ και $s = f(t)$ είναι:





19. Α. Στο χρονικό διάστημα: $0 \le t \le 5s$ η κίνηση που εκτελεί το κινητό είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 10m/s$.

Στο χρονικό διάστημα: $5s < t \le 15s$ η κίνηση είναι ομαλή με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 20m/s$.

Στο χρονικό διάστημα: $15s < t \le 20s$ η κίνηση που εκτελεί το κινητό είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 4m/s^2$ μέχρι μηδενισμού της ταχύτητάς του.

Κατόπιν το κινητό αλλάζει φορά κίνησης και επιταχύνεται με την ίδια επιτάχυνση $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 4m/s^2$.

Β. Η επιτάχυνση του κινητού στο χρονικό διάστημα $0 \le t \le 5s$ είναι:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_A}{t_1 - t_A} = \frac{20-10}{5-0} m/s^2 = 2m/s^2.$$

Γ. Το διάστημα που διανύει το κινητό προσδιορίζεται από το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραφική παράσταση και τον άξονα των χρόνων.

$$s = \left(\frac{10+20}{2} \cdot 5 + 10 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 20\right)m = (75 + 200 + 50 + 50)m = 375m$$

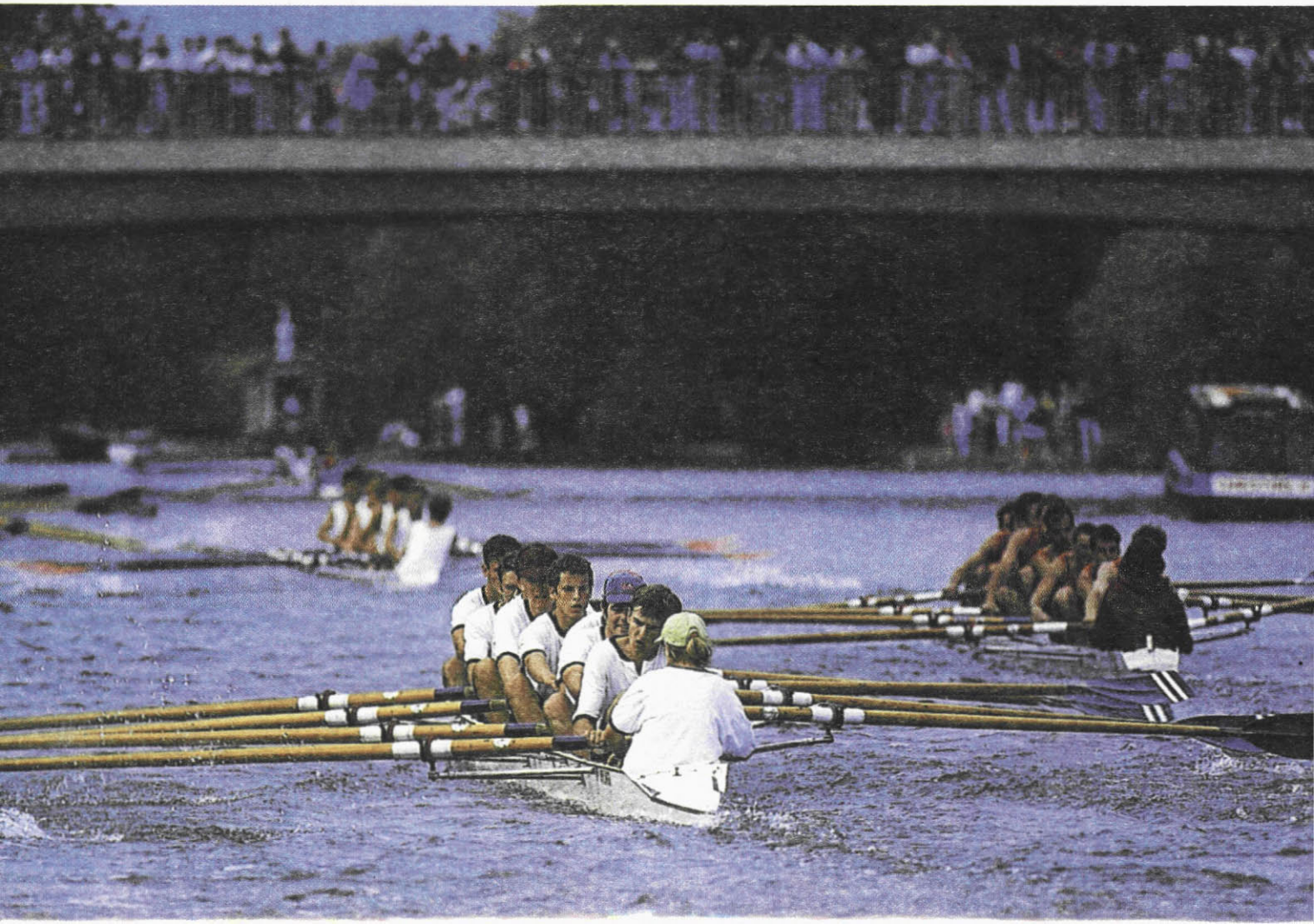
Η μετακίνηση του κινητού είναι:

$\Delta x = (75 + 200 + 50 - 50)m$ ή $\Delta x = 25m$.

Προσέξτε τη διαφορά μεταξύ του διαστήματος και της μετακίνησης.

Δ. Η μέση ταχύτητα του κινητού είναι: $\bar{\upsilon} = \frac{s}{t} = \frac{375}{25} m/s$ ή $\bar{\upsilon} = 15m/s$.

1.2 Δυναμική σε μία διάσταση



Στο πρώτο κεφάλαιο αυτού του βιβλίου μάθαμε να περιγράφουμε απλές κινήσεις διαφόρων σωμάτων. Έτσι παραδείγματος χάρη, μάθαμε να υπολογίζουμε την ταχύτητα που πρέπει να έχει ένα αυτοκίνητο για να διατρέξει μια απόσταση, σε συγκεκριμένο χρόνο ή πόσο χρόνο χρειάζεται ένας δρομέας για να διανύσει τα 100m, αν θεωρήσουμε την κίνησή του ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Όμως το να περιγράφουμε κινήσεις χωρίς ταυτόχρονα να γνωρίζουμε τις αιτίες που τις προκαλούν δεν είναι αρκετό, γιατί δε θα έχουμε πλήρη γνώση των φαινομένων. Έτσι δε θα μπορούμε να ελέγξουμε και να προβλέψουμε τις κινήσεις που μπορούν να εκτελέσουν τα σώματα. Τα ταξίδια στο διάστημα παραδείγματος χάρη, θα ήταν αδύνατο να πραγματοποιηθούν αν δε γνωρίζαμε λεπτομερώς πώς μπορούν να κινηθούν τα διαστημόπλοια.

Σ' αυτό και στο επόμενο κεφάλαιο, θα μελετήσουμε τις δυνάμεις που είναι τα αίτια που προκαλούν τις κινήσεις ή ακριβέστερα τις μεταβολές των κινήσεων των σωμάτων. Επίσης θα αναφερθούμε στο βάρος και τη μάζα των σωμάτων, στην ελεύθερη πτώση τους κ.τ.λ.

Η ενότητα της Φυσικής που μελετά τις δυνάμεις και τα αποτελέσματά τους, λέγεται **Δυναμική**.

Αρχικά θα μελετήσουμε τη σχέση της δύναμης με την κίνηση σε μια μόνο διάσταση, δηλαδή σε ευθεία γραμμή.

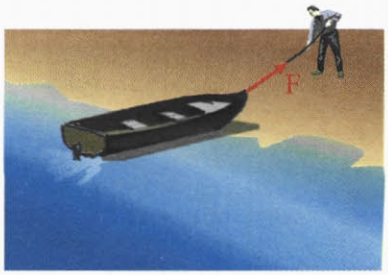
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.2.1 Η έννοια της δύναμης 75
Ένθετο: Ελαστική παραμόρφωση 76
1.2.2 Σύνθεση συγγραμικών δυνάμεων 77
1.2.3 Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα 82
1.2.4 Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ή Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής 84
1.2.5 Η έννοια του βάρους 87
1.2.6 Η έννοια της μάζας 87
Ένθετο: Η αδρανειακή μάζα αλλάζει 89
1.2.7 Η ελεύθερη πτώση των σωμάτων 89
1.2.8 Σύγχρονοι τρόποι μελέτης των κινήσεων 91
Ένθετο: Η πειραματική μέθοδος 93
Ένθετο: Μήκος φρεναρίσματος και απόσταση ασφαλείας 94
Ένθετο: Οι ζώνες ασφαλείας και οι αερόσακοι 96
Περίληψη 98
Ερωτήσεις 101
Ασκήσεις-Προβλήματα 107

1.2.1 Η έννοια της δύναμης

Όλοι οι άνθρωποι έχουν την εμπειρία της δύναμης. Ο καθένας μας έχει σπρώξει ή σύρει αντικείμενα. Για την ώθηση ή την έλξη αντικειμένων απαιτείται η άσκηση δύναμης (Εικ. 1.2.1).

Γενικότερα μια δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα είναι δυνατό να το παραμορφώσει, να το σταματήσει όταν κινείται, να το κινήσει όταν είναι ακίνητο ή να του αλλάξει την κίνηση όταν κινείται.

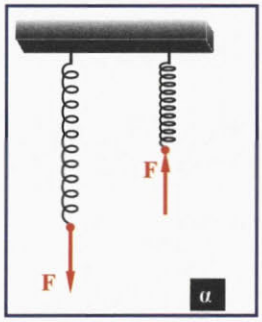


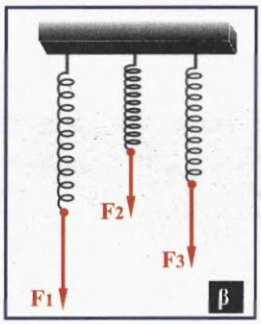
Εικόνα 1.2.1
Με τη δύναμη έλκουμε ή απωθούμε τα σώματα.

Είναι σημαντικό να τονίσουμε εξ' αρχής ότι για να ασκηθεί μια δύναμη σε ένα σώμα είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός δεύτερου σώματος, που είναι είτε σε επαφή είτε σε κάποια απόσταση από το πρώτο. Η δύναμη είναι αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο σωμάτων.

Πιο αναλυτικά όμως για το θέμα αυτό θα αναφερθούμε στις παραγράφους 1.3.1 και 1.3.2 του επόμενου κεφαλαίου.

Το αποτέλεσμα μιας δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα, εξαρτάται τόσο από την τιμή της όσο και από την κατεύθυνσή της. Στην εικόνα 1.2.2α φαίνονται δυνάμεις ίδιου μέτρου αλλά διαφορετικής φοράς, που προκαλούν συσπείρωση και επιμήκυνση του ίδιου ελατηρίου αντίστοιχα, ενώ στην εικόνα 1.2.2β δυνάμεις ίδιας κατεύθυνσης διαφορετικού μέτρου να προκαλούν διαφορετική επιμήκυνση του ίδιου ελατηρίου.

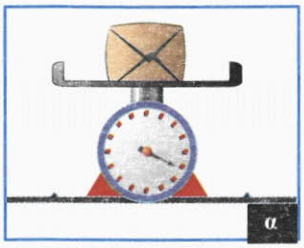




Εικόνα 1.2.2
Στην εικόνα α, οι δυνάμεις, παρόλο που έχουν το ίδιο μέτρο, προκαλούν διαφορετικά αποτελέσματα, γιατί έχουν διαφορετική φορά. Στην εικόνα β, δυνάμεις διαφορετικού μέτρου προκαλούν διαφορετικά αποτελέσματα.

Η δύναμη είναι **διανυσματικό μέγεθος** δηλαδή για τον προσδιορισμό της απαιτείται να γνωρίζουμε την κατεύθυνσή της (διεύθυνση και φορά) και την τιμή της. Η τιμή της δύναμης είναι το στοιχείο εκείνο που καθορίζει πόσο πολύ ή πόσο δυνατά η δύναμη σπρώχνει ή έλκει ένα σώμα.

Η μονάδα μέτρησης της δύναμης στο Διεθνές Σύστημα (S.I.) είναι το 1Newton (Νιούτον) ή **1N**. Η ονομασία προέρχεται από το όνομα του Νεύτωνα (Newton). Τον τρόπο με τον οποίο ορίζεται το 1N θα τον συναντήσουμε στη παράγραφο 1.2.4.



Εικόνα 1.2.3
α. Ζυγός ελατηρίου.
β. Δυναμόμετρο.

Μέτρηση της δύναμης

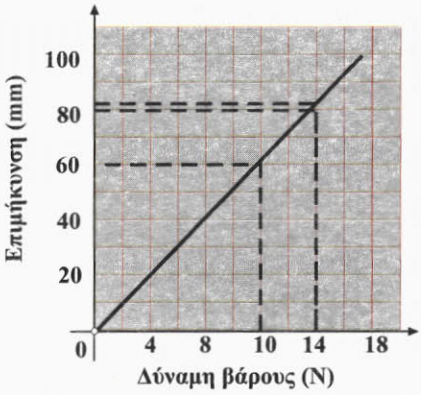
Μια δύναμη μπορεί να μετρηθεί με το ζυγό ελατηρίου (Εικ. 1.2.3α) ή με το δυναμόμετρο (Εικ. 1.2.3β).

Στο ζυγό με ελατήριο το ελατήριο είναι κλεισμένο για λόγους προστασίας μέσα σε κουτί και στο ένα άκρο του έχει στερεωμένο ένα δείκτη.

Η αρχή μέτρησης της δύναμης με τα παραπάνω όργανα στηρίζεται στην **ελαστική παραμόρφωση** που αυτή προκαλεί. Όταν από το ελατήριο κρεμάσουμε ένα σώμα, η επιμήκυνση εξαρτάται από το βάρος του σώματος αυτού. Διπλάσιο βάρος προκαλεί διπλάσια επιμήκυνση. Έτσι κρεμώντας διαφορετικά σώματα γνωστών βαρών και σημειώνοντας τις αντίστοιχες επιμηκύνσεις είναι δυνατό να βαθμολογήσουμε το ελατήριο και να κατασκευάσουμε ένα δυναμόμετρο.

Εφαρμογή

Μέτρηση δύναμης.



Δύο κορίτσια αγόρασαν ένα πεπόνι και θέλουν να το ζυγίσουν. Δεν έχουν ζυγαριά αλλά ένα ελατήριο και ένα πακέτο ζάχαρη του ενός kg. Η σακούλα με τη ζάχαρη επιμηκύνει το ελατήριο 60mm. Το πεπόνι προκαλεί μια επιμήκυνση 84mm. Πόσο είναι το βάρος του;

Η μάζα της ζάχαρης είναι 1kg. Οπότε το βάρος της (η δύναμη της βαρύτητας πάνω της) είναι 10N.

Αυτή τεντώνει το ελατήριο κατά 60mm, άρα μπορούμε να σχεδιάσουμε μία γραφική παράσταση της δύναμης που επιμηκύνει το ελατήριο σε συνάρτηση με την επιμήκυνση.

Από το διάγραμμα αυτό μπορεί να υπολογιστεί η δύναμη, όταν κρέμεται το πεπόνι από το ελατήριο, η οποία είναι 14N. (Αυτό σημαίνει ότι η μάζα είναι 1,4kg).

Ελαστική παραμόρφωση

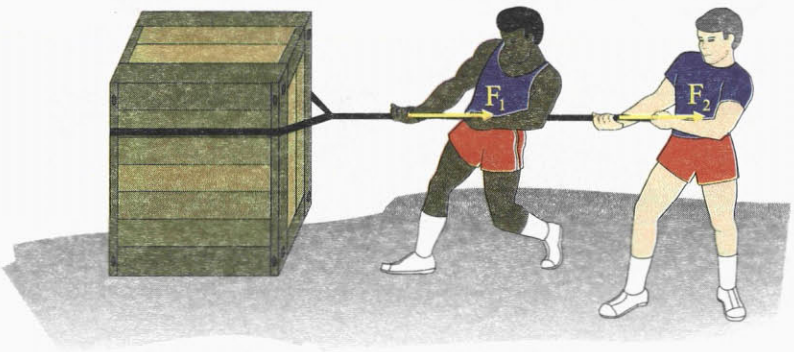
Η παραμόρφωση ενός σώματος λέγεται ελαστική όταν το σώμα επανέρχεται στην αρχική του μορφή, μόλις πάψει να ενεργεί σε αυτό η δύναμη που προκάλεσε την παραμόρφωσή του. Παραδείγματος χάρη, το κοντάρι του άλτη στη διπλανή εικόνα υφίσταται ελαστική παραμόρφωση.

Νόμος του Hooke.

Ο νόμος του Hooke διατυπώνεται ως εξής:
"Οι ελαστικές παραμορφώσεις είναι ανάλογες με τις δυνάμεις που τις προκάλεσαν".
Η μαθηματική έκφραση του νόμου του Hooke, για τα ελατήρια, είναι: $F=K\,x$.
Η σταθερά K ονομάζεται σταθερά του ελατηρίου και εξαρτάται από τη φύση και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ελατηρίου (μήκος, πάχος κ.λπ.) και x η μεταβολή του μήκους του.

1.2.2 Σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων

Στην εικόνα 1.2.4 φαίνεται ένα κιβώτιο που προσπαθούν να το κινήσουν δύο άνθρωποι με τη βοήθεια σχοινιού. Θα ήταν δυνατόν άραγε οι δύο δυνάμεις που ασκούν οι άνθρωποι, να αντικατασταθούν με μια δύναμη, την οποία θα ασκούσε ίσως ένα όχημα και η οποία να έφερνε το ίδιο αποτέλεσμα με αυτές; Η απάντηση είναι ναι.



Εικόνα 1.2.4
Οι δυνάμεις F_1 και F_2 μπορούν να αντικατασταθούν από μία δύναμη.

Γενικότερα, σε κάποιο σώμα που επενεργούν δύο ή περισσότερες δυνάμεις ταυτόχρονα, στο ίδιο σημείο του, υπάρχει μια δύναμη που μπορεί να αντικαταστήσει τις δυνάμεις αυτές και να επιφέρει το ίδιο αποτέλεσμα. Η δύναμη αυτή λέγεται **συνισταμένη** (πολλές φορές συμβολίζεται με ΣF) και οι δυνάμεις που αντικαθιστά λέγονται **συνιστώσες** της.

Τη διαδικασία που ακολουθούμε για τον προσδιορισμό της συνισταμένης δύναμης δύο ή περισσοτέρων δυνάμεων, που ενεργούν στο ίδιο σώμα, την ονομάζουμε **σύνθεση** δυνάμεων.

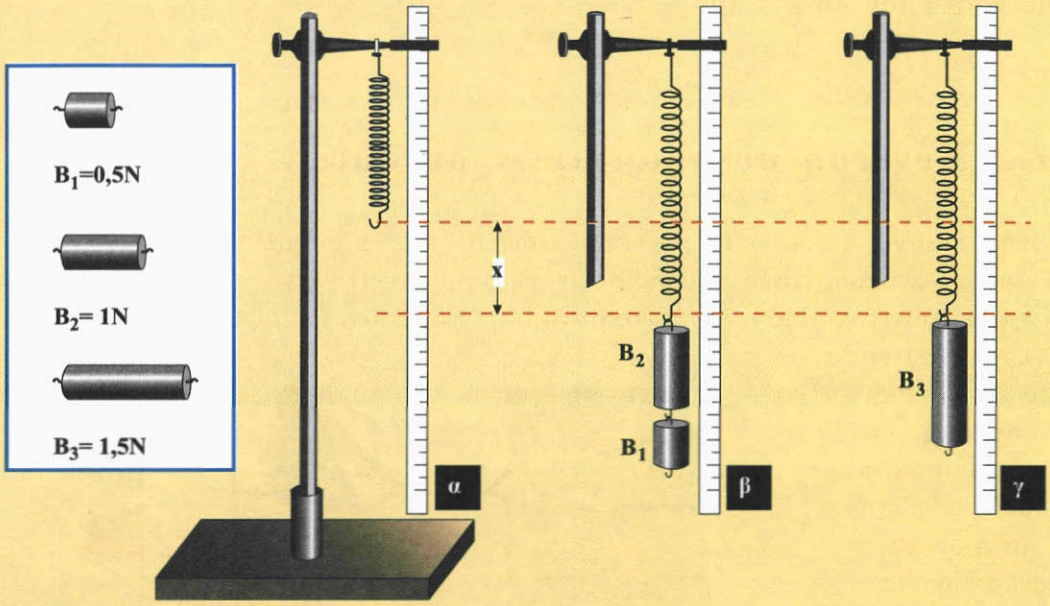
Επειδή η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος, οι δυνάμεις προστίθενται διανυσματικά. Στο κεφάλαιο αυτό θα δούμε πώς βρίσκεται η συνισταμένη συγγραμμικών δυνάμεων.

Δραστηριότητα

Σύνθεση δύο συγγραμμικών δυνάμεων.

α) Δυνάμεις της ίδιας κατεύθυνσης.

Πραγματοποιήστε τη διάταξη της εικόνας 1α. Κρεμάστε από το άκρο του ελατηρίου δύο βαρίδια με βάρη $B_1 = 0{,}5N$ και $B_2 = 1N$ (Εικ. 1β). Μετρήστε την επιμήκυνση του ελατηρίου.



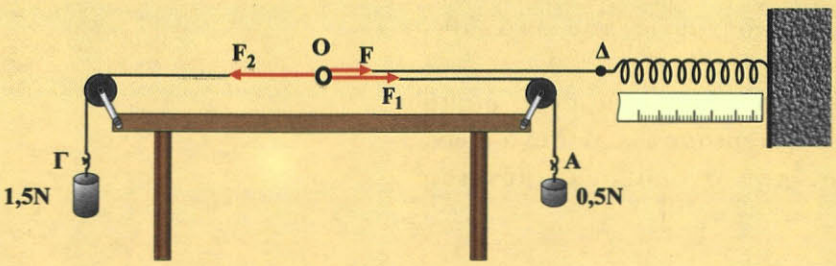
Εικόνα 1
Σύνθεση δύο δυνάμεων ίδιας κατεύθυνσης.

Αντικαταστήστε τα δύο βαρίδια με το βαρίδι B_3 που έχει βάρος 1,5N (Εικ. 1γ). Μετρήστε και πάλι την επιμήκυνση του ελατηρίου και συγκρίνετέ την με την προηγούμενη. Τι διαπιστώνετε; Τι συμπεραίνετε;

β) Δυνάμεις αντίθετης κατεύθυνσης.

Πραγματοποιήστε τη διάταξη της εικόνας 2α. Οι δύο τροχαλίες σε πλαίσιο είναι στερεωμένες στο τραπέζι με τη βοήθεια σφιγκτήρων. Τα τρία άκρα των τριών νημάτων είναι ενωμένα σε ένα σημείο (Ο).

Τα άλλα άκρα των νημάτων έχουν θηλειές για να προσαρμόζονται σ' αυτές δυναμόμετρο και βαρίδια.

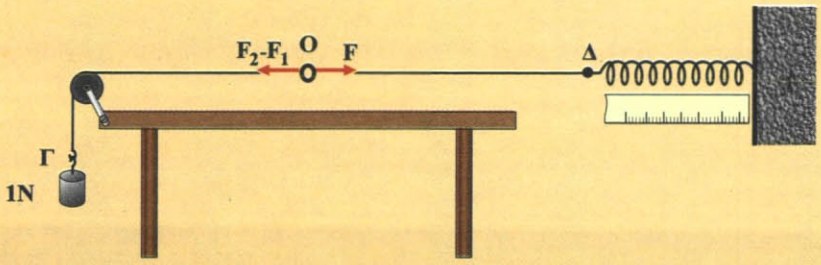


Εικόνα 2α
Σύνθεση δυνάμεων αντίθετης κατεύθυνσης.

Αναρτήστε από τις θηλειές Α και Γ δύο βαρίδια με βάρη 0,5N και 1,5N και ισορροπήστε το σημείο Ο τραβώντας το άκρο Δ με ελατήριο. Μετρήστε το μήκος του ελατηρίου.

Αφαιρέστε τα βαρίδια από τα άκρα Α και Γ και αναρτήστε στο Γ ένα βαρίδι, του οποίου το βάρος είναι ίσο με τη διαφορά των βαρών των δύο βαριδίων, δηλαδή 1N (Εικ. 2β). Μετρήστε πάλι το μήκος του ελατηρίου. Προκαλείται και στην περίπτωση αυτή η ίδια επιμήκυνση του ελατηρίου;

Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ F, F_2, F_1;



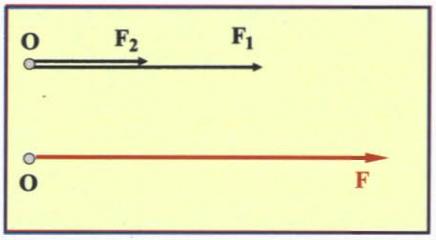
Εικόνα 2β

Από την παραπάνω δραστηριότητα προκύπτουν τα εξής:

1η) Περίπτωση: *Οι δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση.*

Αν δύο δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση η συνισταμένη τους (διανυσματικό άθροισμα) έχει τιμή ίση με το άθροισμα των τιμών των συνιστωσών δυνάμεων και φορά τη φορά τους (Εικ. 1.2.5).

$$F = F_1 + F_2 \qquad (1.2.1)$$

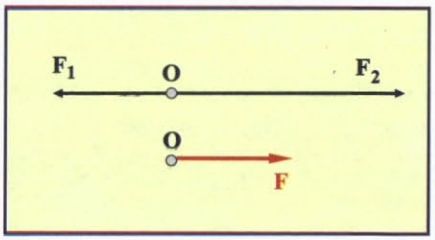


Εικόνα 1.2.5

2η) Περίπτωση: *Οι δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση.*

Η συνισταμένη δύο δυνάμεων που έχουν αντίθετη κατεύθυνση έχει τιμή ίση με τη διαφορά των τιμών των δυνάμεων και κατεύθυνση αυτή που αντιστοιχεί στη δύναμη με τη μεγαλύτερη τιμή (Εικ. 1.2.6):

$$F = F_2 - F_1 \qquad (1.2.2)$$



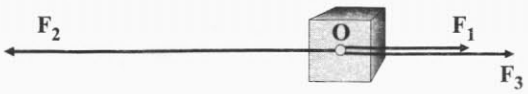
Εικόνα 1.2.6

Γενικότερα, για τη σύνθεση πολλών συγγραμμικών δυνάμεων που ασκούνται στο ίδιο σημείο ενός σώματος ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

Επιλέγουμε αυθαίρετα μια θετική φορά. Προσθέτουμε τα μέτρα των δυνάμεων με θετική φορά. Κατόπιν προσθέτουμε τα μέτρα των δυνάμεων με αρνητική φορά. Στη συνέχεια, αφαιρούμε από το άθροισμα των μέτρων των δυνάμεων με θετική φορά, το άθροισμα των μέτρων των δυνάμεων με αρνητική φορά. Αν το αποτέλεσμα είναι θετικός αριθμός η συνισταμένη έχει θετική φορά, ενώ αν είναι αρνητικός αριθμός η συνισταμένη έχει αρνητική φορά.

Παράδειγμα

Να βρεθεί η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σώμα όπως φαίνεται στην εικόνα. Δίνονται: $F_1 = 10N$, $F_2 = 25N$ και $F_3 = 12N$.

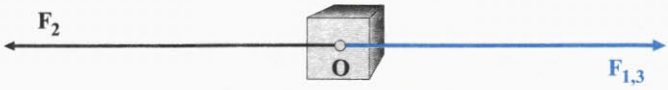


α΄ τρόπος.

Βρίσκουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων F_1 και F_3, που έχει μέτρο:

$$F_{1,3} = F_1 + F_3 \quad \text{ή}$$

$$F_{1,3} = 10N + 12N = 22N$$

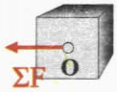


Η κατεύθυνση της δύναμης $F_{1,3}$ είναι ίδια με αυτή που έχουν οι δυνάμεις F_1 και F_3.

Βρίσκουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων $F_{1,3}$ και F_2, που έχει μέτρο:

$$\Sigma F = F_2 - F_{1,3} \quad \text{ή}$$

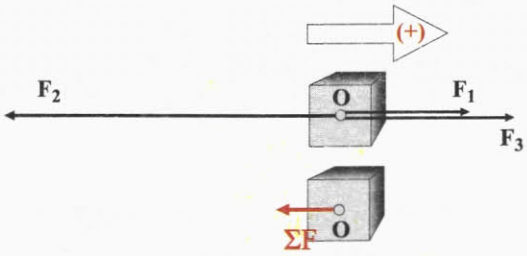
$$\Sigma F = 25N - 22N = 3N$$



Η κατεύθυνση της δύναμης F είναι ίδια με αυτή της δύναμης F_2.

β΄ τρόπος.

Μπορούμε να εργαστούμε και ως εξής:



Επιλέγουμε ως θετική φορά τη φορά της δύναμης F_1. Τότε η συνισταμένη ΣF θα ισούται:

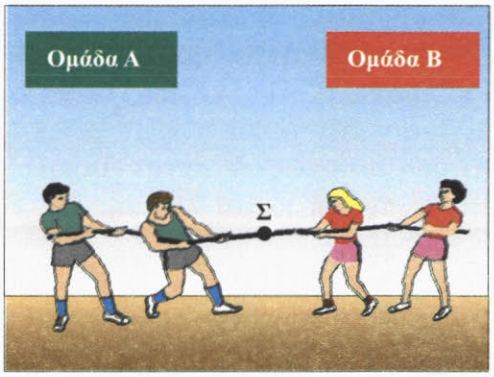
$$\Sigma F = F_1 - F_2 + F_3 \quad \text{ή}$$

$$\Sigma F = 10N - 25N + 12N \quad \text{ή} \quad \Sigma F = -3N.$$

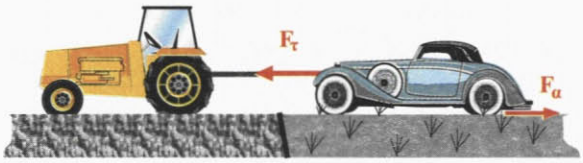
Η κατεύθυνση της δύναμης F είναι αντίθετη με τη φορά που επιλέξαμε ως θετική, δηλαδή έχει φορά ίδια με αυτή της δύναμης F_2.

Εφαρμογές

1) Δύο ομάδες παιδιών προσπαθούν να νικήσει η μία την άλλη στο παιγνίδι με το σχοινί (διελκυνστίδα). Παρόλο που στο σημείο Σ του σχοινιού ασκούνται δυνάμεις αυτό δε μετακινείται, διότι η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.



2) Το Ι.Χ. αυτοκίνητο "κόλλησε" στη λάσπη και το τρακτέρ προσπαθεί να το βγάλει. Είναι φανερό ότι αν το μέτρο της δύναμης F_τ, που ασκεί το τρακτέρ είναι μεγαλύτερη από το μέτρο της δύναμης F_α, το αυτοκίνητο θα απομακρυνθεί από τη λάσπη.

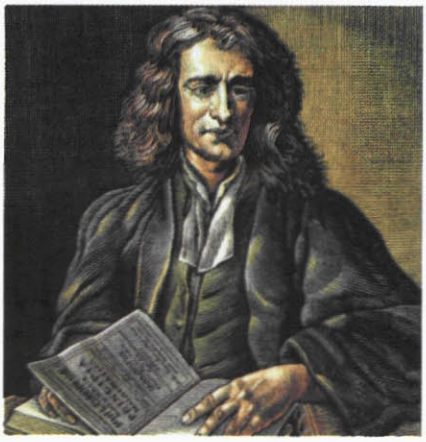


ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

Το 1687, ο Άγγλος Φυσικός και Μαθηματικός, Ισαάκ Νεύτων, δημοσίευσε τους νόμους της Μηχανικής, οι οποίοι διέπουν την κίνηση των σωμάτων και συσχετίζουν την κίνηση με τη δύναμη.

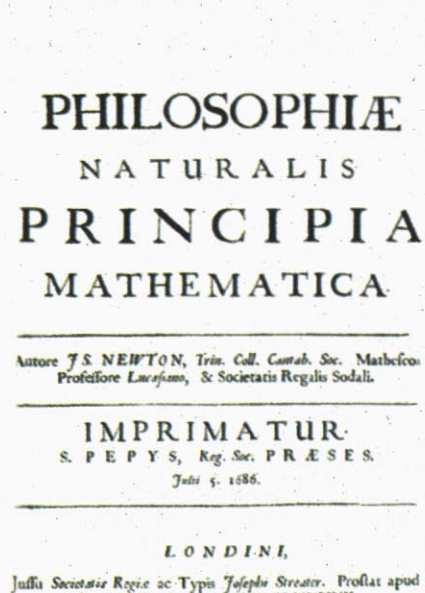
Οι νόμοι αυτοί ίσχυσαν αμετάβλητοι για περισσότερο από διακόσια χρόνια και επαληθεύτηκαν αναρίθμητες φορές. Η καθολική ισχύς τους αμφισβητήθηκε από τον Αϊνστάιν.

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τους δύο πρώτους νόμους του Νεύτωνα, ο τρίτος νόμος θα μελετηθεί στο επόμενο κεφάλαιο.



Isaac Newton (1642-1727).

1.2.3 Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA

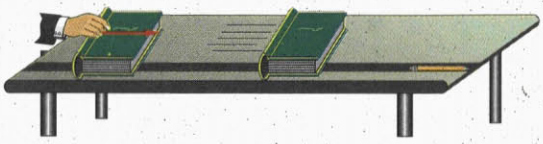
Autore JS NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

Στο βιβλίο με τίτλο "Philosophia Naturalis Principia Mathematica", ο Νεύτωνας παρουσίασε τις απόψεις του για τη δύναμη και την κίνηση. Η μετάφραση του τίτλου του βιβλίου στα Ελληνικά είναι: "Μαθηματικές απαρχές της φυσικής Φιλοσοφίας".

Δώσε μια ώθηση στο βιβλίο σου πάνω στο θρανίο, εικόνα 1.2.7, και παρατήρησε τι θα συμβεί. Είναι βέβαιο ότι πριν το κάνεις γνωρίζεις από την εμπειρία σου την απάντηση. Το βιβλίο θα διανύσει μικρή απόσταση και θα σταματήσει. Αυτή η εμπειρία οδήγησε στο συμπέρασμα που διατύπωσε ο Αριστοτέλης και ίσχυσε ως το Μεσαίωνα, ότι η φυσική κατάσταση των σωμάτων είναι η ακινησία. Κατά την άποψη αυτή όλα τα αντικείμενα κινούνται μόνο εάν κάποια δύναμη προκαλεί την κίνησή τους. Δηλαδή είναι αδύνατο να κινείται ένα σώμα χωρίς να υπάρχει κάποια δύναμη που να δρα διαρκώς σε αυτό. Παρόλο που η απάντηση φαίνεται με πρώτη ματιά λογική, δεν είναι επιστημονικά αποδεκτή.



Εικόνα 1.2.7

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σπρώχνεις το βιβλίο σου να γλιστρήσει πάνω σε ένα πολύ μεγάλο και πολύ καλά γυαλισμένο πάτωμα με την ίδια ώθηση. Το βιβλίο πάλι θα σταματήσει, αλλά αυτή τη φορά θα έχει κινηθεί για πολύ μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Φαντάσου τώρα ότι το πάτωμα γίνεται μια τεράστια επίπεδη και τόσο καλά γυαλισμένη επιφάνεια που οι τριβές να είναι ασήμαντες. Δεν μπορούμε άραγε να υποθέσουμε ότι σε τέτοιες συνθήκες το βιβλίο θα εκινείτο συνεχώς;

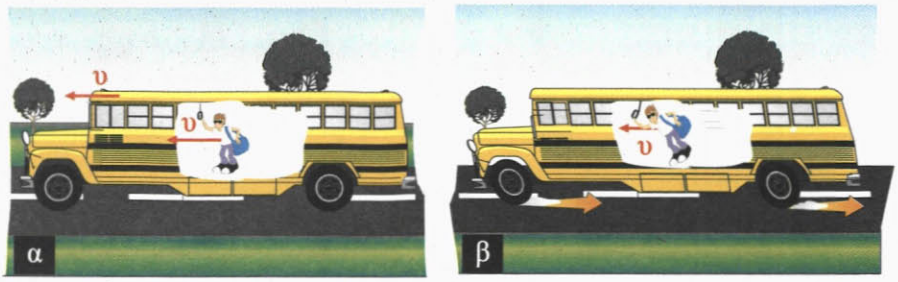
Ο Γαλιλαίος, ο οποίος ήταν ο πρώτος που έκανε τέτοια υποθετικά πειράματα, συμπέρανε ότι δεν οφείλεται στη φύση των σωμάτων να σταματάνε όταν τα θέσουμε σε κίνηση, αλλά τα σταματάει η τριβή. Αντιθέτως τα σώματα αντιστέκονται στη μεταβολή της ταχύτητάς τους. Η ιδιότητα που έχουν τα σώματα να αντιστέκονται στη μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης λέγεται **αδράνεια** ή **αδράνεια των σωμάτων** ή **αδράνεια της ύλης**.

Με την έκφραση "*μεταβολή της κινητικής κατάστασης*" εννοούμε το εξής:

Από κινητική άποψη ένα σώμα ή θα ηρεμεί ή θα κινείται. Αν ένα σώμα που αρχικά ηρεμεί τεθεί σε κίνηση η κινητική του κατάσταση μεταβάλλεται. Επίσης σ' ένα σώμα που κινείται, αν μεταβληθεί η ταχύτητά του τότε μεταβάλλεται και η κινητική του κατάσταση.

Ένα παράδειγμα που φαίνεται η αδράνεια των σωμάτων είναι το εξής: Ένα αυτοκίνητο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα φρενάρει ξαφνικά, οπότε οι επιβάτες κινούνται προς τα εμπρός. Αυτό συμβαίνει γιατί οι επιβάτες κινούνται με

την ταχύτητα του αυτοκινήτου. Όταν αυτό φρενάρει (ασκείται μεγάλη δύναμη στο αυτοκίνητο από το οδόστρωμα), δεν υπάρχει μεγάλη δύναμη για να σταματήσει τους επιβάτες, οι οποίοι τείνουν να διατηρήσουν την κινητική τους κατάσταση και κινούνται προς τα εμπρός (Εικ. 1.2.8).



Εικόνα 1.2.8
Όταν το αυτοκίνητο φρενάρει απότομα, ο επιβάτης συνεχίζει να κινείται προς τα εμπρός.

Τα συμπεράσματα σχετικά με την αδράνεια της ύλης διατυπώνονται με σαφήνεια στον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, ως εξής:

Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα ή ηρεμεί ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα βρίσκει εφαρμογή στη σύγχρονη διαστημική. Όταν, παραδείγματος χάρη, ένα διαστημόπλοιο που κινείται μακριά από πλανήτες ή άλλα ουράνια σώματα, (άρα δεν δέχεται καμιά δύναμη από άλλα σώματα και επομένως έχει σταθερή ταχύτητα), χρειαστεί να αλλάξει την ταχύτητά του, χρησιμοποιεί κάποιο προωθητικό σύστημα. Όταν αποκτήσει την επιθυμητή ταχύτητα τότε μπορεί να κινείται με αυτή, λόγω αδράνειας, χωρίς να λειτουργούν οι προωθητικοί πύραυλοι.

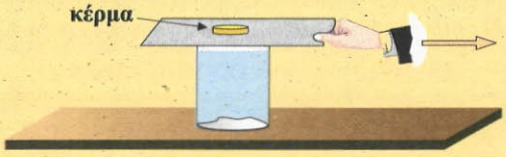
Ένας μαθητής ισχυρίζεται, ότι αδράνεια είναι η δύναμη η οποία διατηρεί την κίνηση των αντικειμένων.

Συμφωνείτε με αυτό τον ισχυρισμό;

Δραστηριότητα

Αδράνεια των σωμάτων.

1. Απλώστε στον πυθμένα ενός ποτηρού λίγο βαμβάκι.
2. Τοποθετήστε επάνω στο ποτήρι ένα φύλλο από χοντρό χαρτόνι και επάνω σ' αυτό μια μεταλλική σφαίρα (ή ένα κέρμα).
3. Σύρετε το χαρτόνι αργά, διατηρώντας το οριζόντιο. Τι παρατηρείτε;



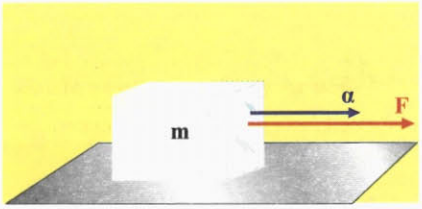
4. Τοποθετήστε πάλι το χαρτόνι με τη σφαίρα ή το κέρμα επάνω στο ποτήρι. Τραβήξτε απότομα το χαρτόνι. Τι συμβαίνει; Πώς ερμηνεύετε αυτό που παρατηρήσατε;

1.2.4 Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ή Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής

Όπως είδαμε, ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα μελετά την περίπτωση που η συνισταμένη των δυνάμεων οι οποίες ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν. Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα, που, λόγω της σπουδαιότητας του στη μελέτη των κινήσεων, λέγεται και Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής, απαντά στο ερώτημα:

Τι συμβαίνει σε ένα σώμα, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ΄αυτό δεν είναι μηδέν;

Ας κάνουμε το εξής υποθετικό πείραμα. Σε ένα καλά γυαλισμένο δάπεδο σπρώχνουμε με *σταθερή* δύναμη μια κολώνα πάγου (Εικ. 1.2.9). Βρίσκουμε ότι το σώμα κινείται με *σταθερή* επιτάχυνση.



Εικόνα 1.2.9

Διπλασιάζουμε τη δύναμη που ασκούμε στο σώμα και βρίσκουμε ότι και η επιτάχυνση διπλασιάζεται. Αν τριπλασιάσουμε τη δύναμη και η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα τριπλασιάζεται. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι: η δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται σε ένα σώμα και η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ που αποκτά αυτό είναι μεγέθη ανάλογα.

Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε:

$$\vec{F} = m\vec{\alpha} \qquad (1.2.3)$$

Η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα και η δύναμη που ενεργεί σ' αυτό, έχουν σχέση αποτελέσματος - αιτίου. *Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης είναι ίδια με την κατεύθυνση της δύναμης.* Για το λόγο αυτό, στους υπολογισμούς η σχέση αυτή γράφεται F=mα.

Ο συντελεστής αναλογίας m της παραπάνω σχέσης m=F/α αποτελεί τον ορισμό για τη μάζα και ονομάζεται **μάζα αδράνειας** του σώματος ή απλά μάζα. Για την έννοια της μάζας θα μιλήσουμε αναλυτικά σε επόμενη παράγραφο.

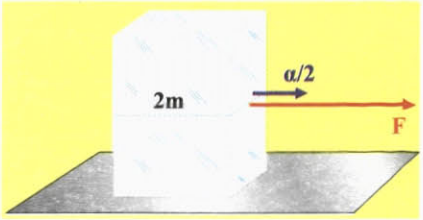
Αν στη σχέση F=mα θέσουμε m=1kg και $\alpha=1m/s^2$ προκύπτει η μονάδα μέτρησης της δύναμης που ονομάζεται **1N**.

$$1N=1kg\,\frac{m}{s^2}$$

Δηλαδή, 1N είναι η δύναμη που αν ενεργήσει σε σώμα μάζας 1kg του προσδίδει επιτάχυνση $1m/s^2$.

Από την ίδια σχέση (1.2.3) προκύπτει ότι *τα μεγέθη μάζα και επιτάχυνση είναι α.τιστρόφως ανάλογα,* όταν η δύναμη είναι σταθερή. Πράγματι στο υποθετικό πείραμα με την κολώνα του πάγου υποθέτουμε, ότι πάνω στην κολώνα στερεώνουμε μια δεύτερη ίσης μάζας με την πρώτη. Αν σπρώξουμε με την ίδια δύναμη όπως προηγουμένως, θα βρούμε ότι η επιτάχυνση που αποκτά το σύστημα έχει τιμή

ίση με το 1/2 της προηγούμενης τιμής της (Εικ. 1.2.10). Αν προσθέσουμε και τρίτη κολώνα πάγου και σπρώξουμε με την ίδια σταθερή δύναμη η επιτάχυνση θα έχει τιμή ίση με το ένα 1/3 της αρχικής της.



Εικόνα 1.2.10

Μπορούμε λοιπόν να υποστηρίξουμε ότι *η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα με την επίδραση μιας σταθερής δύναμης είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του σώματος.*

Η σχέση (1.2.3) ισχύει και όταν στο σώμα ασκούνται περισσότερες από μία δυνάμεις και γράφεται:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$$

όπου $\Sigma\vec{F}$ είναι η συνισταμένη των δυνάμεων.

Διερεύνηση της σχέσης $\vec{F} = m\vec{\alpha}$.

α. *Αν σ' ένα σώμα δεν ασκείται δύναμη, ή ασκούνται δυνάμεις με συνισταμένη μηδέν, δηλαδή είναι $\Sigma F = 0$, τότε και η επιτάχυνση θα είναι μηδέν, δηλαδή $\alpha = 0$.*

Αυτό σημαίνει ότι, αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι ίση με μηδέν, δεν αλλάζει η κινητική κατάσταση του σώματος. Έτσι το σώμα ηρεμεί, αν αρχικά ηρεμούσε, ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά αν αρχικά είχε ταχύτητα (1ος νόμος του Νεύτωνα).

β. *Αν σ' ένα σώμα ασκείται σταθερή δύναμη της ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητά του, τότε και η επιτάχυνση που αποκτά είναι σταθερή και το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Αν η δύναμη είναι αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη.*

γ. *Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μεταβαλλόμενη τότε και η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα θα είναι μεταβαλλόμενη.*

Μερικοί μαθητές πιστεύουν, ότι τα σώματα παύουν να κινούνται όταν παύσει να ασκείται σ' αυτά δύναμη.

Ποια είναι η δική σας άποψη;

Δραστηριότητα

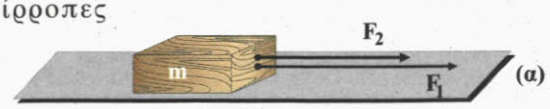
1. Κόψτε νήμα μήκους 1m περίπου και δέστε το ένα άκρο του σε χυτοσιδερένια βάση (ή άλλο βαρύ σώμα) και το άλλο σε ένα ραβδάκι.
2. Σηκώστε τη χυτοσιδερένια βάση τραβώντας αργά προς τα επάνω το νήμα. Τι παρατηρείτε;
3. Επαναλάβετε τραβώντας απότομα το νήμα. Τι συμβαίνει; Εξηγήστε τη διαφορετική συμπεριφορά του χυτοσιδερένιου σώματος όταν προσπαθείτε να τη σηκώσετε τραβώντας το νήμα: α) σιγά - σιγά, β) απότομα.
4. Αναφέρετε μερικά παραδείγματα των αποτελεσμάτων της αδράνειας που συναντάτε στην καθημερινή σας ζωή.
5. Προσπαθήστε να δικαιολογήσετε τη χρήση της ζώνης ασφαλείας από τους επιβάτες αυτοκινήτων και αεροπλάνων.

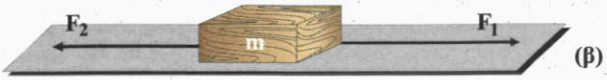
Παράδειγμα

Σε σώμα μάζας m = 1kg ασκούνται δύο δυνάμεις $F_1 = 4N$ και $F_2 = 3N$ που είναι:

α) ομόρροπες

β) αντίρροπες





Σε κάθε περίπτωση να σχεδιάσετε την επιτάχυνση του σώματος και να βρείτε το μέτρο της.

Επίσης να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα σε χρόνο 2s, αν αρχικά αυτό ήταν ακίνητο.

Απάντηση

Σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν, η κατεύθυνση της επιτάχυνσης θα είναι ίδια με την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης, για κάθε περίπτωση. Η τιμή της θα βρεθεί από τη σχέση

$$\alpha = \frac{F}{m} \qquad (1)$$

Στην πρώτη περίπτωση το μέτρο της συνισταμένης F ισούται με:

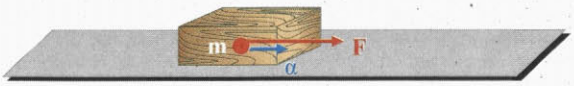
$$F = F_1 + F_2 = 7N$$

και με αντικατάσταση στη σχέση (1), προκύπτει ότι η επιτάχυνση έχει τιμή:

$$\alpha = 7m/s^2.$$

Στη δεύτερη περίπτωση που οι δυνάμεις έχουν αντίθετη φορά το μέτρο της συνισταμένης τους έχει τιμή:

$$F = F_1 - F_2 = 1N$$



και με αντικατάσταση στη σχέση (1), προκύπτει ότι η επιτάχυνση έχει τιμή:

$$\alpha = 1m/s^2$$

Το σώμα και στις δύο περιπτώσεις εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (α = σταθερή). Η σχέση που δίνει το διάστημα που διάνυσε το σώμα είναι:

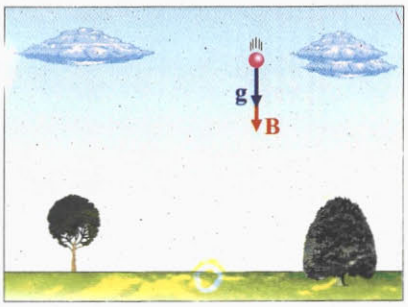
$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

Γνωρίζουμε τις τιμές του χρόνου και της επιτάχυνσης και με αντικατάσταση υπολογίζουμε το διάστημα που είναι: s = 14m και s = 2m αντίστοιχα για κάθε περίπτωση.

1.2.5 Η έννοια του βάρους

Όπως γνωρίζουμε, αν αφήσουμε ένα σώμα να πέσει ελεύθερα, πέφτει με την επιτάχυνση της βαρύτητας $g=9,81\ m/s^2$. Σύμφωνα με το Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, αφού το σώμα έχει επιτάχυνση θα ενεργεί σ'αυτό δύναμη $\vec{F}=m\vec{a}$ ή $\vec{F}=m\vec{g}$, που έλκει το σώμα προς τη Γη. Τη δύναμη αυτή την ονομάζουμε **βάρος** του σώματος και τη συμβολίζουμε με $\vec{B}$, (Εικ. 1.2.11), δηλαδή:

$$\vec{B}=m\vec{g} \qquad (1.2.4)$$



Εικόνα 1.2.11

Σύμφωνα με τη σχέση αυτή σώμα μάζας 1kg έχει βάρος:

$$B = 1kg \cdot 9,81m/s^2 \quad \text{ή} \quad B = 9,81N$$

Πολλές φορές για τη μέτρηση του βάρους χρησιμοποιείται ως μονάδα το κιλοπόντ (kp), γνωστό και ως χιλιόγραμμο βάρους, που είναι: 1kp = 9,81N.
Μια δύναμη είναι ίση με 1kp όταν ενεργεί σε μάζα 1kg και της προσδίδει επιτάχυνση $\alpha = g = 9,81m/s^2$.
[Με την καθιέρωση του Διεθνούς Συστήματος μονάδων (S.I.) ως μονάδα δύναμης χρησιμοποιείται μόνο το 1N].

Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι η μάζα m ενός σώματος είναι σταθερή, ενώ το βάρος του μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο πάνω στην επιφάνεια της Γης. Επίσης το βάρος ενός σώματος μειώνεται με το υψόμετρο, όπως θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο.

Δεν έχει νόημα να μιλάμε για το βάρος της Γης ή της Σελήνης ή οποιουδήποτε αστέρα, αλλά μόνο για τη μάζα τους.

1.2.6 Η έννοια της μάζας

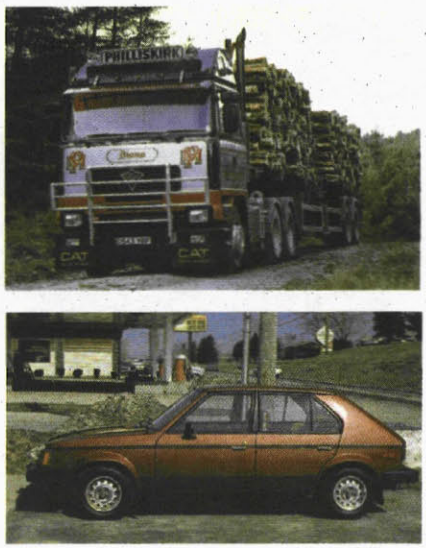
Είδαμε ότι σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα τα σώματα έχουν την ιδιότητα να αντιστέκονται σε κάθε μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης. Την ιδιότητα αυτή την ονομάσαμε αδράνεια. Μέτρο της αδράνειας ενός σώματος αποτελεί η μάζα του που λέγεται και **αδρανειακή μάζα.**

Ένα σώμα μεγάλης μάζας παρουσιάζει και μεγάλη αδράνεια γι'αυτό απαιτείται μεγάλη δύναμη προκειμένου να αποκτήσει ορισμένη επιτάχυνση, εικόνα 1.2.12.

Η αδρανειακή μάζα ενός σώματος υπολογίζεται από τη σχέση F=mα.

Για να μετρήσουμε τη μάζα αδράνειας ενός σώματος ασκούμε επάνω του δύναμη και μετράμε την επιτάχυνση που αποκτά.

Μπορούμε να υπολογίσουμε μια μάζα μετρώντας τη δύναμη βαρύτητας πάνω σ' αυτή, συγκρίνοντας τη βαρυτική έλξη που δέχεται με την έλξη που δέχεται κάποια άλλη πρότυπη μάζα.



Εικόνα 1.2.12

Από τα δύο αυτοκίνητα της εικόνας, ποιο μπορεί να κινηθεί ευκολότερα;

Έστω δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 που έχουν βάρη B_1 και B_2, στον ίδιο τόπο. Είναι:

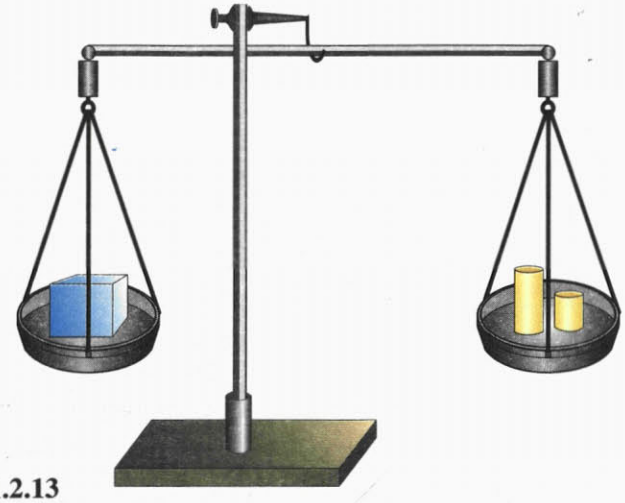
$$B_1 = m_1 g \quad \text{και}$$

$$B_2 = m_2 g$$

Διαιρώντας τις σχέσεις αυτές κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

Δηλαδή ο λόγος των βαρών δύο σωμάτων (στον ίδιο τόπο) ισούται με το λόγο των μαζών τους. Την ιδιότητα αυτή τη χρησιμοποιούμε για την εύρεση της μάζας ενός σώματος με το ζυγό, συγκρίνοντας το βάρος του με το βάρος των σταθμών (Εικ. 1.2.13).

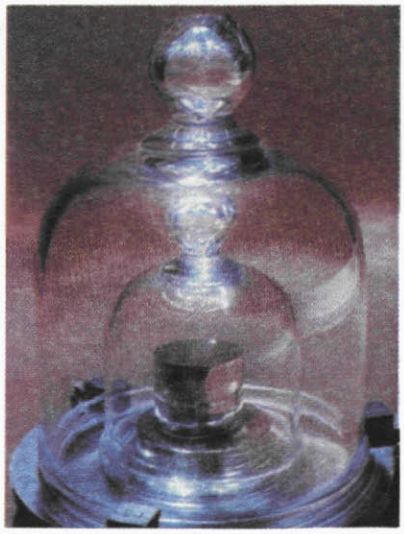


Εικόνα 1.2.13
Μέτρηση μάζας με ζυγό.

Η μάζα που προκύπτει από τη μέτρηση της δύναμης βαρύτητας (βάρος) πάνω σ' αυτή, χωρίς τη χρήση επιτάχυνσης λέγεται **βαρυτική μάζα.**

Πειράματα που έγιναν έδειξαν ότι η βαρυτική και η αδρανειακή μάζα είναι ίσες. Το γεγονός αυτό αποτελεί μια σπουδαία ιδιότητα της ύλης που μας επιτρέπει να χρησιμοποιούμε την έννοια "μάζα" αδιακρίτως είτε πρόκειται για βαρυτική είτε για αδρανειακή μάζα.

Η μονάδα μέτρησης της μάζας είναι το **1kg,** που ισούται με τη μάζα του προτύπου χιλιογράμμου μάζας, το οποίο φυλάσσεται στο μουσείο Μέτρων και Σταθμών των Σεβρών της Γαλλίας (Εικ. 1.2.14).



Εικόνα 1.2.14
Πρότυπο χιλιόγραμμο μάζας.

Η αδρανειακή μάζα αλλάζει

Ενώ η βαρυτική μάζα ενός σώματος διατηρείται σταθερή, η αδρανειακή μάζα, σύμφωνα με τη θεωρία της σχετικότητας του Αϊνστάϊν, αυξάνεται όταν η ταχύτητα του σώματος πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός, c = 300.000km/s. Αύξηση όμως της μάζας σημαίνει ότι, απαιτείται επιπλέον δύναμη για να συνεχίσει το σώμα να κινείται με την ίδια επιτάχυνση.

1.2.7 Η ελεύθερη πτώση των σωμάτων

Αν από το ίδιο ύψος αφήσουμε να πέσουν ταυτόχρονα δύο σφαίρες με διαφορετικό βάρος ποια νομίζεις ότι θα φθάσει πρώτη στο έδαφος; Μπορείς να δικαιολογήσεις την απάντησή σου;

Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι τα βαρύτερα σώματα φθάνουν γρηγορότερα στη Γη από τα ελαφρύτερα. Την αντίληψη αυτή είχε και η επιστήμη έως την Αναγέννηση, που ο Γαλιλαίος απέδειξε το λάθος αυτού του ισχυρισμού. Λένε ότι από τον πύργο της Πίζας άφησε να πέσουν ταυτόχρονα δύο μεταλλικές σφαίρες διαφορετικής μάζας και παρατήρησε ότι έφθασαν ταυτόχρονα στο έδαφος.

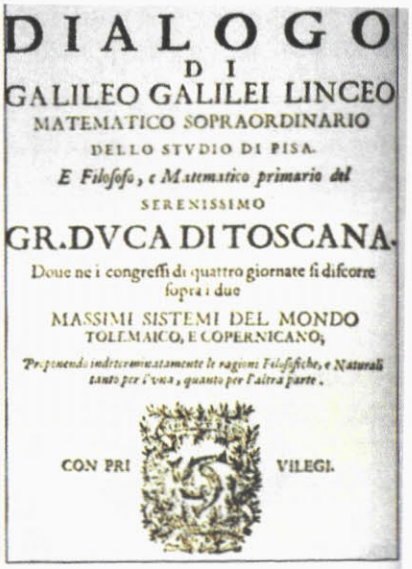
Λέμε ότι ένα σώμα κάνει ελεύθερη πτώση όταν το αφήσουμε να πέσει από κάποιο ύψος και η μόνη δύναμη που ενεργεί σ΄αυτό είναι το βάρος του, το οποίο θεωρείται σταθερό. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η ελεύθερη πτώση, επακριβώς, πραγματοποιείται μόνο στο κενό.

Έχει αποδειχθεί ότι όταν αφήσουμε ένα μικρό σώμα να πέσει ελεύθερα, από μικρό ύψος από την επιφάνεια της Γης, πέφτει με κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη. Η επιτάχυνση έχει μέση τιμή $g = 9{,}81 m/s^2$ σε γεωγραφικό πλάτος 45°. Η επιτάχυνση αυτή οφείλεται στην έλξη της Γης και ονομάζεται *επιτάχυνση της βαρύτητας*.

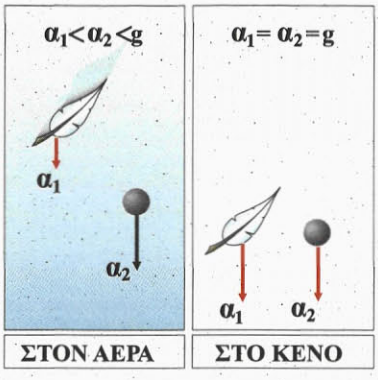
Όταν ένα σώμα πέφτει στον αέρα ή σε υγρό, παραδείγματος χάρη στο νερό, η αντίσταση του μέσου δε θεωρείται αμελητέα. Σ΄αυτή την περίπτωση το σώμα αποκτά τελικά μια σταθερή ταχύτητα που λέγεται οριακή ταχύτητα. Στις περιπτώσεις αυτές που υπάρχει αντίσταση στην κίνηση η πτώση δεν είναι ελεύθερη.

Στη Φυσική είναι εύκολο να καταλήξει κανείς σε λανθασμένο συμπέρασμα από μια τυχαία παρατήρηση. Έτσι, αν από το ίδιο ύψος αφήσουμε να πέσουν την ίδια χρονική στιγμή ένα φτερό και μια μικρή σφαίρα από μόλυβδο, το φτερό θα πέσει πολύ βραδύτερα από τη σφαίρα.

Galileo Galilei (1564-1642). Θεμελιωτής της πειραματικής διαδικασίας στην περίοδο της Αναγέννησης. Ασχολήθηκε με τη Φυσική και την Αστρονομία.



DIALOGO
DI
GALILEO GALILEI LINCEO
MATEMATICO SOPRAORDINARIO
DELLO STVDIO DI PISA.
E Filosofo, e Matematico primario del
SERENISSIMO
GR.DVCA DI TOSCANA.
Doue ne i congressi di quattro giornate si discorre sopra i due
MASSIMI SISTEMI DEL MONDO
TOLEMAICO, E COPERNICANO;
Proponendo indifferentemente le ragioni Filosofiche, e Naturali tanto per l'vna, quanto per l'altra parte.
CON PRI VILEGI.



Εικόνα 1.2.15
Πτώση σωμάτων.

Αυτό συμβαίνει γιατί η αντίσταση που προβάλλει ο αέρας στην κίνηση του φτερού (Εικ. 1.2.15) είναι πολύ πιο μεγάλη από ότι στη σφαίρα, με αποτέλεσμα το φτερό να πέσει πιο αργά. Αν η αντίσταση του αέρα ελαττωθεί πολύ, τότε και το φτερό πέφτει με τη ίδια επιτάχυνση που πέφτει και η σφαίρα. Λένε πως αυτό το απόδειξε πειραματικά ο Άγγλος Μπόιλ (Robert Boyle, 1627-1691) λίγο μετά το θάνατο του Γαλιλαίου. Με τη βοήθεια της αεραντλίας, την οποία ο ίδιος εφεύρε, αφαίρεσε τον αέρα από ένα γυάλινο σωλήνα, μέσα στον οποίο είχε τοποθετήσει ένα φτερό και μια μολύβδινη σφαίρα. Όταν αντέστρεψε το σωλήνα, το φτερό και η σφαίρα έπεσαν ταυτόχρονα. Στη συνέχεια ως

Εικόνα 1.2.16
Η αντίσταση του αέρα είναι πολύ πιο μεγάλη στο αλεξίπτωτο από ότι στον αθλητή ελεύθερης πτώσης.

"ελεύθερη πτώση" εννοούμε την πτώση, όταν οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες και το βάρος σταθερό.

Εξισώσεις ελεύθερης πτώσης

Αν στις σχέσεις που περιγράφουν την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση θέσουμε $\upsilon_0 = 0$ και $\alpha = g$ παίρνουμε τις εξισώσεις:

$$s = \frac{1}{2} g t^2 \qquad (1.2.5)$$

και

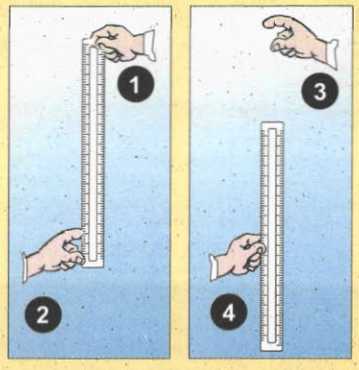
$$\upsilon = g t \qquad (1.2.6)$$

Οι σχέσεις αυτές περιγράφουν την ελεύθερη πτώση ενός σώματος, που αφήνεται από την ηρεμία. Από την εξίσωση του διαστήματος φαίνεται ότι, το διάστημα που διανύει ένα σώμα κατά την ελεύθερη πτώση, είναι ανάλογο του τετραγώνου του χρόνου, ενώ από την εξίσωση $\upsilon = g t$ φαίνεται ότι η τιμή της ταχύτητας είναι ανάλογη του χρόνου πτώσης.

Δραστηριότητα

Χρησιμοποιώντας ένα βαθμολογημένο κανόνα υπολογίστε το χρόνο αντίδρασής σας. Τι εννοούμε με την έκφραση "χρόνος αντίδρασης" θα αντιληφθείτε στη συνέχεια.

Δύο μαθητές πειραματίζονται, όπως δείχνουν οι εικόνες. Ο ένας κρατάει το βαθμολογημένο κανόνα κατακόρυφα από το ένα άκρο (θέση 1) και ο άλλος έχει το χέρι του κοντά στην ένδειξη μηδέν του κανόνα (θέση 2). Αμέσως όταν ο πρώτος αφήσει τον κανόνα να πέσει ελεύθερα (θέση 3) ο δεύτερος προσπαθεί να τον πιάσει (θέση 4). Ο χρόνος που μεσολαβεί αποτελεί το χρόνο αντίδρασης.



Στην εικόνα ο μαθητής πιάνει τον κανόνα στην ένδειξη 20. Μπορείτε να υπολογίσετε το χρόνο της αντίδρασής του; Δίνεται ότι $g = 10 m/s^2$.

Χρησιμοποιώντας βαθμολογημένους κανόνες πειραματισθείτε ανά δύο και υπολογίστε το χρόνο αντίδρασης του καθενός σας.

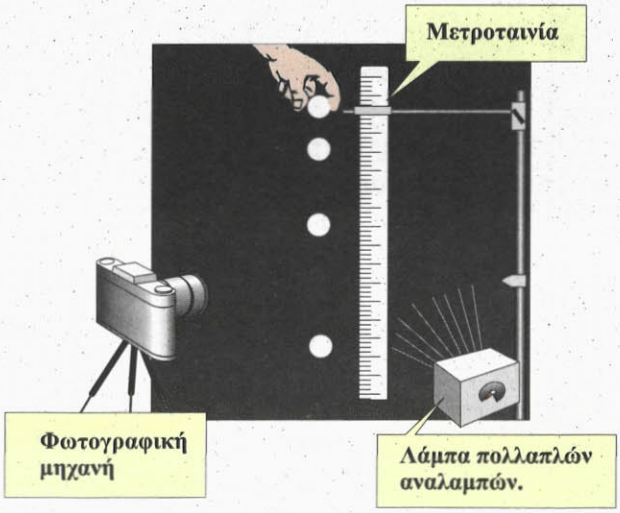
Να συγκρίνετε τα αποτελέσματα της έρευνάς σας. Τι συμπέρασμα βγάλατε; Έχουν όλοι οι άνθρωποι τον ίδιο χρόνο αντίδρασης; Βρείτε άλλες περιπτώσεις που χρησιμοποιούμε το χρόνο αντίδρασης.

1.2.8 Σύγχρονοι τρόποι μελέτης των κινήσεων

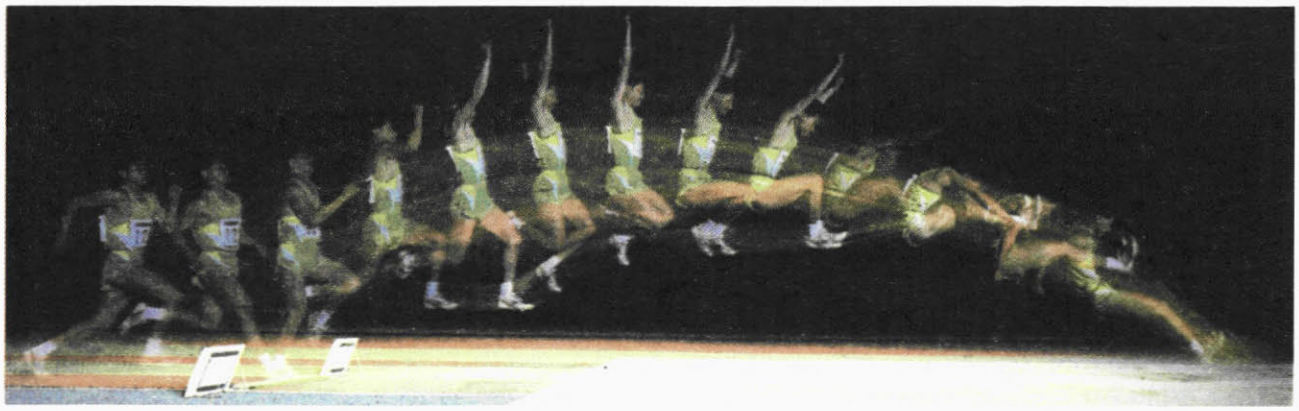
Ένας σύγχρονος τρόπος έρευνας των κινήσεων φαίνεται στην εικόνα 1.2.17. Σε ένα σκοτεινό δωμάτιο υπάρχουν:

1) Μια ειδική λάμπα (πολλαπλών αναλαμπών) που ανάβει και σβήνει με σταθερό ρυθμό φωτίζοντας το αντικείμενο του οποίου την κίνηση θέλουμε να μελετήσουμε.

2) Μια φωτογραφική μηχανή με το διάφραγμά της συνεχώς ανοικτό. Κάθε φορά που η λάμπα ανάβει, στο φιλμ της μηχανής αποτυπώνεται η εικόνα του αντικειμένου του οποίου μελετάμε την κίνηση. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται χρονοφωτογράφηση και έχει πολλές εφαρ-



Εικόνα 1.2.17
Χρονοφωτογράφηση της πτώσης μίας σφαίρας.



Εικόνα 1.2.18
Η χρονοφωτογράφηση χρησιμοποιείται στον αθλητισμό. Στην εικόνα φαίνονται διαδοχικά στιγμιότυπα από ένα άλμα. Μελετώντας τα στιγμιότυπα, ο αθλητής βελτιώνει την τεχνική του.

μογές όπως π.χ. στον αθλητισμό (Εικ. 1.2.18). Με τη μέθοδο αυτή μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα και την επιτάχυνση στην ελεύθερη πτώση όπως φαίνεται στην παρακάτω δραστηριότητα.

Δραστηριότητα

Μια σφαίρα του μπιλιάρδου αφήνεται να πέσει ελεύθερα δίπλα σε μια μετροταινία και φωτογραφίζεται η πτώση της με διαδοχικές φωτογραφίες που λαμβάνονται σε μικρά διαστήματα (π.χ. κάθε 1/30 του s).

Από την ανάλυση της φωτογραφίας της εικόνας προκύπτει πίνακας τιμών με δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές (1,2,...11) και μετρήσιμες μεταβολές διαστήματος (Δs).

ΠΙΝΑΚΑΣ

Αριθμός διαστήματος	Μετατόπιση Δs (cm)	Μέση ταχύτητα Δs/Δt=υ (cm/s)	Μεταβολή στη μέση ταχύτητα Δυ (cm/s)	Επιτάχυνση Δυ/Δt (m/s^2)
1	7,70	231		
2	8,75	263	32	9,6
3	9,80			
4	10,85			
5	11,99			
6	13,09			
7	14,18			
8	15,22			
9	16,31			
10	17,45			
11	18,52			
			Μέση επιτάχυνση =	

Από τα διάφορα Δs και τη σταθερή διαφορά χρόνου (Δt = 1/30s) μεταξύ κάθε φωτογραφίας και της επομένης, προκύπτουν διάφορες τιμές για τη μέση ταχύτητα και την επιτάχυνση $\upsilon = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, $g = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$.

Συγκεκριμένα, κατά τη διάρκεια του 1ου Δt = 1/30s

η σφαίρα πέφτει κατά $\Delta s = 7{,}7cm$, όπως φαίνεται από την ανάλυση της εικόνας. Έτσι, η μέση ταχύτητα θα είναι:

$$\upsilon_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \upsilon_1 = \frac{7{,}7}{0{,}033}\frac{cm}{s} = 231cm/s.$$

Αντίστοιχα, κατά τη διάρκεια του 2ου $\Delta t = 1/30s$, η σφαίρα πέφτει κατά $\Delta s = 8{,}75cm$. Είναι λοιπόν

$$\upsilon_2 = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \upsilon_2 = 262{,}5cm/s.$$

Από τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας ($\Delta\upsilon = \upsilon_2 - \upsilon_1$) και τη σταθερή μεταβολή χρόνου ($\Delta t = 1/30s$) προκύπτει η τιμή της επιτάχυνσης, που αντιστοιχεί στη μεταβολή αυτή, δηλαδή:

$$g = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad g = \frac{263 - 231}{0{,}033}\frac{cm/s}{s} \quad \text{ή} \quad g = 960cm/s^2$$

Επαναλαμβάνοντας την ίδια εργασία μεταξύ των στιγμών 2 και 3, 3 και 4, 4 και 5 κ.ο.κ., να βρείτε τελικά ένα σύνολο τιμών από τις οποίες να υπολογίσετε το μέσο όρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Πρέπει όμως να τονίσουμε ότι, για τη μελέτη της πτώσης των σωμάτων επιλέγουμε μικρά διαστήματα, σ' ένα συνολικό μήκος που να μην υπερβαίνει τα 2m και σώματα μεγάλης πυκνότητας, ώστε να είναι πρακτικά αμελητέα η αντίσταση του αέρα. Οι αποκλείσεις των τιμών που βρήκατε από τη γνωστή τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας οφείλονται στα πειραματικά σφάλματα.

Η πειραματική μέθοδος

Σε αντίθεση με τον Αριστοτέλη, που βάσιζε τα συμπεράσματά του μόνο στο λογικό συλλογισμό, ο Γαλιλαίος κατέληγε σ' αυτά με βάση πειραματικά δεδομένα, λεπτομερειακές παρατηρήσεις και λογικές αιτιολογήσεις. Ο πειραματικός τρόπος έρευνας που θεμελίωσε ο Γαλιλαίος αποτελεί σήμερα το θεμέλιο των Φυσικών Επιστημών Όμως αυτό δεν αποκλείει το να προηγείται σε πολλές περιπτώσεις ο καθαρά λογικός συλλογισμός και να ακολουθεί το πείραμα ως επιβεβαίωση. Έτσι παραδείγματος χάρη, στη θεμελίωση της σύγχρονης Πυρηνικής Φυσικής προηγήθηκαν οι λογικοί συλλογισμοί του Αϊνστάιν, σχετικά με την ισοδυναμία μάζας και ενέργειας (1905) και πέρασαν περίπου 40 χρόνια (1944) για να επιβεβαιωθεί, με την ατομική βόμβα, η σχετική θεωρία.

Μήκος φρεναρίσματος και απόσταση ασφαλείας

Σήμα Κ.Ο.Κ.

Σύμφωνα με τον κώδικα οδικής κυκλοφορίας, οι οδηγοί πρέπει να διατηρούν απόσταση ασφαλείας από το προπορευόμενο όχημα. Η απόσταση αυτή εξαρτάται από την ταχύτητα με την οποία κινούνται τα οχήματα. Η απόσταση ασφαλείας είναι το άθροισμα δύο διαδοχικών διαστημάτων: α) αυτού που διανύει το όχημα στο χρονικό διάστημα μεταξύ της αισθητοποίησης του εμποδίου και της έναρξης της πέδησης (φρεναρίσματος) και β) του διαστήματος το οποίο διανύει έως ότου ακινητοποιηθεί. Το πρώτο ονομάζεται διάστημα αντίδρασης και το άλλο διάστημα πέδησης.

Το διάστημα αντίδρασης δεν οφείλεται στην αργοπορία του οδηγού να ενεργοποιήσει τα φρένα πατώντας το αντίστοιχο πεντάλ, αλλά στο βιολογικό χαρακτηριστικό του **χρόνου αντίδρασης,** δηλαδή το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να επεξεργαστεί ο εγκέφαλος το οπτικό ή το ακουστικό ερέθισμα, να σταλεί το νευρικό ερέθισμα στους αντίστοιχους μύες και αυτοί με τη σειρά τους να ολοκληρώσουν την αντίδρασή τους. Ο χρόνος αντίδρασης εξαρτάται από την καλή φυσική κατάσταση του οργανισμού και αυξάνεται σε περιπτώσεις κατανάλωσης αλκοόλ, λήψης φαρμάκων και υπνηλίας. Στο διάστημα αντίδρασης το όχημα κινείται με την ταχύτητα την οποία είχε τη στιγμή που δημιουργήθηκε το ερέθισμα στο νευρικό σύστημα του οδηγού, δηλαδή την αρχική ταχύτητα υ_0. Έτσι για το διάστημα αυτό ισχύει η σχέση:

$$s_\alpha = \upsilon_0 t_\alpha \qquad (\alpha)$$

όπου t_α ο χρόνος αντίδρασης.

Το διάστημα πέδησης (φρεναρίσματος) διανύεται από το όχημα με σταθερή επιβράδυνση, εφόσον ο οδηγός ασκεί σταθερή δύναμη στο πεντάλ. Για το διάστημα αυτό, όπως μπορεί να αποδειχθεί από τις εξισώσεις της επιβραδυνόμενης κίνησης, ισχύει η σχέση:

$$s = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} \qquad (\beta)$$

όπου α είναι η επιβράδυνση του οχήματος.

Το διάστημα πέδησης είναι:

α) Αντιστρόφως ανάλογο προς την τιμή της επιβράδυνσης α η οποία εξαρτάται από την κατάσταση του οδοστρώματος (στεγνό ή βρεγμένο), την κατάσταση των ελαστικών (βαθμός φθοράς της επιφάνειας που εφάπτεται με το οδόστρωμα) και την αποτελεσματικότητα του συστήματος πέδησης, β) ανάλογο του τετραγώνου της αρχικής ταχύτητας υ_0.

Συνεπώς ένα όχημα που κινείται με αρχική ταχύτητα υ_0 θα ακινητοποιηθεί σε απόσταση:

$$s = \upsilon_0 t_\alpha + \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} \qquad (\gamma)$$

Επειδή οι παράγοντες οι οποίοι καθορίζουν το διάστημα ακινητοποίησης ενός οχήματος μεταβάλλονται ανάλογα με τις καιρικές συνθήκες, την κατάσταση του οχήματος, τη φυσική κατάσταση του οδηγού, κ.α η απόσταση ασφαλείας που προτείνεται από την Τροχαία είναι μεγαλύτερη από την απόσταση ακινητοποίησης.

Ο χρόνος αντίδρασης για έναν οδηγό σε καλή φυσική κατάσταση είναι περίπου 1s και έστω ότι η επιβράδυνση είναι $\alpha = 5 m/s^2$. Με τη βοήθεια της προηγούμενης σχέσης μπορούμε να υπολογίσουμε την απόσταση ακινητοποίησης ενός οχήματος που κινείται με ταχύτητα $\upsilon_0 = 72 km/h$.

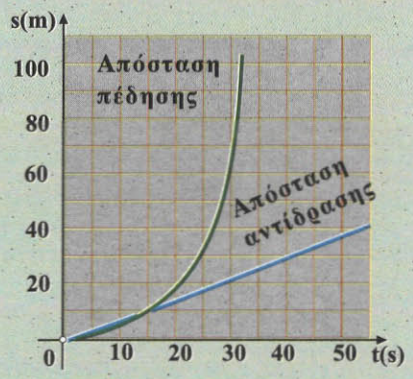
Αν μετατρέψουμε την ταχύτητα αυτή σε μονάδες του συστήματος S.I., δηλαδή σε m/s έχουμε:

$$\upsilon_0 = \frac{72 \cdot 1.000\,m}{3.600\,s} = 20 m/s.$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (γ) προκύπτει ότι:

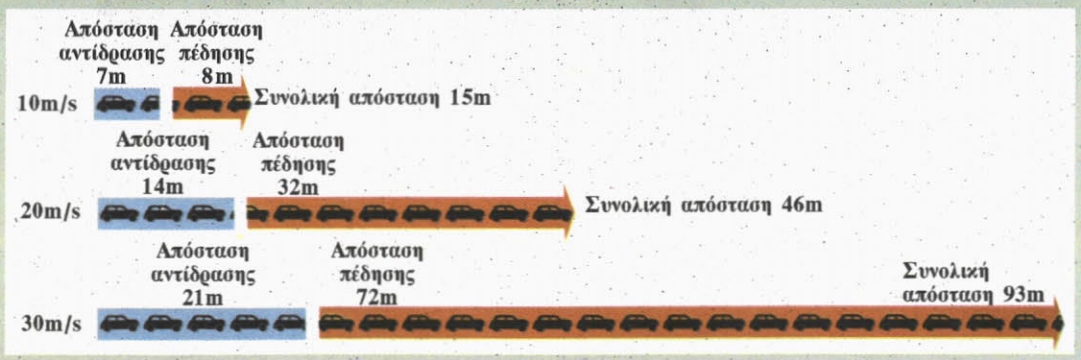
$$s = 20m + 40m = 60m.$$

Από τα αριθμητικά αυτά αποτελέσματα προκύπτει ότι το διάστημα της πέδησης ήταν διπλάσιο από το διάστημα αντίδρασης. Το συμπέρασμα αυτό δεν ισχύει για άλλες ταχύτητες. Αν επαναλάβουμε τη διαδικασία για άλλες τιμές ταχύτητας η σχέση μεταξύ των διαστημάτων αλλάζουν. Στην εικόνα 1 φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των αποστάσεων αντίδρασης και των αποστάσεων πέδησης για οδηγό με φυσιολογικά αντανακλαστικά και στεγνό οδόστρωμα (επιβράδυνση $6,75 m/s^2$). Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι η απόσταση πέδησης είναι ανάλογη του τετραγώνου της αρχικής ταχύτητας του οχήματος.



Εικόνα 1

Στην εικόνα 2 έχουν παρασταθεί τα διαστήματα αντίδρασης και πέδησης για τρεις τιμές ταχύτητας, με



Εικόνα 2

δεδομένο ότι ο οδηγός έχει φυσιολογικά αντανακλαστικά, ο δρόμος είναι στεγνός, το σύστημα πέδησης και τα λάστιχα του αυτοκινήτου είναι εντός των προδιαγραφών του κατασκευαστή ενός οχήματος.

Από τα στοιχεία της εικόνας 2 προκύπτει ότι, υπό τις προϋποθέσεις που προαναφέραμε, η απόσταση ακινητοποίησης ενός οχήματος εξαρτάται κυρίως από την απόσταση πέδησης δηλαδή από την ταχύτητα του αυτοκινήτου τη στιγμή που υπέπεσε στην αντίληψη του οδηγού η αιτία η οποία του επιβάλλει να ακινητοποιήσει το όχημά του. Για το λόγο αυτό τόσο τα όρια ταχύτητας που αναγράφονται στις πινακίδες της τροχαίας όσο και οι κανονισμοί που αναφέρονται στην απόσταση ασφαλείας μεταξύ των οχημάτων πρέπει να τηρούνται από τους οδηγούς.

Οι ζώνες ασφαλείας και οι αερόσακοι

Οι ζώνες ασφαλείας έχουν σχεδιαστεί να προστατεύουν τα άτομα που ταξιδεύουν με αυτοκίνητο όταν

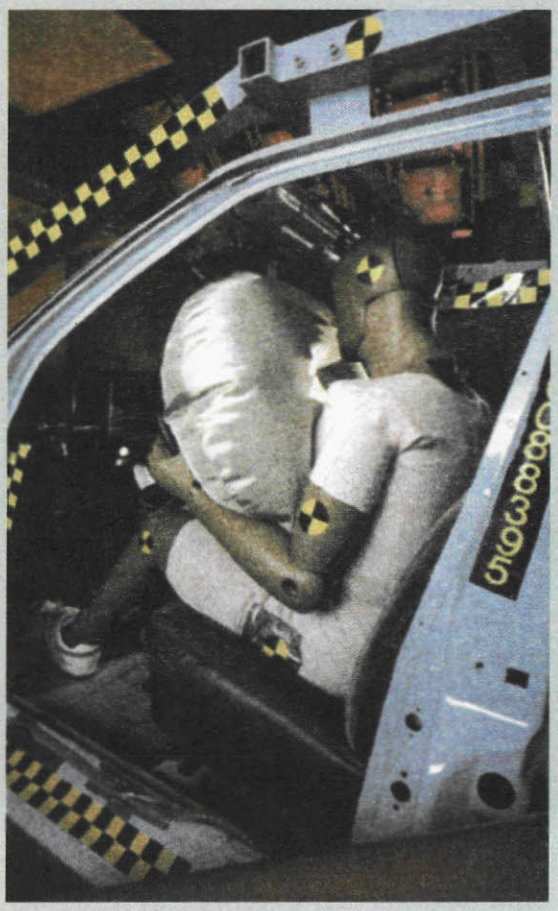
Εικόνα 1

συμβεί ένα ατύχημα (Εικ. 1). Οι τραυματισμοί του οδηγού και των επιβατών οφείλονται στην απότομη επιβράδυνση του οχήματος. Όπως γνωρίζουμε σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, κάθε κινούμενο σώμα τείνει να διατηρεί σταθερή την κινητική του κατάσταση. Την ιδιότητα αυτή την ονομάσαμε αδράνεια.

Έτσι τα σώματα των επιβατών τείνουν να κινούνται προς τα εμπρός ενώ το όχημα επιβραδύνεται. Αποτέλεσμα αυτού είναι ο οδηγός και ο επιβάτης του μπροστινού καθίσματος, να χτυπήσουν στο τιμόνι και στο παρμπρίζ του αυτοκινήτου αντίστοιχα.

Κατά την πρόσκρουση ενός αυτοκινήτου σε σταθερό εμπόδιο, π.χ. τοίχο, ο χρόνος στον οποίο το όχημα σταματάει είναι πολύ μικρός, συνήθως κλάσμα του δευτερολέπτου. Έτσι, σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, F=mα, ή $F = m\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$, η δύναμη F είναι πολύ μεγάλη και το αποτέλεσμα της σύγκρουσης πολύ σοβαρό. Σε πολλά αυτοκίνητα το εμπρόσθιο τμήμα έχει σχεδιαστεί να θραύεται ώστε ο χρόνος σύγκρουσης να γίνεται μεγαλύτερος. Ίσως για το λόγο αυτό οι προφυλακτήρες των αυτοκινήτων δεν είναι πλέον μεταλλικοί.

Ο αερόσακος είναι ένα σύστημα (Εικ. 2), σχεδιασμένο να φουσκώνει κατά τη σύγκρουση. Έτσι, προστατεύονται τα σώματα των επιβατών από την πρόσκρουση στο τιμόνι και το παρμπρίζ του αυτοκινήτου και επιπλέον αυξάνει το χρόνο που το σώμα των επιβατών ακινητοποιείται.



Εικόνα 2

Ωστόσο, οι περισσότεροι τραυματισμοί των επιβατών δεν οφείλονται στην απότομη επιβράδυνση του οχήματος αλλά στο γεγονός ότι οι επιβάτες δεν φοράνε τις ζώνες ασφαλείας.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Δυναμική ονομάζεται η ενότητα της Φυσικής που μελετά τις δυνάμεις και τα αποτελέσματά τους. Στη μία διάσταση μελετά τη σχέση της δύναμης με την κίνηση σε ευθεία γραμμή. Η δύναμη είναι αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο σωμάτων. Μία δύναμη όταν ασκείται σ' ένα σώμα είναι δυνατό να το παραμορφώσει ή να του μεταβάλλει την κινητική του κατάσταση. Η **δύναμη είναι μέγεθος διανυσματικό** και έχει μονάδα μέτρησης στο διεθνές σύστημα το 1 Newton, $1N = 1kg\ m/s^2$.

Η μέτρηση της δύναμης γίνεται με το ζυγό ελατηρίου ή με το δυναμόμετρο και στηρίζεται στην ελαστική παραμόρφωση που προκαλεί η δύναμη όταν ασκηθεί σ' αυτό. Η **ελαστική παραμόρφωση** διέπεται από το **νόμο του Hooke** και διατυπώνεται ως εξής: "Οι ελαστικές παραμορφώσεις είναι ανάλογες με τις δυνάμεις που τις προκαλούν". Ο νόμος του Hooke εκφράζεται με τη σχέση $F = k\,x$.

Όταν σε κάποιο σώμα ενεργούν δύο ή περισσότερες δυνάμεις ταυτόχρονα στο ίδιο σημείο, η δύναμη που μπορεί να τις αντικαταστήσει λέγεται **συνισταμένη** ΣF ή F, ενώ οι δυνάμεις που αντικαθιστά λέγονται **συνιστώσες** και η διαδικασία ονομάζεται σύνθεση. Για τη σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων F_1 και F_2 ίδιας φοράς ισχύει η σχέση:

$$F = F_1 + F_2$$

ενώ για δυνάμεις F_1, F_2 αντίθετης φοράς με $F_2 > F_1$:

$$F = F_2 - F_1.$$

Σύμφωνα με τον **πρώτο νόμο του Νεύτωνα,** αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σώμα είναι μηδέν τότε αυτό ή ηρεμεί ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Αντίθετα, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων δεν είναι μηδέν, τότε σύμφωνα με τον **δεύτερο νόμο του Νεύτωνα,** που είναι ο **θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής,** το σώμα αποκτά επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ ανάλογη με την συνισταμένη δύναμη:

$$\vec{F} = m\vec{\alpha}$$

Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης είναι ίδια με την κατεύθυνση της δύναμης.

Αδράνεια είναι η ιδιότητα που έχουν τα σώματα να αντιστέκονται στη μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης. Μέτρο της αδράνειας ενός σώματος αποτελεί η μάζα του που λέγεται και αδρανειακή μάζα.

Η **αδρανειακή μάζα** m προκύπτει από τη σχέση:

$$m = \frac{F}{\alpha}.$$

Βαρυτική μάζα λέγεται η μάζα που προκύπτει από τη μέτρηση της δύναμης της βαρύτητας πάνω σ' αυτή:

$$m = \frac{B}{g}.$$

Η βαρυτική και αδρανειακή μάζα είναι ίσες.

Ελεύθερη πτώση εκτελεί ένα σώμα όταν το αφήσουμε να πέσει από κάποιο ύψος και η μόνη δύναμη που ενεργεί σ' αυτό είναι το βάρος του, το οποίο θεωρείται σταθερό, ενώ θεωρείται αμελητέα η αντίσταση του αέρα. Οι εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης είναι:

Εξίσωση του διαστήματος $s = \frac{1}{2} g t^2$

Εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon = g t$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Να αναφέρετε παραδείγματα από τα οποία να φαίνεται ότι η δύναμη είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος.

2. Περιγράψτε απλό πείραμα από το οποίο να φαίνεται ότι η συνισταμένη δύο ομόρροπων δυνάμεων έχει τιμή που είναι ίση με το άθροισμα των τιμών των δυνάμεων αυτών.

3. Περιγράψτε απλό πείραμα από το οποίο να φαίνεται ότι η συνισταμένη δύο αντίρροπων δυνάμεων έχει τιμή που είναι ίση με τη διαφορά των τιμών των δυνάμεων αυτών.

4. Ποια είναι η φορά της συνισταμένης δύο αντίρροπων δυνάμεων;

5. Ένα αυτοκίνητο κινούμενο με μεγάλη ταχύτητα προσκρούει σε ένα τοίχο. Οι επιβάτες του αυτοκινήτου κινούνται προς τα εμπρός.
Δώστε μια εξήγηση για το φαινόμενο.

6. Να εξηγήσετε τι εννοούμε με την έκφραση "ένα σώμα ισορροπεί".

7. Ποια σχέση εκφράζει τον 2° νόμο του Νεύτωνα; Να εξηγήσετε τα μεγέθη και να γράψετε τις μονάδες τους στο S.I.

8. Ένα σώμα που αρχικά ηρεμεί δέχεται σταθερή δύναμη (συνισταμένη). Συμφωνείτε με την άποψη ότι το σώμα αυτό κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

9. Ένα σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τι συμπεραίνετε για την συνισταμένη δύναμη που δέχεται;

10. Μέσα στην τάξη ένας μαθητής αφήνει να πέσουν από το ίδιο ύψος ταυτόχρονα ένα φύλλο χαρτί και ένα μολύβι. Το μολύβι θα φτάσει πιο γρήγορα στο πάτωμα της τάξης. Ποια εξήγηση δίνετε για το φαινόμενο αυτό;

11. Πότε ένα σώμα λέμε ότι κάνει ελεύθερη πτώση; Με ποια προϋπόθεση θεωρούμε την κίνηση που κάνει ένα μπαλάκι που αφήνουμε να πέσει από κάποιο ύψος, ως ελεύθερη πτώση;

12. Να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν την ταχύτητα και το διάστημα σε συνάρτηση με το χρόνο, στην ελεύθερη πτώση.

13. Ένα σώμα κάνει ελεύθερη πτώση. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών. ($g=10m/s^2$).

t(s)	υ(m/s)	s(m)
0	0	0
1		
		20
	40	

14. Να συμπληρώσετε με τους όρους: δύναμη, πλαστική, ελαστική, διανυσματικό μέγεθος, τα κενά στις επόμενες προτάσεις.

Α. Η δύναμη για να ορισθεί πλήρως χρειάζεται τιμή, διεύθυνση και φορά, δηλαδή είναι .....

Β. Η παραμόρφωση ενός ελατηρίου χαρακτηρίζεται ως .....

Γ. Η παραμόρφωση μιας πλαστελίνης χαρακτηρίζεται ως .....

Δ. Η ..... προκαλεί την παραμόρφωση ή τη μεταβολή της κινητικής κατάστασης του σώματος στο οποίο ασκείται.

15. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Α. Ένα σώμα το οποίο αρχικά ηρεμούσε εξακολουθεί να ηρεμεί αν η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται είναι .....

Β. Αδράνεια είναι η ιδιότητα των σωμάτων να τείνουν να διατηρήσουν την ..... τους κατάσταση.

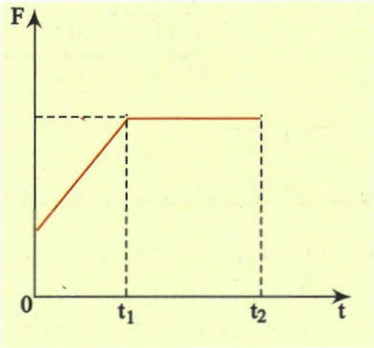
Γ. Το βάρος ενός σώματος ..... από τόπο σε τόπο ενώ η μάζα του παραμένει .....

16. Να συμπληρώσετε τα κενά στις επόμενες προτάσεις.

A. Μια δύναμη F που επενεργεί σε ένα σώμα, μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες οι οποίες επιφέρουν το ίδιο..... με τη δύναμη F.

B. Η ελεύθερη πτώση ενός σώματος είναι κίνηση ..... ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς ..... ταχύτητα.

17. Μια μπάλα που αρχικά ηρεμούσε σε λείο οριζόντιο δάπεδο δέχεται οριζόντια δύναμη F. Στο διάγραμμα της εικόνας, φαίνεται πώς μεταβάλλεται η τιμή της δύναμης με το χρόνο.

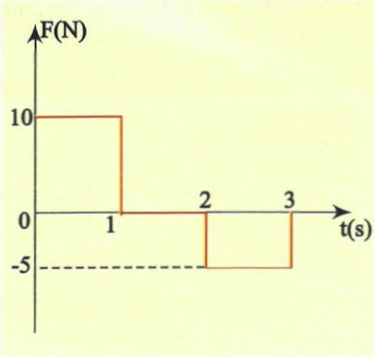


Να δικαιολογήσετε την ορθότητα των προτάσεων.

A. Μέχρι τη στιγμή t_1 η μπάλα κάνει επιταχυνόμενη κίνηση.

B. Από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή t_2 η μπάλα κάνει κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη.

18. Ένα σώμα που αρχικά ηρεμούσε σε λείο οριζόντιο δάπεδο δέχεται οριζόντια δύναμη F. Στο διάγραμμα της εικόνας, φαίνεται πώς μεταβάλλεται η τιμή της δύναμης με το χρόνο.



Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) τις σωστές προτάσεις και με το γράμμα (Λ) τις λανθασμένες.

A. Η κίνηση του σώματος είναι:
$0 \rightarrow 1s$ ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
$1s \rightarrow 2s$ ευθύγραμμη ομαλή.
$2s \rightarrow 3s$ ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

B. Η κίνηση του σώματος είναι:
$0 \rightarrow 1s$ ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
$1s \rightarrow 2s$ το σώμα ηρεμεί.
$2s \rightarrow 3s$ το σώμα αρχίζει να κινείται προς τα πίσω.

19. Ένα σώμα πέφτει ελεύθερα από ύψος H πάνω από το έδαφος. Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) και με το γράμμα (Λ), τις σωστές και τις λάθος αντίστοιχα, προτάσεις. (Αντιστάσεις από τον αέρα παραλείπονται).

A. Το σώμα κάνει ομαλή κίνηση.

B. Το σώμα στην αρχή έχει επιτάχυνση μηδέν και ταχύτητα μηδέν.

Γ. Το σώμα κάνει κίνηση ευθύγραμμη με σταθερή επιτάχυνση ίση με g.

Δ. Το σώμα κάθε στιγμή βρίσκεται σε ύψος $h = \frac{1}{2} g t^2$ πάνω από το έδαφος.

20. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με το γράμμα (Σ) αν είναι σωστές και με το γράμμα (Λ) αν είναι λάθος.

A. Η αδράνεια είναι ιδιότητα χαρακτηριστική των στερεών σωμάτων.

B. Ένα σώμα θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, αν η συνισταμένη των δυνάμεων που θα επενεργήσουν σ' αυτό είναι μηδέν.

Γ. Αν η συνισταμένη δύναμη που επενεργεί σ' ένα σώμα είναι σταθερή, τότε το σώμα θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

21. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο και επιταχύνεται για κάποιο χρονικό διάστημα. Μετά αρχίζει να επιβραδύνεται.

Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) τις σωστές προτάσεις και με το γράμμα (Λ) τις λανθασμένες.

Α. Το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του τη στιγμή που αρχίζει να επιβραδύνεται.
Β. Το σώμα δέχεται συνισταμένη δύναμη που είναι αρχικά ομόρροπη της κίνησης και μετά είναι αντίρροπη της κίνησης.
Γ. Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα είναι μηδέν όταν αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του.
Δ. Η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα είναι σταθερή.

22. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με το γράμμα (Σ) αν είναι σωστές και με το γράμμα (Λ) αν είναι λάθος.
Α. Το βάρος ενός σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.
Β. Το βάρος ενός σώματος μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο πάνω στην επιφάνεια της Γης.
Γ. Το βάρος ενός σώματος στον ίδιο τόπο μεταβάλλεται με το ύψος που βρίσκεται αυτό από την επιφάνεια της Γης.
Δ. Το βάρος ενός σώματος έχει μέτρο mg.

23. Ένα βαρύτερο σώμα έλκεται από τη Γη με δύναμη μεγαλύτερη από ένα ελαφρύτερο. Όταν τα αφήνουμε από το ίδιο ύψος φτάνουν ταυτόχρονα στην επιφάνεια της Γης (οι κινήσεις θεωρούμε ότι γίνονται μόνο υπό την επίδραση του βάρους των σωμάτων).
Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με το γράμμα (Σ) αν είναι σωστές και με το γράμμα (Λ) τις λανθασμένες.
Α. Τα δύο σώματα έχουν κάθε στιγμή την ίδια επιτάχυνση (επιτάχυνση βαρύτητας).
Β. Τα δύο σώματα δέχονται διαφορετικές δυνάμεις, όμως έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα.
Γ. Τα δύο σώματα έχουν κάθε στιγμή την ίδια επιτάχυνση και ίσες ορμές και βρίσκονται στο ίδιο ύψος.

24. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.
Ποια από τις πιο κάτω σχέσεις είναι σωστή;

Α. $F_{ολ} = m\,\alpha$ Β. $F_{ολ} = 0$

Γ. α = σταθερό Δ. $\upsilon = 0$

25. Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα υπό την επίδραση μίας δύναμης F, είναι:
Α. Ανάλογη του τετραγώνου της δύναμης F.
Β. Ανάλογη της δύναμης F.
Γ. Δεν εξαρτάται από τη δύναμη F.
Δ. Αντίστροφα ανάλογη της δύναμης F.

26. Η μονάδα 1 N ισούται με:

Α. $1\,kg\frac{m}{s}$ Β. $1\,kg\frac{m}{s^2}$

Γ. $1\,kg\,m$ Δ. $1\,kg\frac{s^2}{m}$

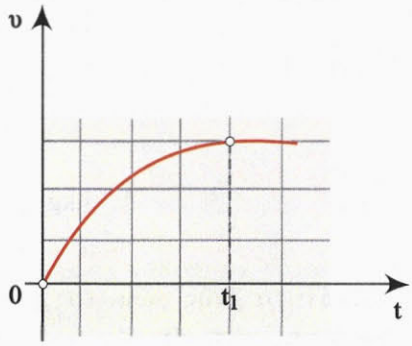
27. Η ταχύτητα ενός σώματος είναι σταθερή σε τιμή και κατεύθυνση όταν η συνολική δύναμη που ενεργεί σ' αυτό:
Α. Είναι σταθερή σε τιμή και κατεύθυνση.
Β. Είναι μηδενική.
Γ. Μεγαλώνει γραμμικά με το χρόνο.
Δ. Μικραίνει γραμμικά με το χρόνο.
Ε. Είναι ανάλογη του διαστήματος που διανύει το σώμα.

28. Ένα σώμα επιταχύνεται ομαλά όταν η δύναμη που το επιταχύνει είναι:
Α. Μηδενική.
Β. Σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση.
Γ. Ανάλογη του διαστήματος που διανύει.
Δ. Αντιστρόφως ανάλογη του διαστήματος που διανύει.
Ε. Η τιμή της μεγαλώνει με σταθερό ρυθμό.

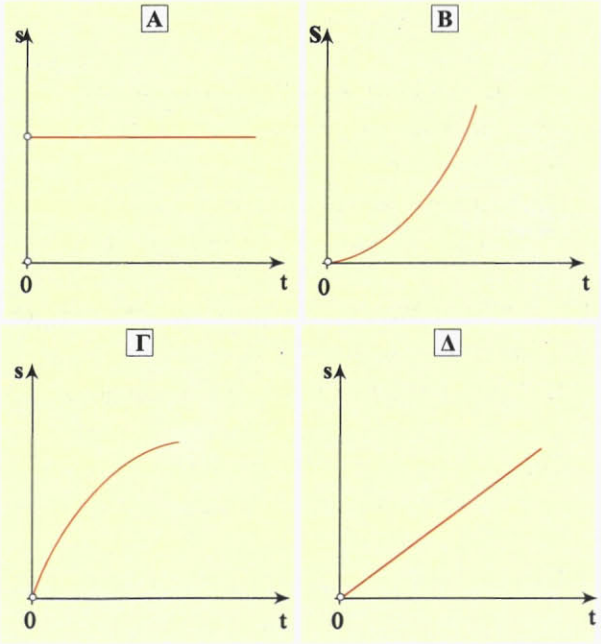
29. Ένα σώμα παύει να επιταχύνεται όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σ' αυτό:
Α. Γίνει μηδέν.
Β. Πάρει την πιο μικρή τιμή της.
Γ. Πάρει την πιο μεγάλη τιμή της.
Δ. Γίνει κάθετη στη διεύθυνση της κίνησής του.

30. Η ταχύτητα ενός σώματος που το αφήνουμε να πέσει από σχετικά μικρό ύψος μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στην εικόνα.
Η κίνηση που κάνει το σώμα είναι:

Α. Ελεύθερη πτώση.
Β. Κινείται υπό την επίδραση του βάρους του, και μίας ακόμη δύναμης ομόρροπης με το βάρος του.
Γ. Κινείται υπό την επίδραση του βάρους του και της αντίστασης του αέρα.
Δ. Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, μέχρι τη στιγμή t_1.

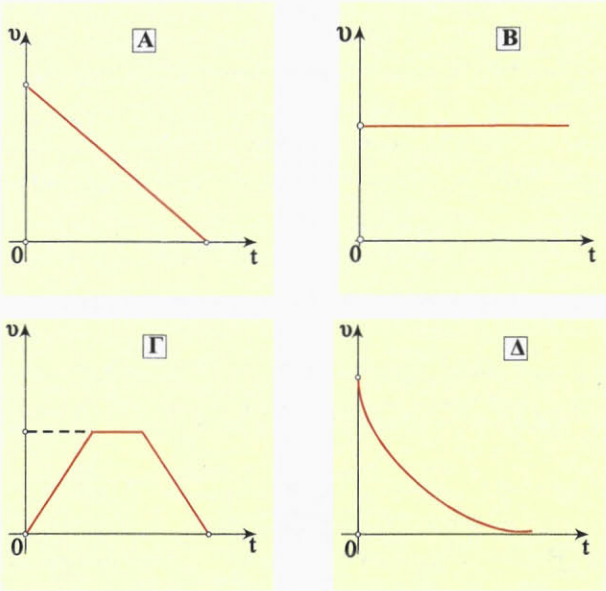


31. Σε ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα, του διαστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, φαίνεται ότι το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση από μικρό ύψος;



32. Ένα σώμα μάζας m κινείται σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα υ και τη στιγμή t=0 ασκείται σταθερή δύναμη F, αντίροπη της ταχύτητας, μέχρι να σταματήσει το σώμα.

Ποια από τα διαγράμματα δείχνει πως μεταβάλλεται η τιμή της ταχύτητας του σώματος με το χρόνο;



33. Το αποτέλεσμα μιας δύναμης εξαρτάται:
Α. Από το σημείο εφαρμογής της.
Β. Από την κατεύθυνσή της.
Γ. Από την τιμή της.
Δ. Από όλα τα παραπάνω.

34. Να αντιστοιχίσετε σχέσεις με φαινόμενα.

Ισορροπία.	F = σταθερή
Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.	F = 0
Κίνηση ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με μεταβλητή επιτάχυνση	α ≠ σταθερή

35. Πετάμε ένα σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω. Να σχεδιάσετε τα διανύσματα της επιτάχυνσης και της ταχύτητας του σώματος:

Α. Σε μια τυχαία χρονική στιγμή κατά τη διάρκεια της ανόδου του.
Β. Τη χρονική στιγμή που βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της τροχιάς του.
Γ. Σε μια τυχαία χρονική στιγμή κατά την διάρκεια της καθόδου του.

36. Ένας μαθητής πιστεύει ότι αδράνεια έχουν μόνο τα σώματα που βρίσκονται σε κίνηση, ενώ τα ακίνητα σώματα δεν έχουν. Ποια είναι η δική σας άποψη;

37. Ρίχνουμε μια μπάλα κατακόρυφα προς τα πάνω. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω στη μπάλα σε ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς της όταν:
Α. Ανεβαίνει.
Β. Κατεβαίνει.
Γ. Τη χρονική στιγμή που βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της τροχιάς της.

38. Αφήνουμε να πέσουν ταυτόχρονα δύο κέρματα, ένα των δέκα και ένα των εκατό δραχμών. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
Α. Τα δύο κέρματα πέφτουν ταυτόχρονα, διότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.
Β. Το κέρμα των εκατό δραχμών πέφτει πρώτο, διότι είναι βαρύτερο.
Γ. Τα δύο κέρματα πέφτουν ταυτόχρονα, διότι στο βαρύτερο ασκείται μεγαλύτερη δύναμη, αλλά αυτό έχει μεγαλύτερη μάζα και η επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{B}{m} = g = \text{σταθ.}$$

Δ. Το κέρμα των δέκα δραχμών έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση, διότι είναι ελαφρύτερο.

39. Στην ελεύθερη πτώση ενός σώματος:
Α. Η επιτάχυνση είναι σταθερή.
Β. Η ταχύτητα είναι σταθερή.
Γ. Η επιτάχυνση και η ταχύτητα είναι ίσες.
Δ. Η επιτάχυνση εξαρτάται από τη μάζα του.

Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές;

40. Μέσα σε αερόκενο σωλήνα αφήνουμε μια σφαίρα.
Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Δεν υπάρχει βαρύτητα μέσα στον αερόκενο σωλήνα.
Β. Στη σφαίρα ασκείται μόνο το βάρος της, το οποίο την επιταχύνει.
Γ. Η αντίσταση του αέρα εμποδίζει τη σφαίρα να πέσει ελεύθερα.
Δ. Το βάρος ασκείται στη σφαίρα μόνο όταν την αφήσουμε να πέσει.

41. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
Α. Για να κινείται ένα σώμα με σταθερή ταχύτητα πρέπει να ασκούνται πάνω του δυνάμεις, που έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν.
Β. Όλα τα σώματα σταματούν να κινούντε όταν παύσουν να ασκούνται πάνω τους δυνάμεις.
Γ. Η αδράνεια είναι η δύναμη που διατηρεί την κίνηση των σωμάτων.
Δ. Δύο σώματα διαφορετικής μάζας που ηρεμούν, έχουν την ίδια αδράνεια.
Ε. Η μάζα των σωμάτων είναι το μέτρο της αδράνειάς τους.
ΣΤ. Τα σώματα έχουν αδράνεια μόνο όταν κινούνται.

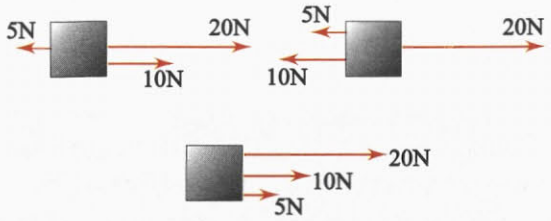
ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Δύο δυνάμεις με τιμές 80N και 60N ενεργούν στο ίδιο σημείο ενός σώματος.

Να βρείτε τη συνισταμένη τους αν οι διευθύνσεις τους σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία

Α. 0° Β. 180°

2. Στην εικόνα φαίνεται ένα σώμα και οι δυνάμεις που δέχεται σε τρεις περιπτώσεις.



Σε κάθε περίπτωση να υπολογίσετε την συνισταμένη δύναμη σε τιμή και κατεύθυνση.

3. Μια δύναμη F=10N να αναλυθεί σε δυο συνιστώσες, F_1 και F_2 που είναι:

Α. συγγραμμικές ομόρροπες και $F_1=4F_2$

Β. συγγραμμικές αντίρροπες και $F_1=3F_2$

4. Από ένα δυναμόμετρο κρεμάμε σώματα διαφορετικών βαρών.

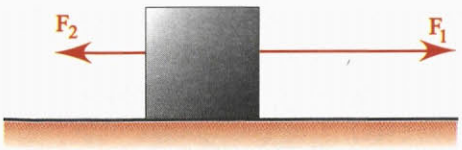
Α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Επιμήκυνση (cm)	5	8		15	20
Βάρος (N)			40		80

Β. Να κάνετε το διάγραμμα της δύναμης που επιμηκύνει το δυναμόμετρο σε συνάρτηση με την επιμήκυνση.

Γ. Να υπολογίσετε την κλίση της γραφικής παράστασης.

5. Το σώμα που φαίνεται στην εικόνα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Είναι γνωστό ότι $F_1=22N$ και $F_2=7N$. Το σώμα δέχεται άλλη δύναμη εκτός των F_1 και F_2 στη διεύθυνση της κίνησής του; Αν ναι να την προσδιορίσετε.

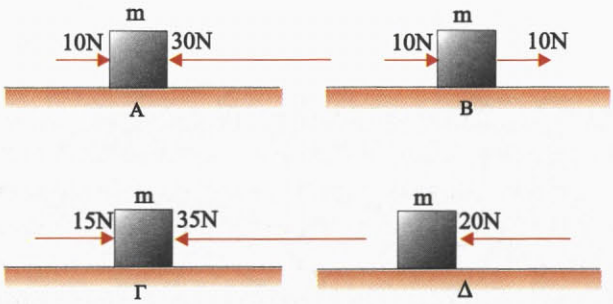


6. Ένα πιθηκάκι κρέμεται από το κλαδί ενός δέντρου και έχει βάρος 200N.

Να προσδιορίσετε τη δύναμη που δέχεται από το κλαδί του δένδρου.

7. Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο. Στην εικόνα φαίνονται οι οριζόντιες δυνάμεις που δέχεται σε τέσσερις περιπτώσεις.

Να συγκρίνετε τις επιταχύνσεις του σώματος.



8. Ένα σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα $\upsilon_1=10m/s$. Τη χρονική στιγμή t=0 αρχίζει να ενεργεί πάνω στο σώμα δύναμη F, κατά τη διεύθυνση της ταχύτητας αλλά με αντίθετη φορά. Σε χρόνο t=2s η τιμή της ταχύτητάς του γίνεται $\upsilon_2=5m/s$.

Να υπολογιστεί η τιμή της δύναμης F. Δίνεται η μάζα του σώματος m=10kg.

9. Ένα σώμα μάζας m=1kg κινείται σε οριζόντιο δάπεδο και η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση

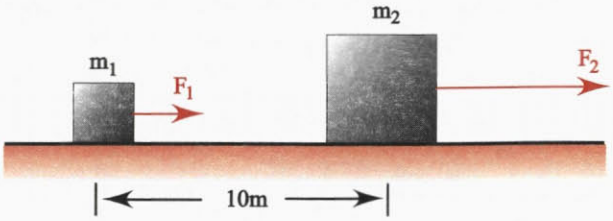
$$\upsilon = 4t \quad (\upsilon \text{ σε } \frac{m}{s}, t \text{ σε } s)$$

Να βρείτε την τιμή της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα.

10. Σώμα επιταχύνεται από 10m/s σε 14m/s μέσα σε χρόνο 2s. Η μάζα του σώματος είναι m=5kg. Να βρεθεί η σταθερή δύναμη που επιταχύνει το σώμα.

***11.** Δύο σώματα με μάζες $m_1=1kg$ και $m_2=3kg$ ηρεμούν σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η μεταξύ τους απόσταση είναι 10m. Στα σώματα επενεργούν ταυτόχρονα ομόρροπες

δυνάμεις F_1=4N και F_2=15N αντίστοιχα όπως φαίνεται στην εικόνα.

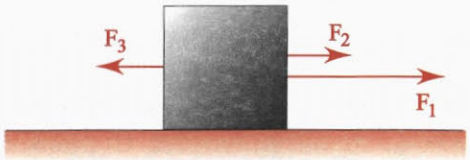


A. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση κάθε σώματος.
B. Μετά από πόσο χρόνο το μάζας m_2 σώμα θα προηγείται του άλλου κατά 18m;

12. Σώμα μάζας m=20kg αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0 αρχίζει να ενεργεί στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη F_1=20N. Μετά από λίγο χρόνο καταργείται η δύναμη F_1 και την ίδια στιγμή αρχίζει να ενεργεί πάνω στο σώμα αντίρροπη δύναμη σταθερής τιμής F_2=5N και το σώμα σταματά αφού διανύσει συνολικά διάστημα 40m.

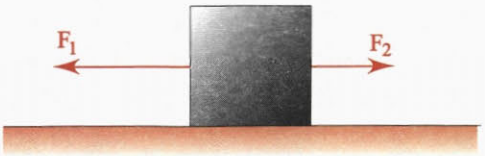
Να υπολογίσετε:
A. Σε ποιο σημείο της διαδρομής άρχισε να ενεργεί η δύναμη F_2;
B. Πόση είναι η διάρκεια της κίνησης του σώματος, από τη στιγμή που ξεκίνησε μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του;

13. Στο σώμα της εικόνας ασκούνται οι δυνάμεις F_1=6N, F_2=2N και F_3. Το σώμα αρχικά ηρεμεί και σε χρόνο 4s διανύει διάστημα 24m. Αν είναι γνωστό ότι η μάζα του σώματος είναι m=1kg και ότι το δάπεδο είναι λείο, να υπολογιστούν:



A. Η επιτάχυνση του σώματος.
B. Η τιμή της δύναμης F_3.

14. Στο σώμα που φαίνεται στην εικόνα, ασκούνται οι δυνάμεις F_1 και F_2. Όταν οι τιμές των δυνάμεων αυτών είναι: F_1=40N και F_2=20N, το σώμα αποκτά επιτάχυνση $\alpha=0,3m/s^2$. Ποια επιτάχυνση θα έχει το σώμα όταν είναι: F_1=40N και F_2=0;



15. Μία μπάλα αφήνεται να πέσει από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας που έχει ύψος h=20m. Πόσο χρόνο θα χρειαστεί η μπάλα για να φτάσει στο έδαφος;
Δίνεται ότι $g=10m/s^2$.

***16.** Ένα πηγάδι έχει βάθος 180m. Από το χείλος του πηγαδιού αφήνουμε να πέσει ελεύθερα ένα σώμα Α και μετά από ένα δευτερόλεπτο αφήνουμε να πέσει ελεύθερα ένα άλλο σώμα Β.

Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $10m/s^2$, πόση θάναι η απόσταση του σώματος Β από τον πυθμένα του πηγαδιού όταν σ' αυτόν θα φτάσει το σώμα Α;

***17.** Ένα αυτοκίνητο έχει μάζα m=4.000kg και κινείται σ' έναν ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα υ_0. Ξαφνικά ο οδηγός φρενάρει αναπτύσσοντας με σταθερή επιβραδύνουσα δύναμη $F=2\cdot10^4N$ και ακινητοποιεί το αυτοκίνητο μετά από διαδρομή s=40m.
A. Να βρείτε την ταχύτητα υ_0 του αυτοκινήτου.
B. Να υπολογίσετε τη χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης.
Γ. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα $\upsilon=f(t)$.

***18.** Από ένα σημείο που βρίσκεται σε ύψος h=45m αφήνουμε να πέσει ένα σώμα και ένα δευτερόλεπτο αργότερα ρίχνουμε από το ίδιο σημείο δεύτερο σώμα με αρχική ταχύτητα υ_0 τέτοια, ώστε τα δύο σώματα να φτάσουν στο έδαφος ταυτόχρονα.
A. Να βρείτε την ταχύτητα υ_0 και το χρόνο που χρειάζεται το δεύτερο σώμα για να φτάσει στο έδαφος.
B. Να κάνετε τα διαγράμματα $\upsilon=f(t)$ και $s=f(t)$ για το πρώτο σώμα.
Δίνεται ότι $g=10m/s^2$.

Κεφάλαιο 1.2.

1. Στην πρώτη περίπτωση οι δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση και έτσι η συνισταμένη τους είναι:

$F = F_1 + F_2 = (80 + 60)N$ ή $F = 140N$ ίδιας κατεύθυνσης.

Στη δεύτερη περίπτωση οι δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση και έτσι η συνισταμέμη τους έχει την κατεύθυνση της μεγαλύτερης και τιμή: $F = F_1 - F_2 = (80 - 60)N$ ή $F = 20N$.

2. Και στις τρεις περιπτώσεις η συνισταμένη F έχει φορά προς τα δεξιά και η τιμή της είναι:

$F = (20 + 10)N - 5N$ ή $F = 25N$

$F = 20N - (10+5)N$ ή $F = 5N$

$F = (20+10+5)N$ ή $F = 35N$

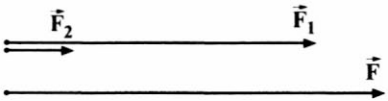
3. Α. Για τις συγγραμμικές και ομόρροπες δυνάμεις γνωρίζουμε ότι η συνισταμένη τους είναι συγγραμμική και ομόρροπη με τις συνιστώσες και έχει τιμή που δίνεται από τη σχέση

$F = F_1 + F_2$.

Έτσι $F = 4F_2 + F_2$ ή $F_2 = 2N$

και $F_1 = 4F_2$ ή $F_1 = 8N$.

Η ζητούμενη ανάλυση φαίνεται στην εικόνα α.



Εικόνα α

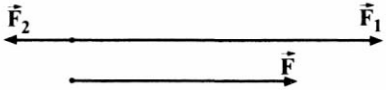
Β. Για τις συγγραμμικές και αντίρροπες δυνάμεις γνωρίζουμε ότι η συνισταμένη τους είναι συγγραμμική και ομόρροπη με τη συνιστώσα δύναμη μεγαλύτερης τιμής και δίνεται από τη σχέση

$F = F_1 - F_2$.

Έτσι $F = 3F_2 - F_2$ ή $F_2 = 5N$

και $F_1 = 3F_2$ ή $F_1 = 15N$

Η ζητούμενη ανάλυση φαίνεται στην εικόνα β.



Εικόνα β

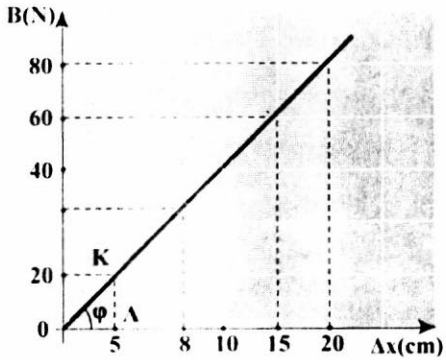
4. Α. Από το νόμο του Hooke έχουμε: $F = K\Delta x$. Αντικαθιστώντας το γνωστό ζευγάρι τιμών $\Delta x = 20cm$ και $F = 80N$ έχουμε:

$$80N = K \cdot 20cm \text{ ή } K = \frac{80}{20}\frac{N}{cm} \text{ ή } K = 4\frac{N}{cm}.$$

Άρα, αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $B = K\Delta x$ ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

Επιμήκυνση (cm)	5	8	10	15	20
Βάρος (N)	20	32	40	60	80

Β. Από τον πίνακα κατασκευάζουμε το διάγραμμα ως εξής:



Γ. Η κλίση της γραφικής παράστασης ισούται με την εφαπτομένη της γωνίας φ και ισχύει: $εφφ = \frac{KΛ}{ΟΛ} = \frac{20N}{5cm} = 4N/cm$, δηλαδή δίνει τη σταθερά του ελατηρίου Κ.

5. Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, δηλαδή $α = 0$, όπως προκύπτει από το νόμο του Νεύτωνα $ΣF = m\,α$, πρέπει να είναι $ΣF = 0$. Αυτό σημαίνει ότι στο σώμα ασκείται δύναμη F_3 ίδιας κατεύθυνσης με τη μικρότερη δύναμη F_2, έτσι ώστε να ισχύει:
$F_1 - F_2 - F_3 = 0$ ή $F_3 = F_1 - F_2 = (22 - 7)N$ ή $F_3 = 15N$.

6. Επειδή το πιθηκάκι ισορροεπεί, θα πρέπει να δέχεται από το κλαδί δύναμη F, ώστε η συνισταμένη της F και το βάρος Β να είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή: $F - B = 0$ ή $F = B$ ή $F = 200N$ αντίρροπη του βάρους του.

7. Η συνισταμένη δύναμη ΣF έχει και στις τέσσερις περιπτώσεις την ίδια τιμή $ΣF = 20N$ με φορά προς τ' αριστερά, εκτός της περίπτωσης Β που η φορά είναι προς τα δεξιά. Έτσι στις περιπτώσεις Α, Γ και Δ έχουμε την ίδια επιτάχυνση που είναι αντίθετη της επιτάχυνσης του σώματος στην περίπτωση Β.

8. Από τη σχέση $\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ βρίσκουμε την επιβράδυνση α που είναι:

$$\alpha = \frac{5}{2} m/s^2 = 2{,}5 m/s^2.$$

Έτσι η ζητούμενη δύναμη είναι: $F = m\alpha = 10 \cdot 2{,}5N$ ή $F = 25N$.

9. Από τη σύγκριση της σχέσης $\upsilon = 4t$ με τη σχέση $\upsilon = \alpha t$ προκύπτει πως το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\alpha = 4m/s^2$. Έτσι η συνισταμένη δύναμη για το σώμα είναι:

$$\Sigma F = m\alpha = 1.4N \text{ ή } \Sigma F = 4N.$$

10. Από τον ορισμό της επιτάχυνσης έχουμε:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{14-10}{2} m/s^2 \text{ ή } \alpha = 2m/s^2.$$

Έτσι από τον νόμο του Νεύτωνα έχουμε: $F = m\alpha = 10 \cdot 2N$ ή $F = 20N$.

11. Α. Για την επιτάχυνση κάθε σώματος έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{4}{1} m/s^2 \text{ ή } \alpha_1 = 4m/s^2 \text{ και}$$

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{m_2} = \frac{15}{3} m/s^2 \text{ ή } \alpha_2 = 5m/s^2.$$

Β. Αν τα δύο σώματα απέχουν κατά 18m μετά από χρόνο t στον οποίο έχουν διανύσει αντίστοιχο διάστημα S_1 και S_2 θα πρέπει να ισχύει: $S_2 - S_1 = (18-10)m$ ή $S_2 - S_1 = 8m$. Έτσι έχουμε:

$$\frac{1}{2}\alpha_2 t^2 - \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 = 8 \text{ ή } \frac{1}{2}5t^2 - \frac{1}{2}4t^2 = 8$$

$$\text{ή } 2{,}5t^2 - 2t^2 = 8 \text{ ή } t^2 = 16 \text{ ή } t = 4s.$$

12. Α. Αρχικά το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση $\alpha_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{20}{20} m/s^2$ ή $\alpha_1 = 1m/s^2$ για χρόνο έστω t_1, στον οποίο αποκτά ταχύτητα υ_0 διανύοντας διάστημα S_1. Προφανώς για την κίνηση αυτή ισχύει:

$$s_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \text{ ή } s_1 = \frac{1}{2}t_1^2 \qquad (\alpha)$$

$$\text{και } \upsilon_0 = \alpha_1 t_1 \text{ ή } \upsilon_0 = t_1 \qquad (\beta)$$

Κατόπιν το σώμα επιβραδύνεται με επιβράδυνση

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{m} = \frac{5}{20} m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = 0{,}25 m/s^2$$

Τελικά το σώμα κινείται ακόμη μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για χρόνο $t_2 = \frac{\upsilon_0}{\alpha_2} = \frac{t_1}{\alpha_2}$ (γ)

Στο χρόνο αυτό διανύει διάστημα $s_2 = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha_2} = \frac{t_1^2}{2\alpha_2}$ (δ)

Αλλά $s_1 + s_2 = s_{ολ}$ ή $\frac{1}{2} t_1^2 + \frac{t_1^2}{2\alpha_2} = s_{ολ}$ ή

$$\frac{1}{2} t_1^2 + 2 t_1^2 = 40 \quad \text{ή} \quad t_1 = 4s.$$

Άρα η δύναμη F_2 άρχισε να ενεργεί μετά από διαδρομή

$$s_1 = \frac{1}{2} t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 4^2 s \quad \text{ή} \quad s_1 = 8m.$$

Β. Η συνολική διάρκεια κίνησης του σώματος είναι:

$$t_{ολ} = t_1 + t_2 = t_1 + \frac{t_1}{\alpha_2} = \left(4 + \frac{4}{0{,}25}\right) s \quad \text{ή} \quad t_{ολ} = 20s.$$

13. Α. Από την εξίσωση της κίνησης για την ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση έχουμε:

$$s = \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{2s}{t^2} = \frac{48}{16} m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha = 3m/s^2.$$

Β. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση $\Sigma F = m\alpha$ όπου $\Sigma F = F_1 + F_2 - F_3$ έχουμε: $F_1 + F_2 - F_3 = m\alpha$ ή $6 + 2 - F_3 = 1 \cdot 3$ ή $F_3 = 5N$.

14. Στην πρώτη περίπτωση η $\Sigma F = F_1 - F_2 = 40N - 20N$ ή $\Sigma F = 20N$.

Άρα η $\Sigma F = m\alpha$ δίνει για τη μάζα $m = \frac{20}{0{,}3} kg$.

Έτσι στη δεύτερη περίπτωση η επιτάχυνση του σώματος είναι:

$$\Sigma F' = m\alpha' \quad \text{ή} \quad \alpha' = \frac{\Sigma F'}{m} = \frac{40}{\frac{20}{0{,}3}} m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha' = 0{,}6 m/s^2.$$

Την τιμή αυτή την αναμένουμε, αφού διπλάσια δύναμη στο ίδιο σώμα, προκαλεί διπλάσια επιτάχυνση.

15. Από την εξίσωση του διαστήματος για την ελεύθερη πτώση έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ή} \quad t^2 = \frac{2h}{8} \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε $t = 2s$.

16. Αν το πρώτο σώμα φτάνει στον πυθμένα σε χρόνο t, ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{και με αντικατάσταση } t = 6s.$$

Το δεύτερο σώμα έχει κινηθεί για χρόνο t΄ που είναι:

$t' = t - \Delta t$ ή $t' = (6 - 1)s = 5s$.

Στο χρόνο αυτό έχει διανύσει διάστημα

$$h' = \frac{1}{2} g t'^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 5^2 \text{ m} \quad \text{ή} \quad h' = 125\text{m}.$$

Κατά συνέπεια η ζητούμενη απόσταση Δh είναι:

$\Delta h = h - h' = (180 - 125)\text{m}$ ή $\Delta h = 55\text{m}$.

17. Α. Η επιτάχυνση που αποκτά το αυτοκίνητο θα είναι:

$$F = m\alpha \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{F}{m} = \frac{2 \cdot 10^4}{4.000} \text{m/s}^2 = 5\text{m/s}^2.$$

Όμως το διάστημα μέχρι να σταματήσει είναι:

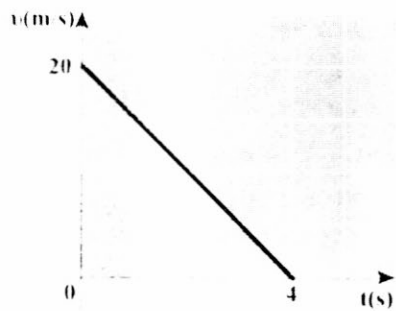
$$S = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} \quad \text{ή} \quad \upsilon_0^2 = 2\alpha s \quad \text{ή} \quad \upsilon_0 = \sqrt{2\alpha s}$$

και με αντικατάσταση $\upsilon_0 = 20\text{m/s}$.

Β. Η χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης είναι:

$$t_{ολ} = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{20}{5} s \quad \text{ή} \quad t_{ολ} = 4s.$$

Γ. Τέλος το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



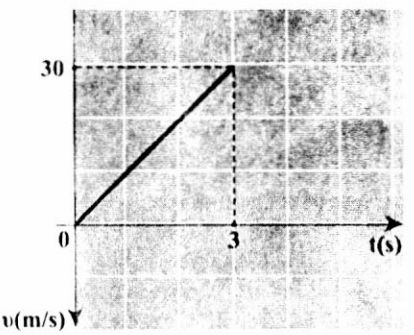
18. Α. Έστω ότι το πρώτο σώμα φτάνει στο έδαφος σε χρόνο t.

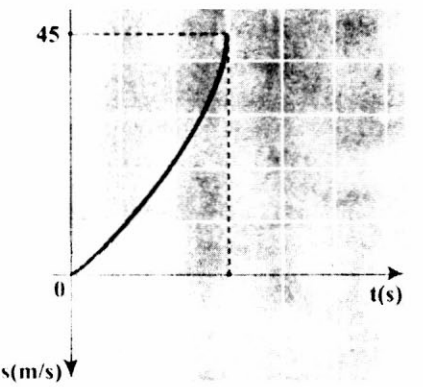
Ισχύει ότι: $h = \frac{1}{2} g t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ και με αντικατάσταση $t = 3s$. Επειδή το δεύτερο σώμα ρίχνεται μετά από ένα δευτερόλεπτο και φτάνει στο έδαφος ταυτόχρονα με το πρώτο, πρέπει να κινείται για χρόνο $t' = t - \Delta t$ ή $t' = (3 - 1)s$ ή $t' = 2s$. Έτσι για το δεύτερο σώμα έχουμε:

$$h = \upsilon_0 t' + \frac{1}{2} g t'^2 \quad \text{ή} \quad \upsilon_0 = \frac{h - \frac{1}{2} g t'^2}{t'} \quad \text{ή}$$

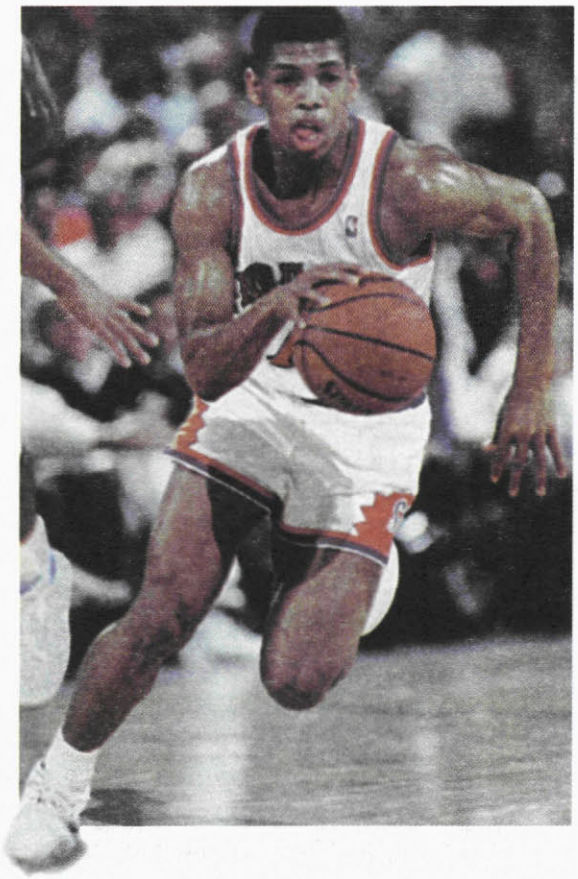
$$\upsilon_0 = \frac{45 - 5 \cdot 2^2}{2} m/s \quad \text{ή} \quad \upsilon_0 = 12{,}5 m/s.$$

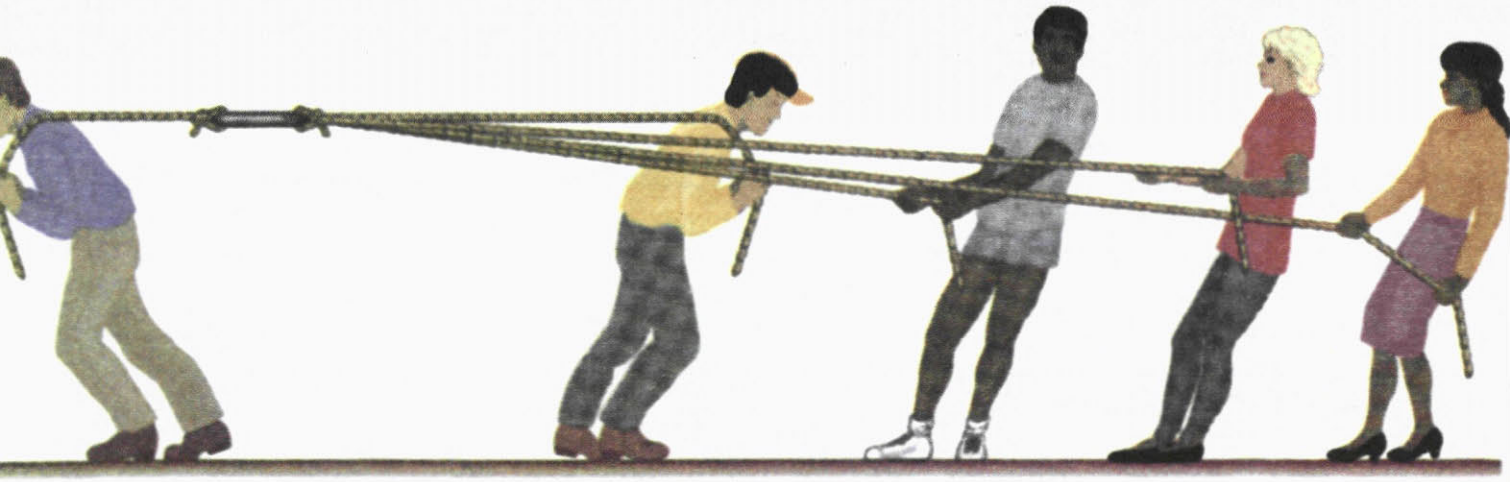
Β. Τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:





1.3 Δυναμική στο επίπεδο





Στο προηγούμενο κεφάλαιο της Δυναμικής μάθαμε τους δύο πρώτους νόμους του Νεύτωνα, μιλήσαμε για τη δύναμη του βάρους, για τη μάζα των σωμάτων και μελετήσαμε την κίνηση ενός σώματος που αφήνεται να πέσει από κάποιο ύψος όταν ασκείται σ' αυτό μόνο το βάρος του.

Σ' αυτό το κεφάλαιο της Δυναμικής θα μελετήσουμε τη σχέση της δύναμης με την κίνηση ενός σώματος στο επίπεδο.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

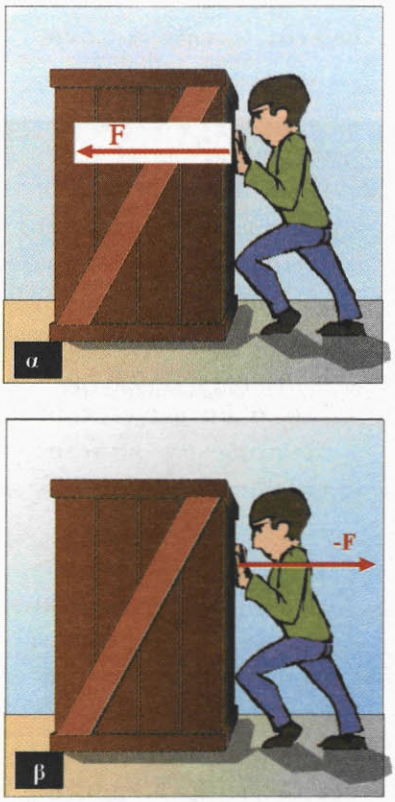
1.3.1 Τρίτος νόμος του Νεύτωνα. Νόμος Δράσης - Αντίδρασης 111
1.3.2 Δυνάμεις από επαφή και από απόσταση 112
1.3.3 Σύνθεση δυνάμεων στο επίπεδο 114
1.3.4 Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες 115
1.3.5 Σύνθεση πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων 117
1.3.6 Ισορροπία ομοεπιπέδων δυνάμεων 118
1.3.7 Ο νόμος της τριβής 120
Ένθετο: Μείωση των τριβών στο ανθρώπινο σώμα 122
1.3.8 Οριζόντια βολή 123
1.3.9 Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα σε διανυσματική και σε αλγεβρική μορφή 127
1.3.10 Ομαλή κυκλική κίνηση 130
1.3.11 Κεντρομόλος δύναμη 134
1.3.12 Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης 136
Ένθετο: Από τον Αριστοτέλη στο Νεύτωνα 141
Ένθετο: Ντετερμινισμός ή χάος 144
Περίληψη 147
Ερωτήσεις 151
Ασκήσεις-Προβλήματα 157

1.3.1 Τρίτος νόμος του Νεύτωνα. Νόμος Δράσης - Αντίδρασης

Η έννοια της δύναμης *χρησιμοποιείται για να περιγράψει την αλληλεπίδραση μεταξύ δύο σωμάτων.* Παραδείγματος χάρη σπρώχνουμε ένα κιβώτιο και αυτό επιταχύνεται, τραβάμε με το χέρι μας το ένα άκρο ελατηρίου του οποίου το άλλο είναι στερεωμένο και αυτό παραμορφώνεται. Και στα δύο παραδείγματα ένα σώμα αλληλεπιδρά με ένα άλλο. Ποιο σώμα ασκεί τη δύναμη και ποιο τη δέχεται;
Ο Νεύτωνας πίστευε ότι είναι το ίδιο να δεχθούμε ότι, είτε το πρώτο ασκεί δύναμη και το δεύτερο τη δέχεται ή το αντίστροφο. Δηλαδή:

"Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν και το πρώτο ασκεί δύναμη $\vec{F}$ στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο ασκεί αντίθετη δύναμη $-\vec{F}$ στο πρώτο".

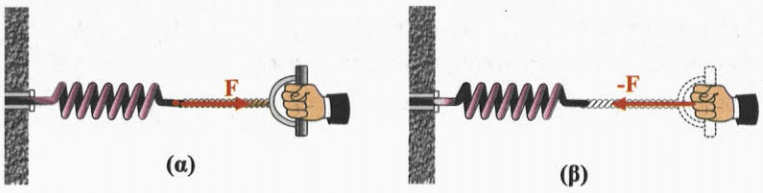
Η διατύπωση αυτή αποτελεί το νόμο **Δράσης - Αντίδρασης**.



Εικόνα 1.3.1

Στο παραπάνω παράδειγμα, όταν σπρώχνουμε το κιβώτιο με μια δύναμη $\vec{F}$ τότε αυτό ασκεί σ' εμάς δύναμη $-\vec{F}$ (Εικ. 1.3.1). Στο δεύτερο παράδειγμα όταν τραβάμε με το χέρι μας το ελατήριο με δύναμη $\vec{F}$, και το ελατήριο ασκεί στο χέρι μας δύναμη $-\vec{F}$ (Εικ. 1.3.2).

Εκείνο που πρέπει να τονίσουμε είναι ότι οι δυνάμεις της Δράσης - Αντίδρασης ***ενεργούν σε διαφορετικά σώματα***, επομένως δεν έχει νόημα να μιλάμε για συνισταμένη των δύο αυτών δυνάμεων.



Εικόνα 1.3.2

Σύμφωνα με το νόμο αυτό σε κάθε δράση αναπτύσσεται ίση αντίδραση. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι δεν είναι δυνατό να έχουμε την εμφάνιση μιας μόνης δύναμης, γιατί το σώμα στο οποίο αυτή ασκείται θα προκαλεί μια αντίδραση. Λέμε λοιπόν ότι **οι δυνάμεις στη φύση εμφανίζονται κατά ζεύγη.**

Μερικοί μαθητές θεωρούν ότι, η ισορροπία ενός σώματος είναι συνέπεια του νόμου δράσης-αντίδρασης.

Συζητήστε στην ομάδα σας την άποψη αυτή και γράψτε τη δική σας άποψη.

1.3.2 Δυνάμεις από επαφή και από απόσταση

Όπως είδαμε, για να ασκηθεί μια δύναμη σε ένα σώμα είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός δεύτερου σώματος, που είναι είτε σε επαφή, είτε σε κάποια απόσταση από το πρώτο σώμα και αλληλεπιδρά με αυτό.

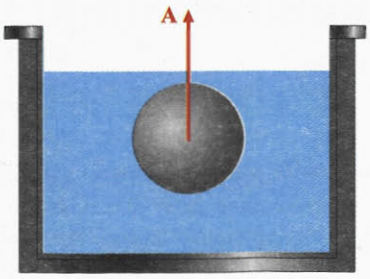
Εικόνα 1.3.3

Όταν σπρώχνουμε ένα αντικείμενο, παραδείγματος χάρη ένα αυτοκίνητο (Εικ. 1.3.3) ασκούμε δύναμη σ' αυτό. Όταν επίσης τεντώνουμε ένα ελατήριο του οποίου το ένα άκρο είναι στερεωμένο και εμείς τραβάμε το ελεύθερο άκρο του (Εικ. 1.3.2), ασκούμε δύναμη. Όταν με ένα σχοινί τραβάμε μια βάρκα που είναι στη θάλασσα, ενώ εμείς είμαστε στην ξηρά ασκούμε δύναμη (Εικ. 1.3.3α). Το χαρακτηριστικό και των τριών περιπτώσεων είναι ότι υπάρχει επαφή. Οι δυνάμεις που ανήκουν σ'αυτή την κατηγορία λέγονται **δυνάμεις από επαφή**.

Εικόνα 1.3.3α

Χαρακτηριστικές δυνάμεις επαφής πάνω σε ένα σώμα, που συναντάμε στα προβλήματα Μηχανικής είναι:

1. Η **τριβή**.
2. Η δύναμη που δέχεται το σώμα από τεντωμένο νήμα, στο άκρο του οποίου είναι δεμένο (λέγεται **τάση νήματος**).
3. Η **δύναμη ελατηρίου** που δέχεται το σώμα από παραμορφωμένο ελατήριο.
4. Η κάθετη δύναμη που ασκείται στο σώμα από την επιφάνεια στην οποία αυτό ισορροπεί.
5. Η **άνωση** που δέχεται ένα σώμα από το υγρό, μέσα στο οποίο είναι βυθισμένο (Εικ. 1.3.4).
6. Η **αντίσταση** του αέρα που δέχεται ένα σώμα όταν κινείται.



Εικόνα 1.3.4

Αντίθετα, οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ ηλεκτρικά φορτισμένων σωμάτων, οι δυνάμεις μεταξύ μαγνητών και οι δυνάμεις λόγω βαρύτητας

Δραστηριότητα

Δράση και αντίδραση.

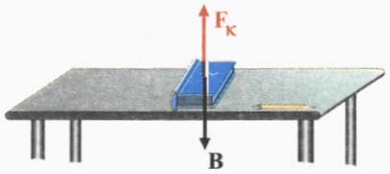
1. Κρατήστε (δύο από σας) τα δύο δυναμόμετρα τεντωμένα, όπως φαί-

νεται στην εικόνα. Παρατηρήστε τις ενδείξεις των δυναμομέτρων.
2. Ποια είναι η σχέση μεταξύ δράσης και αντίδρασης όσον αφορά τη διεύθυνση, τη φορά και την τιμή;
3. Εξηγήστε γιατί μια βάρκα θα φύγει προς τα πίσω αν κάποιος πηδήξει από αυτήν στην προκυμαία.
4. Ένα αντικείμενο βάρους 10N ισορροπεί πάνω σε τραπέζι. Προσδιορίστε τη δύναμη που ασκεί το αντικείμενο στο τραπέζι (τιμή, διεύθυνση και φορά). Επίσης, προσδιορίστε τη δύναμη που ασκεί το τραπέζι πάνω στο αντικείμενο.

είναι **δυνάμεις από απόσταση**.

Σ'ένα σώμα είναι δυνατό να ασκούνται τόσο δυνάμεις από επαφή, όσο και από απόσταση.

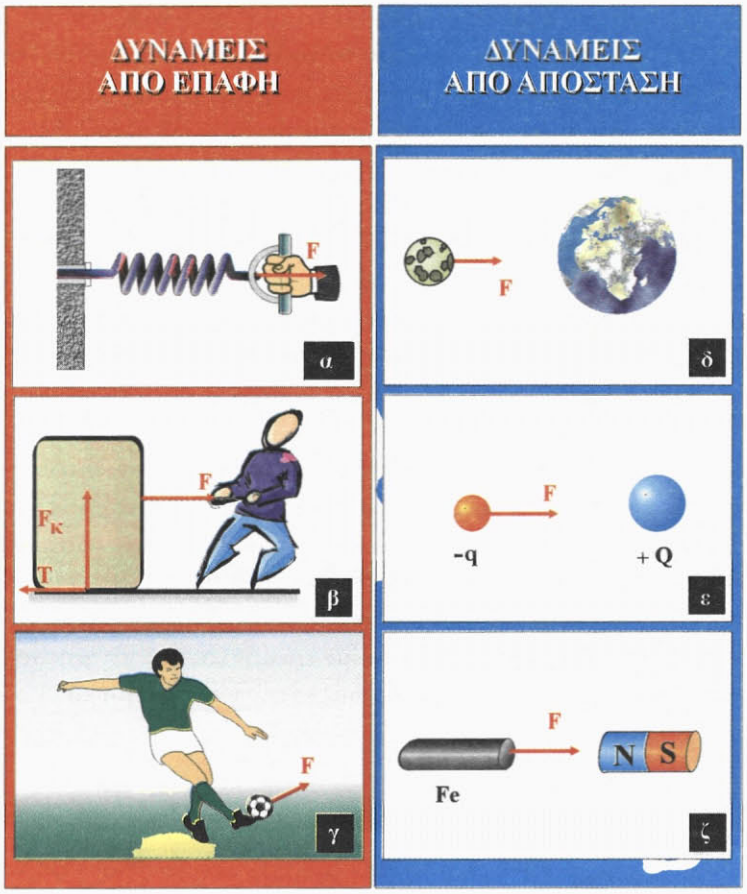
Παραδείγματος χάρη, στο βιβλίο που βρίσκεται στο θρανίο ασκείται το βάρος του, που είναι δύναμη από απόσταση και η δύναμη που προέρχεται από το θρανίο και είναι δύναμη από επαφή (Εικ. 1.3.5).



Εικόνα 1.3.5

Πολλές φορές στην επίλυση προβλημάτων είναι ανάγκη να σημειώσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα. Έχοντας υπόψη μας ότι οι δυνάμεις αυτές είναι δυνάμεις είτε από επαφή είτε από απόσταση, (Εικ. 1.3.6), μας είναι εύκολο να τις προσδιορίσουμε.

Οι δυνάμεις από επαφή που ασκούνται σε ένα σώμα είναι τόσες όσα είναι τα σώματα με τα οποία αυτό έρχεται σε επαφή.



Εικόνα 1.3.6
Εικόνες δυνάμεων από επαφή και από απόσταση.

Συζητείστε στην ομάδα σας το παρακάτω θέμα.

Κρατάμε στο χέρι μας μια κιμωλία. Ποιες δυνάμεις ασκούνται επάνω της; Ποια σώματα τις ασκούν;

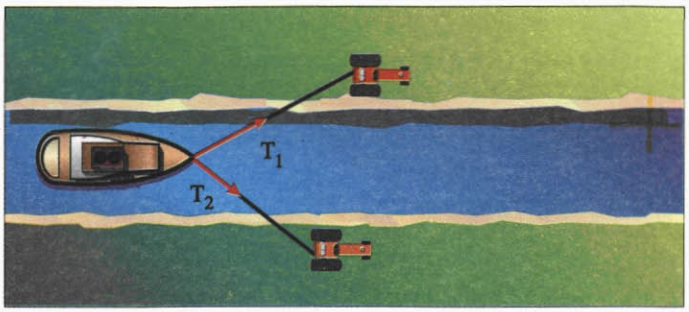
Πετάμε την κιμωλία προς τα πάνω. Αν ρωτήσουμε ποιες δυνάμεις ασκούνται πάνω στην κιμωλία κατά την κίνησή της, κάποιοι μαθητές θα απαντήσουν ότι ασκούνται δύο δυνάμεις:

i) το βάρος και
ii) η δύναμη που δώσαμε όταν έφυγε από το χέρι μας.

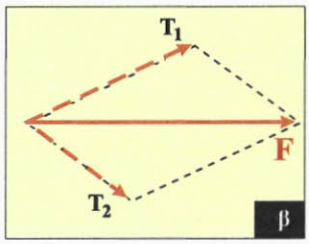
Συμφωνείτε με αυτή την άποψη;

1.3.3 Σύνθεση δυνάμεων στο επίπεδο

Στην εικόνα 1.3.7α φαίνεται ένα πλοιάριο που λόγω μηχανικής βλάβης κινείται στα νερά του ποταμού με τη βοήθεια δύο σχοινιών, τα οποία σύρουν οχήματα από τις όχθες.



Εικόνα 1.3.7α



Εικόνα 1.3.7β
Προσδιορισμός συνισταμένης δύναμης F.

Θα μπορούσε άραγε οι δύο δυνάμεις που ασκούν τα οχήματα, να ισοδυναμούν με μια δύναμη, την οποία θα ασκεί ένα άλλο σκάφος και η οποία να φέρει το ίδιο αποτέλεσμα με τις δύο δυνάμεις μαζί; Η απάντηση είναι ναι.

Στην εικόνα 1.3.7β με T_1 και T_2 έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις (*τάσεις* των σχοινιών) που ασκούν τα οχήματα. Κατασκευάζουμε ένα παραλληλόγραμμο με πλευρές τις τάσεις T_1 και T_2 των σχοινιών. Η συνισταμένη τους συμβολίζεται με τη διαγώνιο του παραλληλογράμμου που περιέχεται μεταξύ των T_1 και T_2 (Εικ. 1.3.7β).

Στην εικόνα 1.3.8 φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο σχεδιάζεται το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων στην τάξη με την βοήθεια δύο τροχαλιών και τριών γνωστών βαρών.

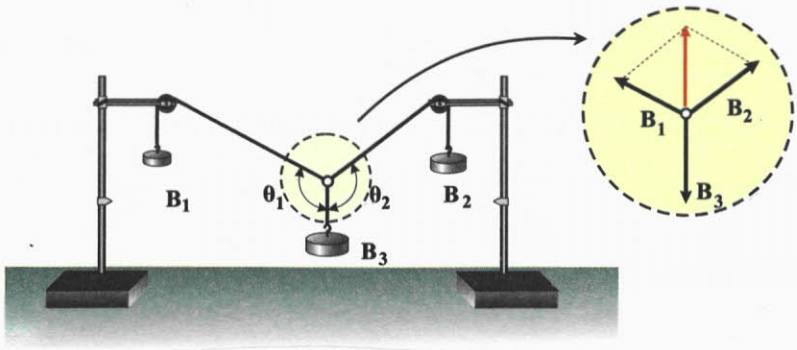
Η τάση σε κάθε νήμα οφείλεται στο βάρος που συγκρατείται είτε απευθείας είτε μέσω των τροχαλιών. Οι γωνίες θ_1 και θ_2 μεταξύ των νημάτων μετριούνται με το μοιρογνωμόνιο. Στη συνέχεια κατασκευάζεται υπό κλίμακα το πα-

Δραστηριότητα

Δίνονται τα βάρη B_1=1,5N, B_2=2N και B_3=2,5N των σωμάτων που φαίνονται στην εικόνα 1.3.8. Αφού κατασκευάσετε τη διάταξη, να κάνετε τις ακόλουθες δραστηριότητες:

α) Μετρήστε με το μοιρογνωμόνιο τις γωνίες θ_1 και θ_2 που σχηματίζουν τα νήματα λόγω των βαρών.

β) Κατασκευάστε το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων και προσδιορίστε το μέτρο και την κατεύθυνση της συνισταμένης. Αντιστοιχίστε 1N σε 4cm.

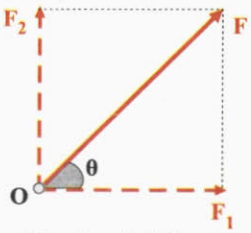


Εικόνα 1.3.8
Διάταξη για τον σχεδιασμό του παραλληλογράμμου δυνάμεων.

ραλληλόγραμμο στο οποίο τα διανύσματα B_1 και B_2 αντιπροσωπεύουν τις παρακείμενες πλευρές. Η συνισταμένη τους πρέπει να έχει και αντίθετη κατεύθυνση με το βάρος B_3, επειδή το σύστημα των τριών δυνάμεων ισορροπεί.

Σύνθεση δυνάμεων που σχηματίζουν γωνία 90°

Ας υποθέσουμε ότι σε ένα σημείο Ο ενεργούν δύο δυνάμεις F_1 και F_2 που σχηματίζουν γωνία 90° (Εικ. 1.3.9). Ζητάμε τον προσδιορισμό της συνισταμένης τους. Δηλαδή το υπολογισμό της τιμής καθώς και την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης.



Εικόνα 1.3.9

Η κατεύθυνση της συνισταμένης θα προσδιοριστεί αν υπολογισθεί η γωνία θ που αυτή σχηματίζει με τη συνιστώσα F_1. Κατασκευάζοντας το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων προκύπτει ότι η συνισταμένη είναι η υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου του οποίου οι κάθετες πλευρές είναι οι δυνάμεις F_1 και F_2. Αν εφαρμόσουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα βρίσκουμε την τιμή της που είναι:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \qquad (1.3.1)$$

Η γωνία θ προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_2}{F_1} \qquad (1.3.2)$$

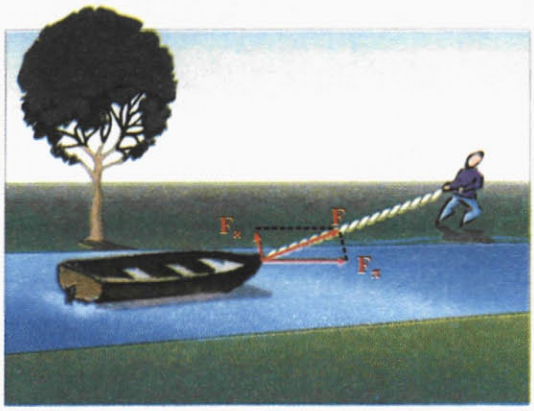
1.3.4 Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

Όπως είναι δυνατό να συνθέσουμε δύο διανύσματα που έχουν κοινή αρχή και να τα αντικαταστήσουμε με ένα τρίτο διάνυσμα ισοδύναμο με αυτά, κατά αντίστοιχο τρόπο μπορούμε να αναλύσουμε ένα διάνυσμα σε δύο άλλα ισοδύναμα με αυτό. Το ερώτημα είναι "μπορούμε να αναλύσουμε και μια δύναμη σε συνιστώσες;"

Σύμφωνα με το προηγούμενο σκεπτικό η δύναμη ως διανυσματικό μέγεθος θα μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες.

Η ανάγκη της ανάλυσης μίας δύναμης σε συνιστώσες φαίνεται από το εξής παράδειγμα.

Μια βάρκα σύρεται σε ένα κανάλι με τη βοήθεια σχοινιού από άνθρωπο που κινείται παράλληλα στο κανάλι (Εικ. 1.3.10). Για να κατανοήσουμε την κίνηση της βάρκας πρέπει να αναλύσουμε τη δύναμη που ασκεί ο άνθρωπος σε δύο συνιστώσες. Μια παράλληλη, $F_Π$, προς το ρεύμα του ποταμού και μια κάθετη F_K σ' αυτό. Η παράλληλη συνιστώσα, $F_Π$, κινεί τη βάρκα προς τα εμπρός ενώ η κά-



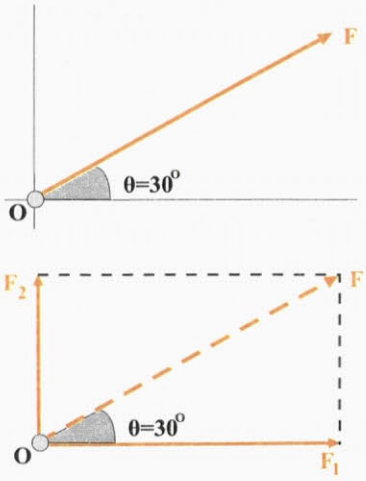
Εικόνα 1.3.10
Ανάλυση δύναμης σε δύο συνιστώσες.

θετη την έλκει προς την ακτή.
Συνήθως αναλύουμε μια δύναμη σε δύο κάθετες συνιστώσες.

Παράδειγμα

Να αναλυθεί μια δύναμη F=15N σε δύο συνιστώσες F_1 και F_2 κάθετες μεταξύ τους, εκ των οποίων η συνιστώσα F_1 είναι οριζόντια. Η γωνία θ που σχηματίζει η δύναμη F με την οριζόντια συνιστώσα είναι 30°.

Στην εικόνα φαίνεται η δύναμη F και οι δυο συνιστώσες της. Από την Τριγωνομετρία και συγκεκριμένα από τον ορισμό του συνημιτόνου και του ημιτόνου μιας γωνίας, προκύπτει:



$$\text{συν}\theta = \frac{F_1}{F} \quad \text{και} \quad \text{ημ}\theta = \frac{F_2}{F}$$

Επιλύοντας τη πρώτη σχέση ως προς F_1 προκύπτει:

$$F_1 = F\ \text{συν}\theta$$

Με αντικατάσταση των τιμών F=15N και θ=30° παίρνουμε:

$$F_1 = 15N\ \text{συν}30° \quad \text{ή}$$

$$F_1 = 15\frac{\sqrt{3}}{2}N = 12{,}75N$$

Εργαζόμενοι κατά τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε τη συνιστώσα F_2.

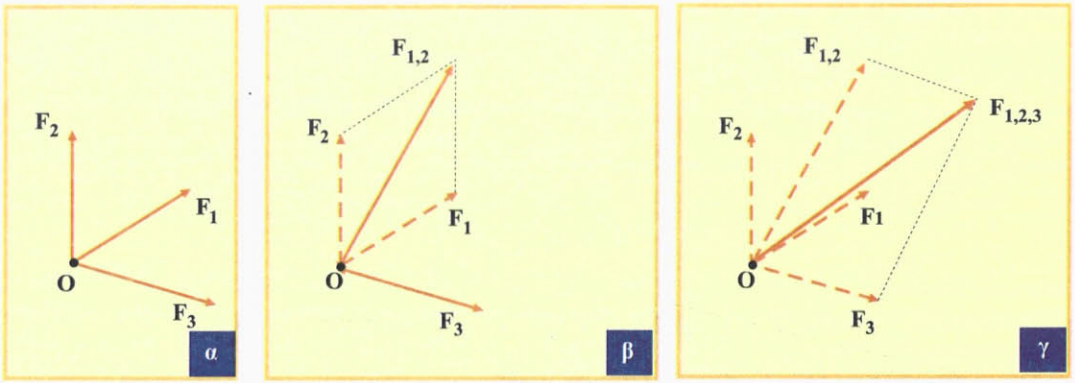
$$F_2 = F\ \text{ημ}\ 30° \quad \text{ή}$$

$$F_2 = 15N\ \frac{1}{2} \quad \text{ή}$$

$$F_2 = 7{,}5N$$

1.3.5 Σύνθεση πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων

Για να υπολογίσουμε τη συνισταμένη πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων που έχουν κοινό σημείο εφαρμογής, μπορούμε να βρούμε τη συνισταμένη των δύο πρώτων δυνάμεων με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου και στη συνέχεια να συνθέσουμε τη δύναμη αυτή με την τρίτη δύναμη, τη νέα συνισταμένη με την τετάρτη, κ.ο.κ. μέχρι να τελειώσουν όλες οι δυνάμεις (Εικ. 1.3.11).



Εικόνα 1.3.11
Προσδιορισμός της συνισταμένης τριών ομοεπιπέδων δυνάμεων με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου.

Η πορεία αυτή είναι συνήθως περίπλοκη και γι' αυτό δεν ενδείκνυται.

Συνήθως εργαζόμαστε ως εξής:
Σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, του οποίου η αρχή συμπίπτει με το σημείο εφαρμογής των ομοεπιπέδων δυνάμεων, αναλύουμε όλες τις δυνάμεις σε συνιστώσες. Παρατηρούμε τότε, ότι όλες οι συνιστώσες που βρίσκονται στον ίδιο άξονα, έχουν την ίδια ή αντίθετη κατεύθυνση και επομένως η πρόσθεσή τους είναι εύκολη. Με τον τρόπο αυτό καταλήγουμε στην σύνθεση δύο δυνάμεων καθέτων μεταξύ τους.

Αυτό θα φανεί αναλυτικά στο παράδειγμα που ακολουθεί. Για ευκολία ας θεωρήσουμε τρεις δυνάμεις F_1, F_2, F_3, που σχηματίζουν με τον άξονα των x γνωστές γωνίες θ_1, θ_2, θ_3, (Εικ. 1.3.12). Αναλύουμε κάθε δύναμη σε συνιστώσες στους άξονες x και y.

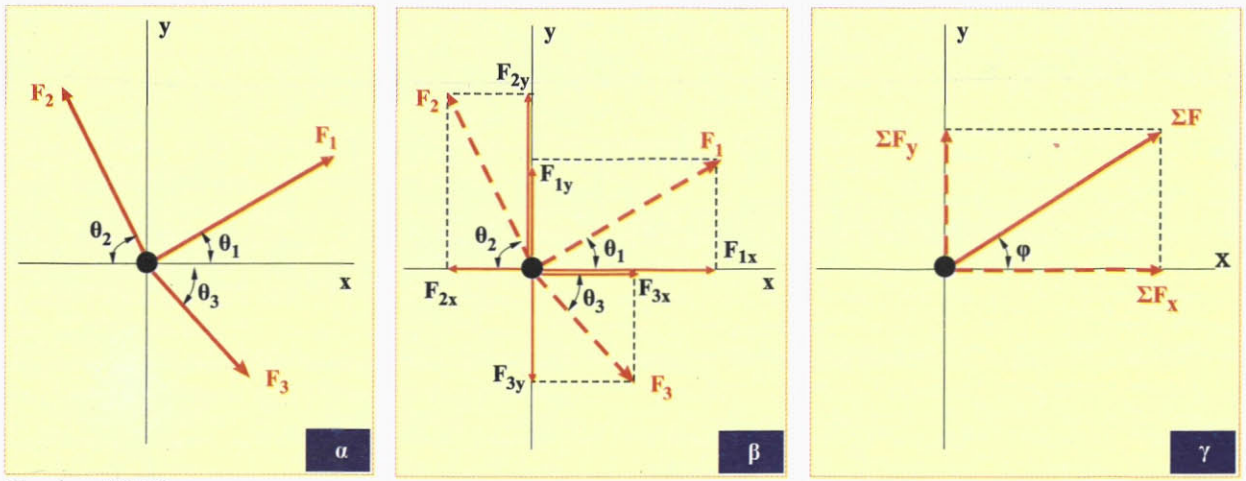
Η συνισταμένη των δυνάμεων στον x άξονα έχει τιμή:

$$\Sigma F_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$

Το ίδιο ισχύει και για τη συνισταμένη των δυνάμεων στον y άξονα:

$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}$$

Τα αθροίσματα αυτά είναι αλγεβρικά.



Εικόνα 1.3.12
Προσδιορισμός της συνισταμένης τριών ομοεπιπέδων δυνάμεων με ανάλυση σε συνιστώσες.

Τελικά, θα έχουμε:

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \qquad (1.3.3)$$

Η γωνία φ που σχηματίζει η συνισταμένη με τον άξονα των x προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \qquad (1.3.4)$$

1.3.6 Ισορροπία ομοεπιπέδων δυνάμεων

Αν σε ένα σώμα ασκούνται πολλές δυνάμεις, που διέρχονται από το ίδιο σημείο, αυτό ισορροπεί, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.

Σύμφωνα με όσα αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο η συνισταμένη των δυνάμεων ανάγεται τελικά στη σύνθεση δύο δυνάμεων των ΣF_x και ΣF_y. Άρα θα πρέπει να ισχύει:

$$\begin{cases} \Sigma Fx = 0 \\ \Sigma Fy = 0 \end{cases} \qquad (1.3.5)$$

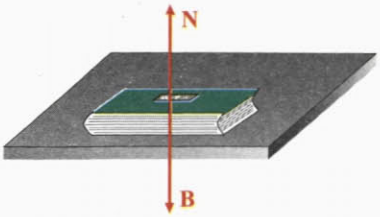
Τα αθροίσματα αυτά είναι αλγεβρικά και οι δυνάμεις είναι ομοεπίπεδες.

Μερικές περιπτώσεις

α. Ισορροπία σώματος υπό την επίδραση δύο δυνάμεων.

Σε ένα βιβλίο που ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο (Εικ. 1.3.13) ασκούνται δυνάμεις:

Το βάρος του B και η δύναμη N του επιπέδου.



Εικόνα 1.3.13

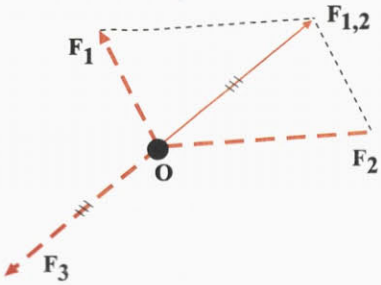
Αφού το βιβλίο ισορροπεί θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή}$$
$$B - N = 0 \quad \text{ή}$$
$$N = B$$

Δηλαδή η δύναμη από το επίπεδο και το βάρος το βιβλίου είναι *δυνάμεις αντίθετες.*

6. Ισορροπία σώματος υπό την επίδραση τριών δυνάμεων (ομοεπιπέδων).

Στην εικόνα 1.3.14, έχουμε τρεις ομοεπίπεδες δυνάμεις σε ισορροπία. Σύμφωνα με την παράγραφο 1.3.6 θα πρέπει η συνισταμένη των τριών δυνάμεων να είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή η συνισταμένη των δυο να είναι αντίθετη της τρίτης.



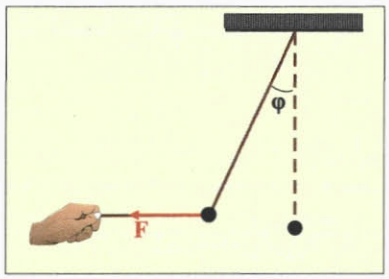
Εικόνα 1.3.14
Η F_3 και η $F_{1,2}$ είναι αντίθετες.

Παράδειγμα

Σφαίρα βάρους B = 10N είναι δεμένη στην άκρη ενός σχοινιού που είναι στερεωμένο στην οροφή και ισορροπεί. Στη σφαίρα ασκούμε μια οριζόντια δύναμη F και τότε ισορροπεί σε νέα θέση, όπου το νήμα σχηματίζει γωνία φ (ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8) με την κατακόρυφη.

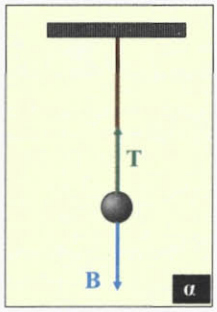
1) Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα πριν ασκηθεί η δύναμη F και να βρεθεί η συνισταμένη τους.

2) Να υπολογιστεί η δύναμη F καθώς επίσης και η δύναμη που ασκεί το νήμα στη σφαίρα, στη νέα θέση ισορροπίας.



Λύση

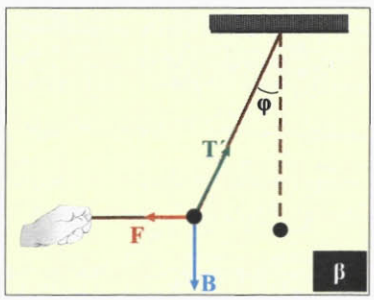
1) Στη σφαίρα ασκούνται δύο δυνάμεις:
το βάρος της λόγω της έλξης της Γης και
η δύναμη T που ασκεί το νήμα, την οποία ονομάζουμε τάση του νήματος.



Αφού η σφαίρα ισορροπεί, θα ισχύει:

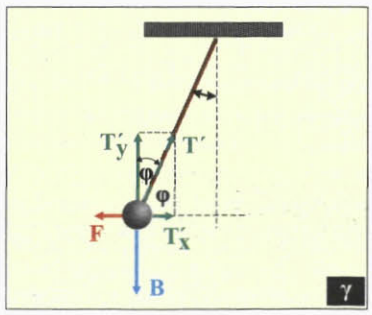
$$T = B$$
$$\text{άρα } T = 10N$$

2) Η σφαίρα ισορροπεί υπό την επίδραση τριών δυνάμεων B, T′ και F.



Αν αναλύσουμε την τάση του νήματος σε δύο συνιστώσες, από το σχήμα προκύπτει ότι:

$$T'_x = T'\eta\mu\varphi$$
$$T'_y = T'\sigma\upsilon\nu\varphi$$



Αφού η σφαίρα ισορροπεί, θα ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

Δηλαδή: $T'_{συνφ} = B$ και
$F = T'_{ημφ}$

Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$T'.\ 0,8 = 10\ N \text{ ή } T' = 12,5\ N$$

$$\text{και } F = 12,5\ N\ .\ 0,6 \text{ ή } F = 7,5\ N$$

1.3.7 Ο νόμος της τριβής

Έχετε δοκιμάσει να περπατήσετε σε γυαλισμένο πάτωμα ή σε παγωμένο δρόμο; Έχετε ακούσει ότι τα περισσότερα δυστυχήματα με αυτοκίνητα συμβαίνουν όταν οι δρόμοι είναι βρεγμένοι;

Στις παραπάνω περιπτώσεις υπάρχει κίνηση που όμως γίνεται σε ιδιόμορφες συνθήκες που επικρατούν στην επιφάνεια πάνω στην οποία κινούνται τα σώματα. Το αίτιο που δυσκολεύει την κίνηση σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, είναι όπως ξέρουμε και από την εμπειρία μας, η ελάττωση των δυνάμεων της τριβής.

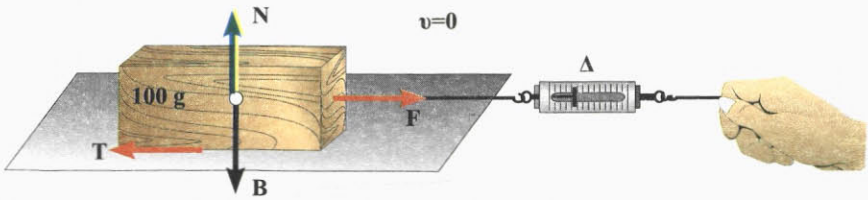
Όταν ένα σώμα ολισθαίνει (γλιστράει) πάνω σε μια επιφάνεια, υπάρχει μια δύναμη στο σώμα που αντιστέκεται στην κίνησή του.
Η δύναμη αυτή λέγεται **τριβή** ή **τριβή ολίσθησης**.
Τριβή εμφανίζεται επίσης όταν ένα σώμα κινείται μέσα σε ρευστό (στον αέρα ή σε υγρό). Στην περίπτωση αυτή μιλάμε για αντίσταση αντί για τριβή.

Η τριβή είναι μια πολύ σημαντική δύναμη γιατί επιτρέπει σε εμάς να περπατάμε, να κρατάμε αντικείμενα στα χέρια μας, στα τροχοφόρα οχήματα να κινούνται, κ.τ.λ. Η τριβή στα υγρά είναι πολύ μικρότερη σε σύγκριση με αυτή μεταξύ δύο επιφανειών στερεών. Αυτός είναι ο λόγος που για την ελάττωση των τριβών μεταξύ δύο μεταλλικών επιφανειών χρησιμοποιούνται λάδια ως λιπαντικά. Τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί η τεχνολογία της χρήσης του αέρα υπό πίεση για την κίνηση σωμάτων πάνω σε λεπτό στρώμα αέρα οπότε η τριβή ελαττώνεται πολύ σημαντικά. Μπορεί κανείς να αναφέρει ως παράδειγμα την κίνηση του Hovercraft στην ξηρά και στη θάλασσα (Εικ. 1.3.15).

Εικόνα 1.3.15
Hovercraft.

Προκειμένου να μελετήσουμε ποσοτικά την τριβή εργαζόμαστε ως εξής (Εικ. 1.3.16):

Έστω ένα ξύλινο παραλληλεπίπεδο βάρους Β πάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια. Στο παραλληλεπίπεδο ασκούνται δύο δυνάμεις, το βάρος του Β και η κάθετη δύναμη Ν από το επίπεδο. Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων είναι μηδέν και το σώμα ισορροπεί.



Εικόνα 1.3.16
Όταν το σώμα παραμένει ακίνητο, η τριβή ονομάζεται στατική.

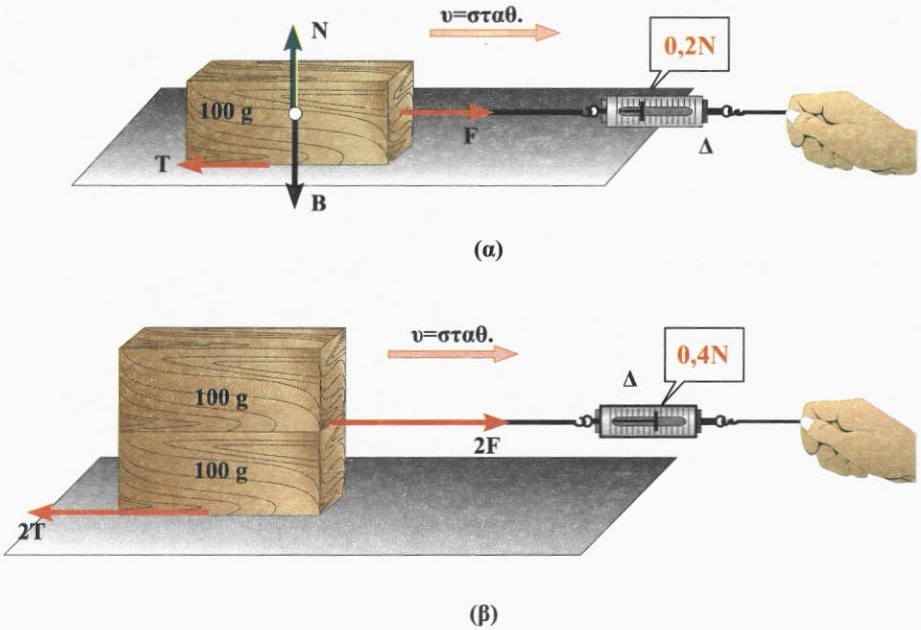
Με το δυναμόμετρο Δ εφαρμόζουμε μια μικρή οριζόντια δύναμη F και παρατηρούμε ότι το σώμα παραμένει ακίνητο. Αυτό φανερώνει ότι εκτός από τη δύναμη F που ασκούμε μέσω του δυναμομέτρου, υπάρχει και κάποια άλλη οριζόντια δύναμη που είναι αντίθετη της δύναμης F. Τη δύναμη αυτή τη συμβολίζουμε με T και εμφανίζεται στις διαχωριστικές επιφάνειες των δύο σωμάτων τα οποία εφάπτονται (ξύλινο παραλληλεπίπεδο και τραπέζι) και λέγεται **τριβή**.

Αν αυξήσουμε προοδευτικά το μέτρο της δύναμης F παρατηρούμε ότι το σώμα πάλι δεν κινείται, γεγονός που δείχνει ότι και η τιμή της δύναμης T αυξάνεται. Επειδή το σώμα παραμένει ακίνητο η δύναμη T ονομάζεται **στατική τριβή**.

Αν εξακολουθήσουμε να αυξάνουμε την τιμή της δύναμης F που ασκούμε στο σώμα, μέσω του δυναμομέτρου, θα παρατηρήσουμε ότι σε κάποια στιγμή το σώμα θα αρχίσει να γλιστράει (ολισθαίνει) πάνω στο επίπεδο. Η δύναμη της στατικής τριβής έχει πάρει τη μέγιστη τιμή και λέγεται **οριακή τριβή**.

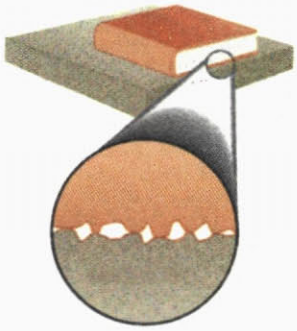
Το συμπέρασμα που βγαίνει είναι ότι η στατική τριβή δεν έχει σταθερή τιμή, αλλά η τιμή της αυξάνεται από μηδέν μέχρι μια μέγιστη τιμή την οριακή τριβή.

Αν σύρουμε το παραλληλεπίπεδο (Εικ. 1.3.17α) έτσι ώστε να γλιστράει με σταθερή ταχύτητα παρατηρούμε ότι η ένδειξη του δυναμομέτρου γίνεται ελαφρώς μικρότερη της προηγούμενης τιμής της. Κατά συνέπεια και η δύναμη της τριβής που αντιστέκεται στην κίνηση (ολίσθηση) και λέγεται **τριβή ολίσθησης**, πρέπει να είναι μικρότερη της οριακης τριβής.



Εικόνα 1.3.17 *Όταν το σώμα ολισθαίνει μιλάμε για τριβή ολίσθησης.*

Αν επαναλάβουμε το πείραμα πολλές φορές, βάζοντας πάνω στο παραλληλεπίπεδο κάθε φορά και ένα διαφορετι-



κό βάρος (Εικ. 1.3.17β), βρίσκουμε ότι αυξάνονται ανάλογα με την κάθετη δύναμη (είναι πάντοτε N = B), τόσο η οριακή τριβή, όσο και η τριβή ολίσθησης.

Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε για την τριβή ολίσθησης:

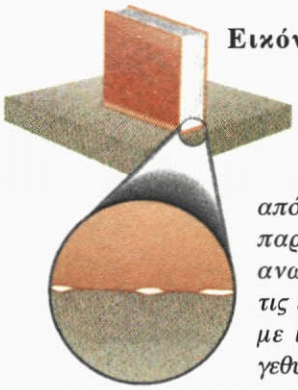
$$T = \mu N \qquad (1.3.6)$$

Στη σχέση (1.3.6), T είναι η τριβή ολίσθησης, μ ο συντελεστής που ονομάζουμε συντελεστή τριβής ολίσθησης και N η κάθετη δύναμη με την οποία συμπιέζονται οι επιφάνειες.

Η έκφραση T = μN αποτελεί την ποσοτική έκφραση του νόμου της τριβής ολίσθησης που διατυπώνεται ως εξής:

1. Η τριβή ολίσθησης έχει τιμή ανάλογη της κάθετης δύναμης N.

2. Ο συντελεστής αναλογίας μ λέγεται συντελεστής τριβής ολίσθησης και εκφράζει την εξάρτηση της τριβής ολίσθησης από τη φύση των επιφανειών που είναι σε επαφή, εικόνα 1.3.18.

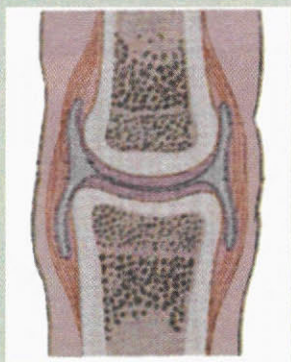


Εικόνα 1.3.18
Ακόμα και οι επιφάνειες που φαίνονται απόλυτα λείες, παρουσιάζουν ανωμαλίες αν τις εξετάσουμε με ισχυρό μεγεθυντικό φακό.

Επίσης πρέπει να αναφερθεί, ότι η τριβή ολίσθησης είναι ανεξάρτητη του εμβαδού των τριβομένων επιφανειών και ανεξάρτητη της ταχύτητας του ενός σώματος ως προς το άλλο, εφόσον η ταχύτητα δεν υπερβαίνει ορισμένο όριο.

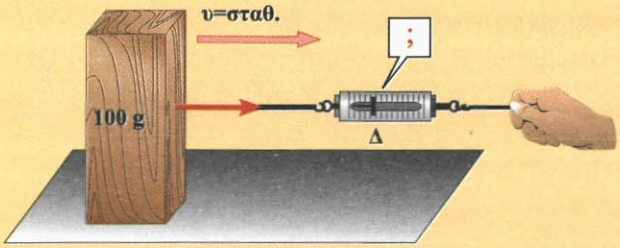
Μείωση των τριβών στο ανθρώπινο σώμα

Στον οργανισμό του ανθρώπου υπάρχουν ειδικά συστήματα μείωσης της τριβής. Όταν περπατάμε δεν αισθανόμαστε την τριβή μεταξύ των οστών στις αρθρώσεις των ποδιών. Αυτό συμβαίνει γιατί το αρθρικό υγρό στον αρθρικό θύλακα λειτουργεί ως λιπαντικό (βλέπε εικόνα). Όταν ο άνθρωπος είναι ακίνητος, το αρθρικό υγρό τείνει να απορροφηθεί με αποτέλεσμα να αυξάνεται η τριβή, γεγονός που επιτρέπει τη σταθερή στήριξη του σώματος. Μπορεί να πει κανείς ότι αυτό είναι ένα πολύ καλό παράδειγμα της βιολογικής μηχανικής που η φύση χρησιμοποιεί για τη στήριξη των ζωντανών οργανισμών. Μπορεί κανείς να αναφέρει και άλλα παραδείγματα χρησιμοποίησης ειδικών λιπαντικών στον οργανισμό του ανθρώπου. Παραδείγματος χάρη, για τη μείωση των τριβών των πνευμόνων και της καρδιάς ο οργανισμός χρησιμοποιεί ένα είδος βλένας. Για την κατάποση των στερεών τροφών και τη μείωση της τριβής στον οισοφάγο χρησιμοποιείται το σάλιο.



Δραστηριότητα

Πραγματοποιήστε το προηγούμενο πείραμα τοποθετώντας το ξύλινο παραλληλεπίπεδο πάνω στο τραπέζι με διαφορετική έδρα απ' ότι αρχικά, όπως φαίνεται στην εικόνα.



Χρειάζεται να ασκηθεί, μέσω του δυναμομέτρου, η ίδια δύναμη F σε σχέση με πριν, ώστε το παραλληλεπίπεδο να κινείται με σταθερή ταχύτητα;

Μεταξύ των τριβομένων επιφανειών να βάλετε μικρή ποσότητα λιπαντικού (λάδι).

Για την ισοταχή κίνηση του παραλληλεπιπέδου η απαιτούμενη δύναμη είναι μικρότερη, ίση ή μεγαλύτερη σε σχέση με πριν;

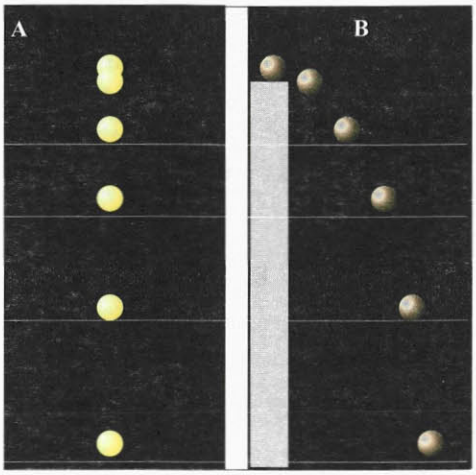
Πολλοί μαθητές πιστεύουν, ότι η δύναμη της τριβής έχει κατεύθυνση πάντοτε αντίθετη της κατεύθυνσης της κίνησης του σώματος πάνω στο οποίο δρα.

Συζητήστε το θέμα αυτό στην ομάδα σας και γράψτε την άποψή σας. (Στη συζήτησή σας να αναφερθείτε και στην περίπτωση της κίνησης ενός αυτοκινήτου ή ανθρώπου).

Συντελεστές τριβής ολίσθησης (προσεγγιστικές τιμές)	
Υλικό	
Χάλυβας- Χάλυβας	0,57
Αλουμίνιο - Χάλυβας	0,47
Χαλκός - Χάλυβας	0,36
Ορείχαλκος - Χάλυβας	0,44
Ψευδάργυρος - Χυτοσίδηρος	0,21
Χαλκός - Χυτοσίδηρος	0,29
Γυαλί - Γυαλί	0,40
Χαλκός - Γυαλί	0,53
Τεφλόν - Τεφλόν	0,04
Τεφλόν - Χάλυβας	0,04
Καουτσούκ - Σκυρόδεμα (ξηρό)	0,8
Καουτσούκ - Σκυρόδεμα (υγρό)	0,25

1.3.8 Οριζόντια βολή

Χρησιμοποιώντας τη διάταξη μελέτης των κινήσεων την οποία περιγράψαμε στην παράγραφο 1.2.8, μπορούμε να μελετήσουμε την οριζόντια βολή. Από ένα ύψος αφήνουμε να πέσει ελεύθερα το αντικείμενο Α ξεκινώντας από την ηρεμία. Από το ίδιο ύψος ένα άλλο αντικείμενο Β αρχίζει να κινείται συγχρόνως με το αντικείμενο Α, αλλά τη στιγμή της εκκίνησης του δίνεται μια ώθηση προς τα δεξιά που προσδίδει στο σώμα οριζόντια ταχύτητα.

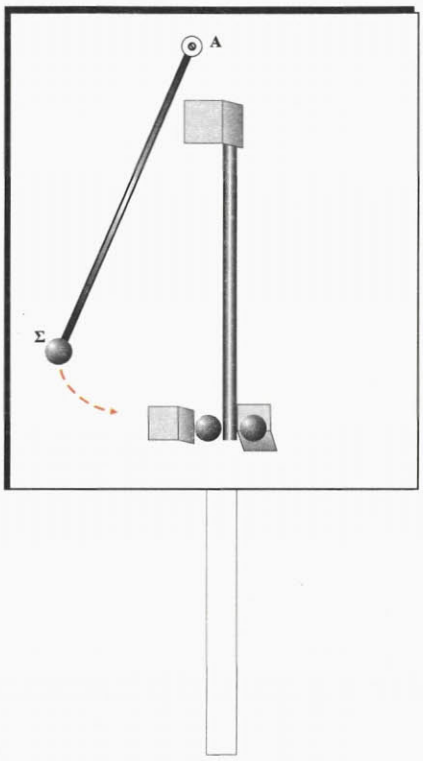


Εικόνα 1.3.19 *Χρονοφωτογραφίες α) ελεύθερη πτώση β) οριζόντια βολή.*

Τα αντικείμενα φωτογραφίζονται κατά τη διάρκεια της πτώσης με τον τρόπο που περιγράψαμε στην παράγραφο 1.2.8 . Οι φωτογραφίες της κίνησης φαίνονται στην εικόνα 1.3.19. Τι παρατηρείτε για την κίνηση του αντικειμένου Β σε σχέση με την κίνηση του Α;

Από την εικόνα φαίνεται ότι τις ίδιες χρονικές στιγμές βρίσκονται στο ίδιο ύψος, δηλαδή έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση.

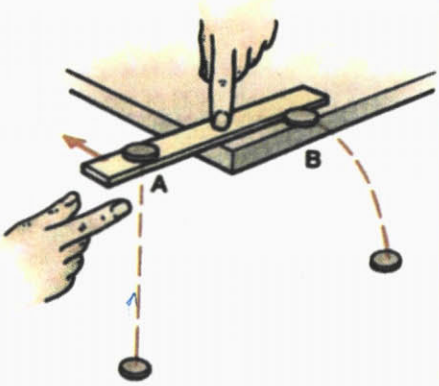
Το αντικείμενο Β ενώ πέφτει ταυτόχρονα μετατοπίζεται και οριζόντια. Τι μπορούμε να συμπεράνουμε για την κίνηση του αντικειμένου Β; Από τη φωτογραφία φαίνεται ότι το αντικείμενο Β διανύει ίσα οριζόντια διαστήματα σε ίσους χρόνους. Η κίνηση που κάνει το αντικείμενο Β λέγεται **οριζόντια βολή**.



Δραστηριότητα 1

Σύγχρονες κινήσεις - Ανεξαρτησία κινήσεων.

1. Στερεώστε τη συσκευή συγχρόνων κινήσεων επάνω σε οριζόντια ράβδο, η οποία στηρίζεται επάνω σε ορθοστάτη.
2. Υψώστε τη μεταλλική σφαίρα Σ, ώστε το στέλεχος ΣΑ (το οποίο μπορεί να στρέφεται γύρω από το άλλο άκρο του Α) να γίνει περίπου οριζόντιο. Αφήστε ελεύθερη τη σφαίρα Σ.
3. Μετά τη σύγκρουση τι κίνηση θα κάνει καθεμία από τις δύο μεταλλικές σφαίρες που συγκρατούνται από τα ελάσματα; Ακούγεται ένας χτύπος; Δηλαδή φθάνουν ταυτόχρονα στο δάπεδο;
4. Η κίνηση της σφαίρας που εκτινάσσεται οριζόντια είναι απλή ή συνδυασμός άλλων κινήσεων; Αν ισχύει το δεύτερο, προσδιορίστε τις επιμέρους απλές κινήσεις από τις οποίες συντίθεται.



Δραστηριότητα 2

Κατακόρυφη και οριζόντια κίνηση.

1. Τοποθέτησε ένα πλαστικό χάρακα και δύο πανομοιότυπα νομίσματα όπως φαίνεται στην εικόνα.
2. Πίεσε το χάρακα στο μέσο του με το δείκτη του ενός χεριού και χτύπησε απότομα την άκρη του χάρακα με το δείκτη του άλλου. Με τον τρόπο αυτό, το νόμισμα Α ελευθερώνεται και πέφτει κατακόρυφα, ενώ το Β εκτινάσσεται οριζόντια με κάποια αρχική ταχύτητα.
3. Άκουσε τα νομίσματα καθώς χτυπούν στο δάπεδο.

i) Αν δεν υπήρχε η δύναμη της βαρύτητας τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα Β μετά το χτύπημα από τον χάρακα; Αν δεν υπήρχε η αρχική οριζόντια ταχύτητα από το χτύπημα του χάρακα, τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα Β, όταν θα αφηνόταν ελεύθερο από το ίδιο ύψος; Δικαιολόγησε τις απαντήσεις σου.

ii) Η κίνηση του νομίσματος Β είναι απλή ή συνδυασμός άλλων απλών κινήσεων; Αν συμβαίνει το δεύτερο, τότε ποιες είναι αυτές;

iii) Τα δύο νομίσματα αρχίζουν τις κινήσεις τους συγχρόνως. Μήπως επίσης φθάνουν συγχρόνως στο δάπεδο; Αν ναι, τότε τι συμπεραίνεις για τις (κατακόρυφες) επιταχύνσεις τους;

4. Η οριζόντια κίνηση του νομίσματος Β επηρεάζει την άλλη επιμέρους κίνησή του (την πτώση του κατά την κατακόρυφη διεύθυνση); Είναι ανεξάρτητη η μία κίνηση από την άλλη; Μπορούμε επομένως, όταν ασχολούμαστε με μία σύνθετη κίνηση σώματος, να μελετούμε ξεχωριστά τις επιμέρους απλές κινήσεις που τη συνθέτουν;

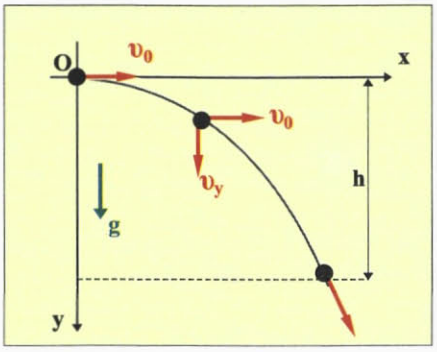
Συνοψίζοντας, μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι **η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση** που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μία *κατακόρυφη* που είναι ελεύθερη πτώση και μία *οριζόντια* που είναι ευθύγραμμη ομαλή.
Οι δύο κινήσεις εξελίσσονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα του αντικειμένου Β.
Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε **την αρχή ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας) των κινήσεων**, που διατυπώνεται ως εξής:

"Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t κάθε μία".

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας και της μετατόπισης, μετά από χρόνο t, γράφουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων ή των μετατοπίσεων αντίστοιχα, που θα είχε το κινητό, αν εκτελούσε κάθε μία κίνηση ανεξάρτητα και επί χρόνο t.
Δηλαδή:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2 \quad \text{και} \quad \vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 \qquad (1.3.7)$$

Ας επανέλθουμε στο αρχικό παράδειγμα για να μελε-



Εικόνα 1.3.20

τήσουμε την κίνηση του αντικειμένου Β. Έστω h ότι είναι το ύψος από το οποίο βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα υ_0, το αντικείμενο Β.

Εφαρμόζουμε την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων σε σύστημα αξόνων Ox και Oy, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.3.20.

Άξονας Ox: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα υ_0 και οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση **(x)** είναι:

$$\upsilon_x = \upsilon_0$$

$$x = \upsilon_0 \, t$$

Άξονας Oy: Η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση που είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση $\vec{g}$.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση **(y)** είναι:

$$\upsilon_y = g \, t$$

$$y = \frac{1}{2} g \, t^2$$

Κάθε στιγμή η ταχύτητα του σώματος είναι: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y$.

Ο χρόνος κίνησης του σώματος βρίσκεται από την τελευταία σχέση, αν αντικαταστήσουμε όπου y = h.

Δηλαδή $$h = \frac{1}{2} g \, t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Στο χρόνο αυτό το σώμα διάνυσε οριζόντια απόσταση ίση με:

$$x = \upsilon_0 \, t \qquad (1.3.8)$$

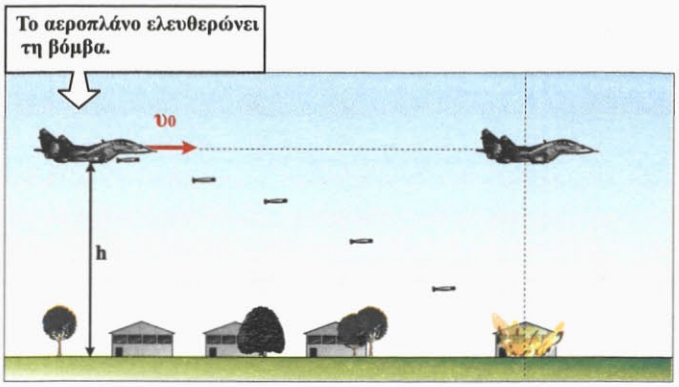
Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι δυο κινήσεις εκτελούνται από το σώμα Β, ανεξάρτητα η μία από την άλλη, είτε ταυτόχρονα είτε διαδοχικά. Κάθε μια κίνηση διαρκεί χρόνο.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (1.3.9)$$

Παράδειγμα

Ας θεωρήσουμε ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο που κινείται σε ύψος h από το έδαφος με ταχύτητα υ_0. Η βόμβα βρίσκεται στο αεροπλάνο άρα τη στιγμή που αφήνεται να πέσει έχει την ίδια ταχύτητα με το αεροπλάνο. Ποιους παράγοντες πρέπει να λάβει υπόψη ο πιλότος ώστε η βόμβα

να χτυπήσει το στόχο; Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα.



Είναι προφανές ότι, οι παράγοντες που θα παίξουν καθοριστικό ρόλο, είναι το ύψος στο οποίο το αεροπλάνο πετά, η ταχύτητά του και η οριζόντια απόστασή του από το στόχο τη στιγμή που απελευθερώνει τη βόμβα.

Η κίνηση της βόμβας στον κατακόρυφο άξονα είναι ελεύθερη πτώση ($\upsilon=\upsilon_0$) και άρα ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Στην εξίσωση αυτή ο μόνος άγνωστος είναι ο χρόνος κατά τον οποίο κινείται η βόμβα. Επομένως μπορεί να προσδιοριστεί. Επιπλέον η βόμβα κινείται οριζόντια με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή επί χρόνο t, όσο δηλαδή διαρκεί η ελεύθερη πτώση της.

Το οριζόντιο διάστημα που θα διανύσει η βόμβα, προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$s = \upsilon_0 t$$

όπου υ_0 είναι η οριζόντια ταχύτητα της βόμβας, που είναι ίση με την ταχύτητα του αεροπλάνου τη στιγμή που αυτή απελευθερώνεται.

Συνεπώς, για να συναντήσει η βόμβα το στόχο, το αεροπλάνο πρέπει να την απελευθερώσει, όταν απέχει απ' αυτόν οριζόντια απόσταση $s = \upsilon_0 t$.

Τη χρονική στιγμή που η βόμβα βρίσκει το στόχο το αεροπλάνο βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη (αεροπλάνο και βόμβα έχουν ίδια οριζόντια ταχύτητα άρα μετατοπίζονται το ίδιο στην οριζόντια διεύθυνση στον ίδιο χρόνο).

1.3.9 Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα σε διανυσματική και σε αλγεβρική μορφή

Στην παράγραφο 1.2.4 του προηγούμενου κεφαλαίου μελετήσαμε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής $\vec{F} = m\,\vec{a}$ και καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι το αίτιο της επιτάχυνσης είναι η δύναμη. Στη σχέση που περιγράφει το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, $\vec{F}$ είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα (μπορούμε να γράφουμε και $\Sigma\vec{F}$). Έτσι, για να υπολογιστεί η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα πρέπει πρώτα να συνθέσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό.

Αν το σώμα δέχεται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις η σχέση $\vec{F} = m\vec{a}$ ισοδυναμεί με τις σχέσεις:

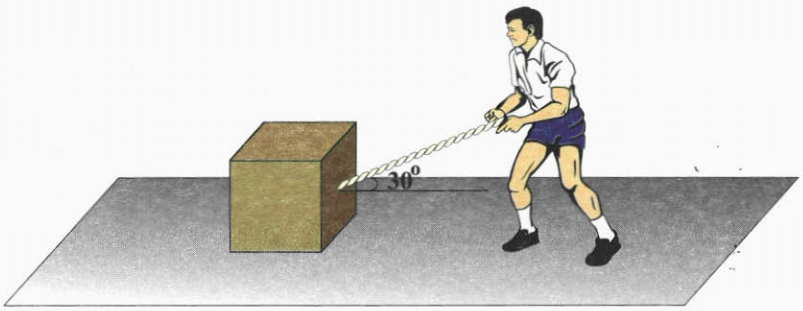
$$\begin{cases} \Sigma F_x = m\,\alpha_x \\ \Sigma F_y = m\,\alpha_y \end{cases} \qquad (1.3.10)$$

όπου ΣF_x, ΣF_y, α_x και α_y είναι οι συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης και της επιτάχυνσης σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων αντίστοιχα.

Παράδειγμα

Σώμα μάζας m = 10kg αρχίζει να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο όταν επιδράσει πάνω του δύναμη μέτρου F = 80N που σχηματίζει γωνία θ = 30° με το οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

α) Το μέτρο της τριβής ολίσθησης.



β) Την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.

γ) Το διάστημα που διανύει το σώμα μετά από χρόνο t=4s από τη στιγμή που εφαρμόζεται η δύναμη.

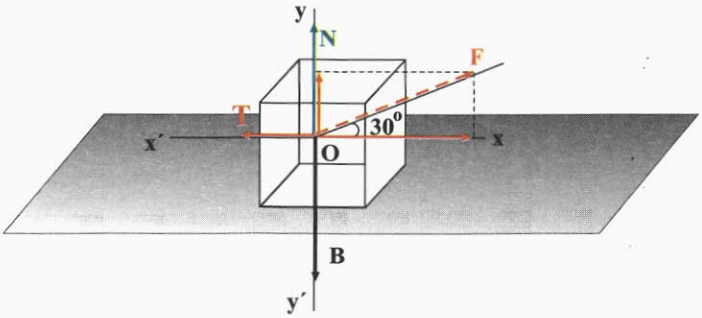
Δίνονται: $g=10m/s^2$, μ=0,25.

Απάντηση

α) i) Βρίσκουμε πρώτα τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, οι οποίες είναι: το βάρος του B, η δύναμη F, η κάθετη δύναμη N από το οριζόντιο επίπεδο και η τριβή T.

ii) Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση O.

Αναλύουμε τις δυνάμεις σε δύο συνιστώσες στους άξονες Ox και Oy.



iii) Στον οριζόντιο άξονα Ox ασκούνται δύο δυνάμεις, η τριβή T και η συνιστώσα F_x της δύναμης F. Είναι:

$$T=\mu N \qquad (1)$$

$$\text{και} \quad F_x = F\sigma\upsilon\nu 30^\circ \qquad (2)$$

Στον κατακόρυφο άξονα Oy ασκούνται τρεις δυνάμεις, το βάρος B, η δύναμη N και η συνιστώσα F_y της δύναμης F. Επειδή κατά τη διεύθυνση του άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, η συνισταμένη των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση αυτή θα είναι μηδέν και θα ισχύει:

$$N + F\eta\mu 30^\circ - B = 0$$

$$\text{ή} \quad N = B - F\eta\mu 30^\circ \qquad (3)$$

Από τις σχέσεις (1) και (3) υπολογίζεται η τιμή της τριβής T, αν αντικαταστήσουμε την τιμή της δύναμης N από τη σχέση (3) στη σχέση (1), και θέσουμε B=m g.

$$T = \mu\,(m\,g - F\eta\mu 30^\circ)$$

Οι τιμές των μεγεθών στο δεύτερο μέλος είναι γνωστές, άρα με αντικατάσταση προκύπτει:

$$T = 15N$$

β) Το σώμα κινείται κατά την οριζόντια διεύθυνση με φορά προς τα δεξιά. Η συνισταμένη των δυνάμεων κατά τον άξονα αυτόν θα ισούται με mα, δηλαδή:

$$F_x - T = m\,\alpha$$

Η τελευταία σχέση λόγω της σχέσης (2) γράφεται:

$$F\sigma\upsilon\nu 30^\circ - T = m\,\alpha$$

Από τη σχέση αυτή υπολογίζεται η επιτάχυνση α.

$$\alpha = \frac{F\sigma\upsilon\nu 30^\circ - T}{m}$$

Με αντικατάσταση προκύπτει η τιμή της επιτάχυνσης:

$$\alpha = 5{,}4 m/s^2$$

γ) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και το διάστημα που διανύει σε χρόνο t δίνεται από τη σχέση:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

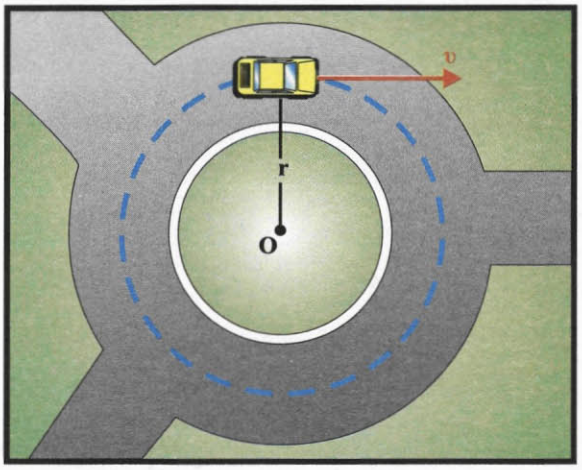
Με αντικατάσταση των τιμών μεγεθών α και t υπολογίζουμε το διάστημα:

$$s = 43{,}4m.$$

1.3.10 Ομαλή κυκλική κίνηση

Ένα κινητό κάνει κυκλική κίνηση όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου (Εικ. 1.3.21). Η πιο απλή από τις κυκλικές κινήσεις είναι η **ομαλή κυκλική** (Εικ. 1.3.22).

Εικόνα 1.3.21
Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της με σταθερή περίοδο. Αν τοποθετήσουμε στο Βόρειο Πόλο μία φωτογραφική μηχανή, αυτή στη διάρκεια της νύχτας θα φωτογραφίσει τις τροχιές των άστρων. Όπως φαίνεται στη φωτογραφία, τα άστρα φαίνεται να κάνουν κυκλική κίνηση.



Εικόνα 1.3.22
Το αυτοκίνητο κινείται στην κυκλική πλατεία με σταθερή ταχύτητα.

Ομαλή χαρακτηρίζεται η κυκλική κίνηση ενός κινητού, όταν η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή.

Ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μια περιφορά, λέγεται **περίοδος** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με **T**.

Ο αριθμός των περιφορών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται **συχνότητα** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με **f**.

Από τον ορισμό της συχνότητας προκύπτει ότι η περίοδος και η συχνότητα συνδέονται με τη σχέση:

$$f = \frac{1}{T} \qquad (1.3.11)$$

Μονάδα της συχνότητας είναι ο κύκλος ανά δευτερόλεπτο (c/s) που λέγεται **1Hz** (Χερτζ) προς τιμή του φυσικού Hertz που θεωρείται ένας από τους πρωτοπόρους στη μελέτη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Πολλαπλάσια της μονάδας αυτής είναι: $1kHz = 10^3Hz$, $1MHz = 10^6Hz$, $1GHz = 10^9Hz$.

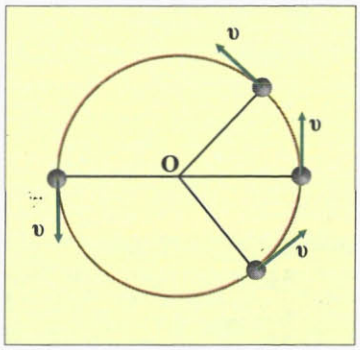
Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι γνωστή σε όλους μας. Τέτοια κίνηση κάνει το άκρο του λεπτοδείκτη του ρολογιού, ένα σημείο του περιστρεφόμενου δίσκου στο πικάπ κ.τ.λ.

Η ομαλή κυκλική κίνηση εντάσσεται σε μια μεγάλη κατηγορία κινήσεων που λέγονται **περιοδικές**. Μια τέτοια κίνηση έχει το χαρακτηριστικό ότι επαναλαμβάνεται η ίδια στον ίδιο πάντα χρόνο που λέγεται περίοδος **(T)**.

Γραμμική ταχύτητα

Σύμφωνα με τον ορισμό της ομαλής κυκλικής κίνησης η τιμή της ταχύτητάς του κινητού παραμένει σταθερή, ενώ η κατεύθυνση της μεταβάλλεται συνεχώς, επειδή κάθε στιγμή είναι εφαπτόμενη στην τροχιά (Εικ. 1.3.23). Άρα τα διανυόμενα τόξα είναι ανάλογα των χρόνων στους οποίους διανύονται. Μπορούμε συνεπώς να γράψουμε:

$$s = \upsilon t$$



Εικόνα 1.3.23

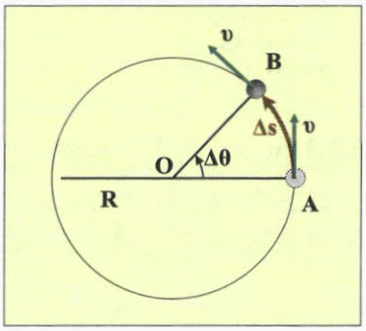
Επομένως το μέτρο της ταχύτητάς του, που ονομάζεται **γραμμική ταχύτητα** θα είναι:

$$\upsilon = \frac{s}{t}$$

Αν στον τελευταίο τύπο θέσουμε t = T, τότε το τόξο που θα διανύσει το κινητό θα έχει μήκος s = 2π R (το μήκος της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς), οπότε:

$$\upsilon = \frac{2\pi R}{T} \qquad (1.3.12)$$

Ας υποθέσουμε ότι τη χρονική στιγμή t = 0 το κινητό βρίσκεται στη θέση A και μέτα από χρόνο t, κινούμενο κατά τη φορά που φαίνεται στην εικόνα 1.3.24, με γραμμική ταχύτητα υ, βρίσκεται στη θέση B, έχοντας διανύσει το τόξο Δs. Η θέση του κινητού πάνω στην τροχιά του μπορεί να προσδιορισθεί, κάθε στιγμή, με δύο τρόπους (Εικ. 1.3.24):



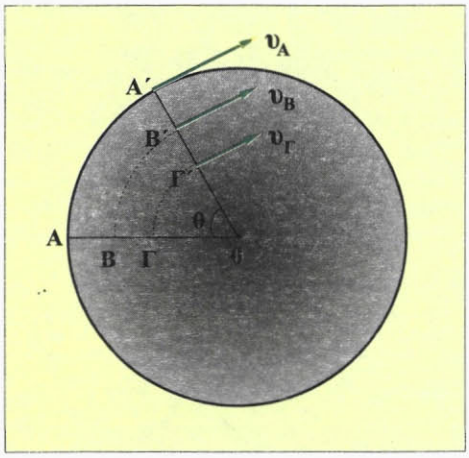
Εικόνα 1.3.24

1) Με τη μέτρηση του μήκους του τόξου AB (Δs = υ Δt).

2) Με τη μέτρηση της γωνίας $A\hat{O}B$ ($A\hat{O}B = \Delta\theta$) την οποία διαγράφει μια ακτίνα, που θεωρούμε ότι συνδέει κάθε στιγμή το κινητό με το κέντρο της τροχιάς του (επιβατική ακτίνα). Έτσι όταν το κινητό θα έχει "διανύσει" τόξο μήκους Δs η επιβατική ακτίνα θα έχει "διαγράψει" επίκεντρη γωνία Δθ.

Γωνιακή ταχύτητα

Ας θεωρήσουμε το σχήμα της εικόνας (Εικ. 1.3.25) όπου φαίνεται ένας δίσκος που περιστρέφεται και τα σημεία του κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω τρία σημεία A, B και



Εικόνα 1.3.25

Γ του δίσκου που βρίσκονται πάνω στην ίδια ακτίνα. Σε ένα μικρό χρονικό διάστημα, τα τρία σημεία βρίσκονται στις θέσεις Α΄, Β΄ και Γ΄ αντίστοιχα και έχουν διαγράψει την ίδια γωνία θ. Ωστόσο τα μήκη των αντίστοιχων τόξων ΑΑ΄, ΒΒ΄, ΓΓ΄ είναι διαφορετικά μεταξύ τους, γεγονός που σημαίνει ότι οι γραμμικές ταχύτητες των σημείων Α, Β, Γ, διαφέρουν (Εικ. 1.3.25).

Στην ομαλή κυκλική κίνηση λοιπόν, εκτός από την ταχύτητα (γραμμική) που δίνει το ρυθμό με τον οποίο διανύει το κινητό διαστήματα, χρειαζόμαστε και ένα άλλο μέγεθος που να δείχνει με τι ρυθμό η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες. Γι' αυτό ορίζουμε ένα νέο φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα** και συμβολίζεται με **ω**.

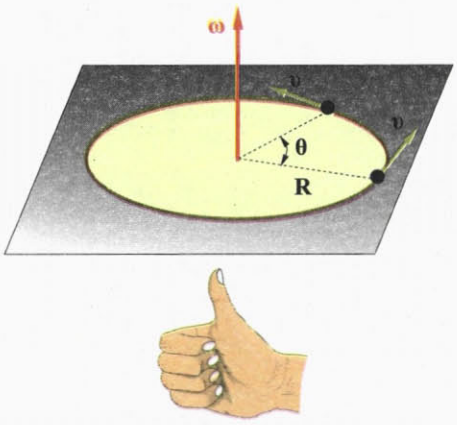
Γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός κινητού, ονομάζουμε ένα διανυσματικό μέγεθος του οποίου:

- Η τιμή είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας θ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t διά του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος. Δηλαδή (Εικ. 1.3.26):

$$\omega = \frac{\theta}{t} \qquad (1.3.13)$$

- Η διεύθυνση είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς.

- Η φορά καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού όπως στην εικόνα. Το διάνυσμα $\vec{\omega}$ έχει τη φορά, του αντίχειρα του δεξιού χεριού όταν η φορά περιστροφής του κινητού συμπίπτει με τη φορά των υπόλοιπων δακτύλων.



Εικόνα 1.3.26

Στην ομαλή κυκλική κίνηση σε χρόνο μιας περιόδου Τ η επιβατική ακτίνα θα έχει διαγράψει γωνία 2π rad.
Άρα η σχέση (1.3.13) γράφεται:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (1.3.14)$$

Επειδή $\frac{1}{T} = f$ η σχέση (1.3.14) γράφεται: $\omega = 2\pi f$.

Μονάδα γωνιακής ταχύτητας

Ως μονάδα γωνιακής ταχύτητας, σύμφωνα με τη σχέση (1.3.13), χρησιμοποιούμε το ακτίνιο ανά δευτερόλεπτο (**1rad/s**).

Σχέση μεταξύ της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας

Για να βρούμε τη σχέση που συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα αντικαθιστούμε στη σχέση (1.3.12) το πηλίκο 2π/T με το ω, οπότε προκύπτει:

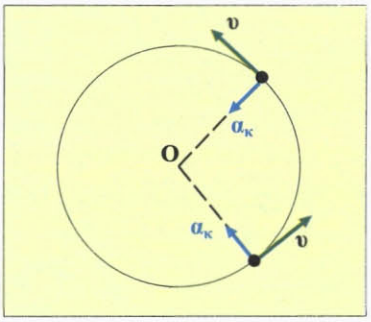
$$\upsilon = \omega R \qquad (1.3.15)$$

Η σχέση αυτή συνδέει τη γραμμική ταχύτητα με τη γωνιακή και με την ακτίνα της τροχιάς. Φαίνεται απ' αυτήν πως όλα τα σημεία ενός περιστρεφόμενου δίσκου (Εικ. 1.3.25), ενώ έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα (ω), έχουν γραμμικές ταχύτητες (υ) η τιμή των οποίων είναι ανάλογη με την απόσταση τους από τον άξονα (κέντρο) περιστροφής.

Κεντρομόλος επιτάχυνση

Στην ομαλή κυκλική κίνηση η τιμή της ταχύτητας είναι σταθερή, όμως η διεύθυνση και η φορά αλλάζουν συνεχώς. Άρα το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει με απότέλεσμα να εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς (Εικ. 1.3.27) και λέγεται **κεντρομόλος επιτάχυνση α_κ**.
Αποδεικνύεται ότι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} \qquad (1.3.16)$$



Εικόνα 1.3.27

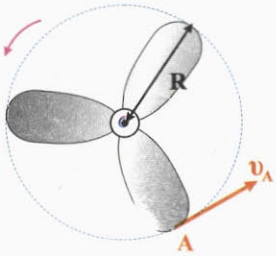
Δραστηριότητα

Ξεκινώντας από τη σχέση (1.3.16) και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1.3.11), (1.3.14) και (1.3.15), να εκφράσετε την κεντρομόλο επιτάχυνση και με άλλες σχέσεις.

Παράδειγμα

Το άκρο (A) του πτερυγίου ενός ανεμιστήρα στρέφεται με γραμμική ταχύτητα, 15m/s και η ακτίνα του έχει μήκος 60cm.

- Να υπολογιστούν: η περίοδος, η συχνότητα και η γωνιακή ταχύτητα.
- Να υπολογισθεί επίσης ποιο μήκος τόξου s θα έχει διανυθεί σε χρόνο ενός εκατοστού του δευτερολέπτου.



Απάντηση:

Από τη σχέση $\upsilon = \frac{2\pi R}{T}$ επιλύοντας ως προς την περίοδο T βρίσκουμε:

$$T=\frac{2\pi}{\upsilon}R \quad \text{ή} \quad T = 0{,}25s$$

Η σχέση μεταξύ συχνότητας και περιόδου είναι:

$$f=\frac{1}{T}\cdot$$

Αντικαθιστώντας την περίοδο T με την τιμή της, βρίσκουμε την τιμή της συχνότητας.

$$f=\frac{1}{0{,}25s} \quad \text{ή} \quad f = 4Hz$$

Η γωνιακή ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση: $\omega = 2\pi f$ από την οποία με αντικατάσταση έχουμε:

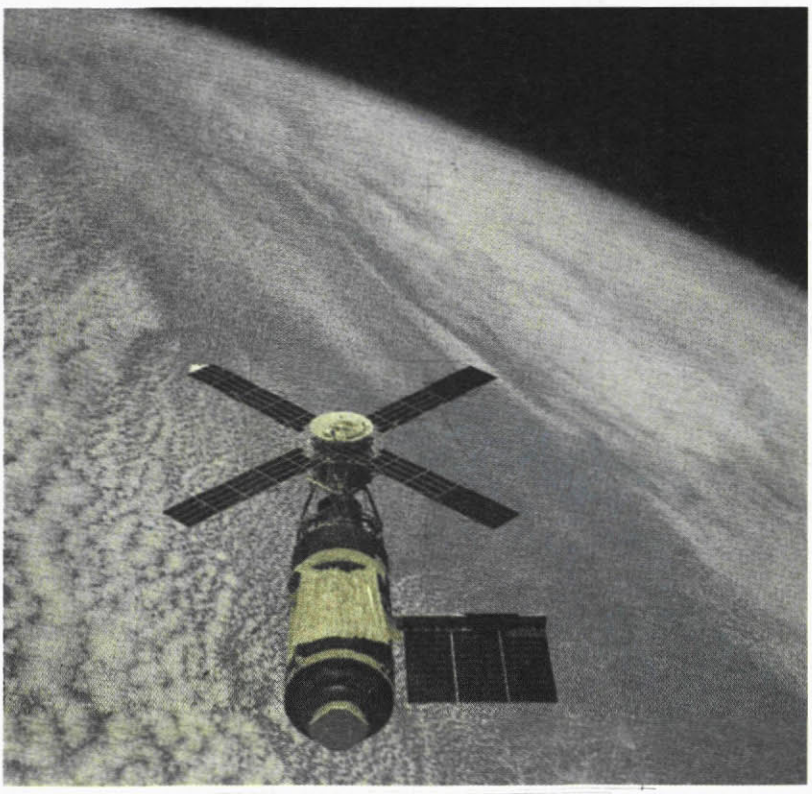
$$\omega = 6{,}28 \cdot 4rad/s \quad \text{ή} \quad \omega = 25{,}12rad/s.$$

Το μήκος του τόξου που θα διανυθεί σε χρόνο t=0,01s θα υπολογιστεί από τη σχέση: $s = \upsilon t$.

Με αντικατάσταση έχουμε: $s = 15 \cdot 0{,}01m$ ή $s = 0{,}15m$.

1.3.11 Κεντρομόλος δύναμη

Οι κυκλικές και γενικά οι καμπυλόγραμμες κινήσεις είναι μια μεγάλη κατηγορία κινήσεων. Έχετε αναρωτηθεί ποιο είναι το αίτιό τους; Ποια είναι παραδείγματος χάρη η αιτία που κρατά σε τροχιά ένα τεχνητό δορυφόρο γύρω από την Γη; (Εικ. 1.3.28). Για ποιο λόγο η Τροχαία βάζει όριο ταχύτητας στις στροφές; Αυτά είναι μερικά από τα ερωτήματα στα οποία θα προσπαθήσουμε να δώσουμε απάντηση στην παράγραφο αυτή.



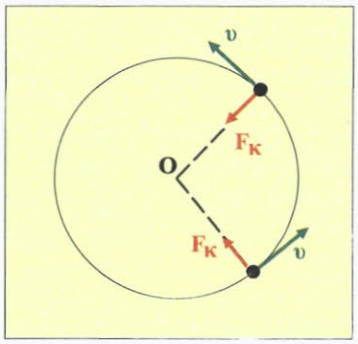
Εικόνα 1.3.28
Τεχνητός δορυφόρος σε τροχιά γύρω από τη Γη.

Οι δύο πρώτοι νόμοι του Νεύτωνα τους οποίους μελετήσαμε, μας επιτρέπουν να περιγράψουμε την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν γνωρίζουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν σ' αυτό, την αρχική θέση του καθώς και την αρχική του ταχύτητα. Έτσι αν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις, ή αν ασκούνται και έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα αυτό θα ηρεμεί ή θα κινείται με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.

Αν η συνισταμένη $\vec{F}$ των δυ-

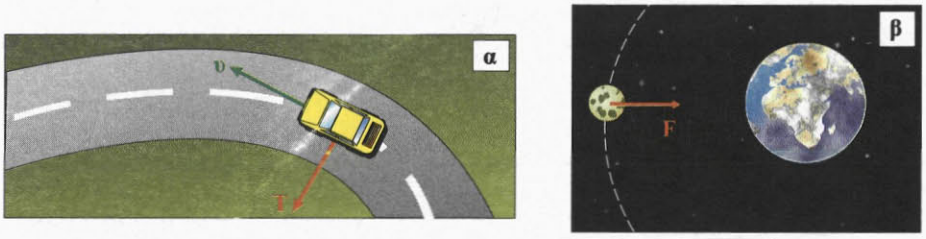
νάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα δεν είναι μηδέν, τότε σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα αυτό έχει επιτάχυνση $\vec{a}$ ομόρροπη της δύναμης, που προσδιορίζεται από τη σχέση $\vec{F} = m\vec{a}$, όπου m είναι η μάζα του σώματος.

Ας θεωρήσουμε την περίπτωση που ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση με ταχύτητα σταθερής τιμής. Επειδή η κατεύθυνση της ταχύτητας συνεχώς μεταβάλλεται, άρα υπάρχει επιτάχυνση (κεντρομόλος) και σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στο σώμα ασκείται δύναμη. Η δύναμη αυτή έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται **κεντρομόλος δύναμη** (Εικ. 1.3.29).



Εικόνα 1.3.29

Η κεντρομόλος δύναμη είναι γενικά η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά τη διεύθυνση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς με φορά προς το κέντρο του κύκλου. Δεν πρόκειται για μια ακόμα δύναμη πάνω στο σώμα. Λέμε συνήθως ότι η συνισταμένη των δυνάμεων (κατά τη διεύθυνση της ακτίνας) *παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης.*



Εικόνα 1.3.30
Δυνάμεις που δρούν ως κεντρομόλες: α) η τριβή, β) η βαρυτική έλξη F.

Την έννοια της κεντρομόλου δύναμης συναντάμε σε κάθε φαινόμενο που υπάρχει κυκλική κίνηση. Παραδείγματος χάρη, όταν ένα αυτοκίνητο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ένα επίπεδο δρόμο, η κεντρομόλος δύναμη είναι η δύναμη τριβής (Εικ. 1.3.30α). Η Σελήνη περιφέρεται γύρω από τη Γη λόγω της ελκτικής δύναμης που δέχεται από αυτή. Η δύναμη αυτή παίζει τότε το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης (Εικ. 1.3.30β). Τα ηλεκτρόνια περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα του ατόμου λόγω της ηλεκτρικής δύναμης Coulomb, που παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

Γενικά κάθε δύναμη που αναγκάζει ένα σώμα να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση λέγεται κεντρομόλος δύναμη.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την κεντρομόλο δύναμη. Όπως είδαμε, η τιμή της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

όπου υ είναι το μέτρο της ταχύτητας και R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Έτσι η τιμή της κεντρομόλου δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{m\upsilon^2}{R} \qquad (1.3.17)$$

Δραστηριότητα

Αντικαταστήστε στη σχέση (1.3.17), τις σχέσεις:

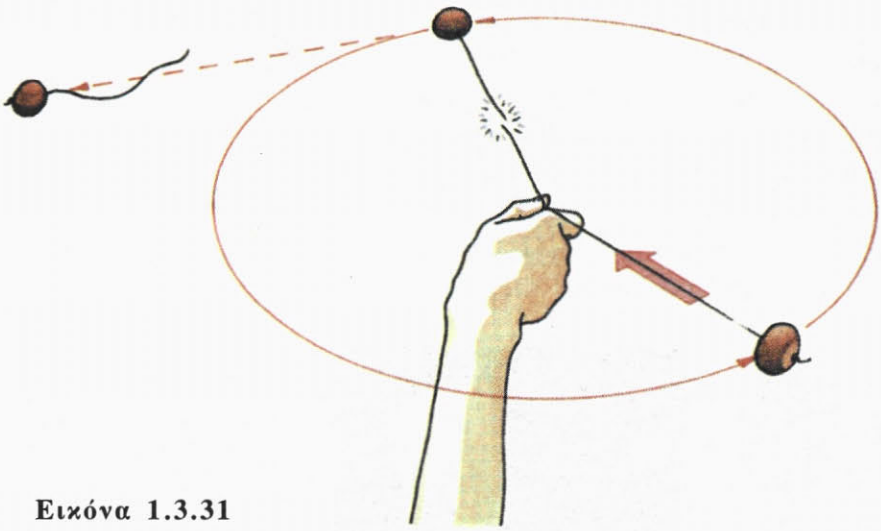
$$\upsilon = \omega R \text{ και } \omega = 2\pi f$$

$$\text{ή } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Σε ποιες σχέσεις για την τιμή της κεντρομόλου δύναμης καταλήξατε;

1.3.12 Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης

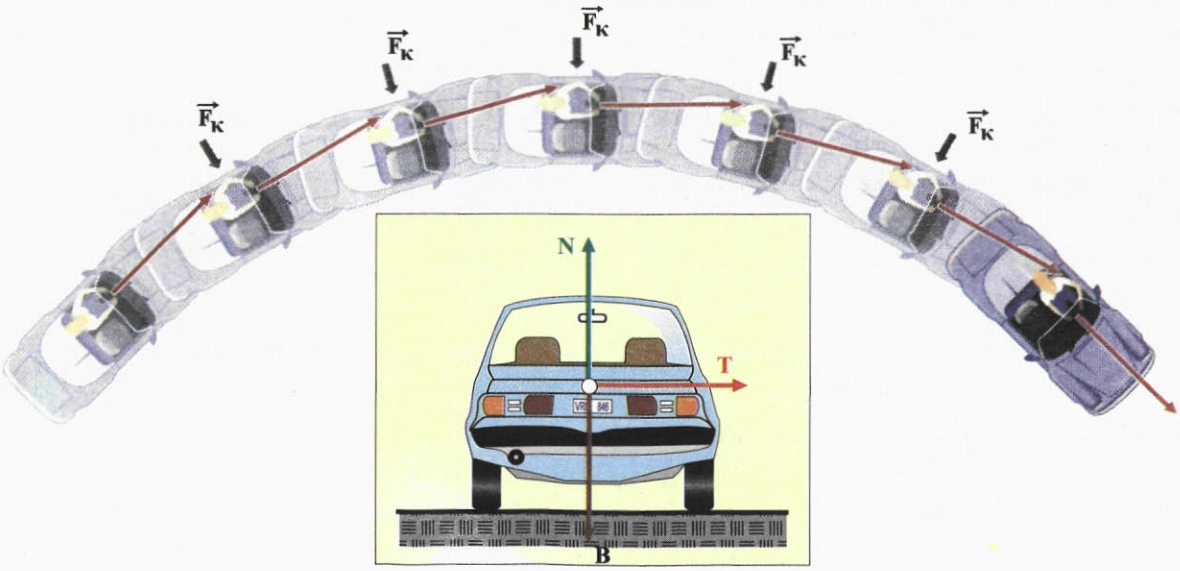
Α) Αν στο άκρο ενός νήματος (Εικ. 1.3.31) προσδέσουμε μια μικρή σφαίρα και τη θέσουμε με το χέρι μας σε ομαλή κυκλική κίνηση πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, τότε η κεντρομόλος δύναμη που αναγκάζει τη σφαίρα να κινηθεί σε κυκλική τροχιά είναι η τάση του νήματος. Αν η σφαίρα περιφέρεται με ολοένα αυξανόμενη ταχύτητα, τότε σύμφωνα με τη σχέση (1.3.17) απαιτείται μεγαλύτερη δύναμη, για να τη συγκρατήσει σε κυκλική τροχιά. Αν η δύναμη αυτή υπερβεί την τάση θραύσης του νήματος, τότε αυτό κόβεται και η σφαίρα κινείται ευθύγραμμα κατά την εφαπτομένη της τροχιάς στη θέση που κόπηκε το νήμα.



Εικόνα 1.3.31

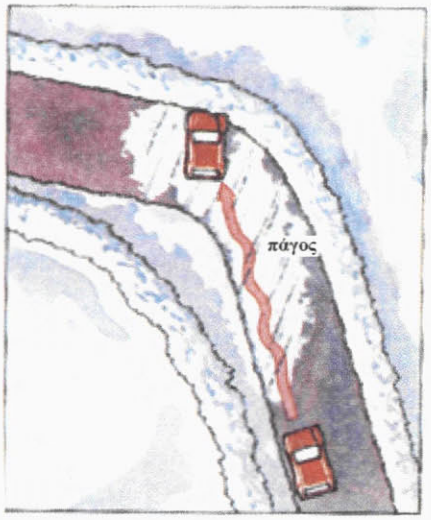
Β) Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται σε κυκλική οριζόντια τροχιά κάνοντας ομαλή κυκλική κίνηση (Εικ. 1.3.32), η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν επάνω του πρέπει να έχει φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Δηλαδή να είναι κεντρομόλος.

Στο αυτοκίνητο ενεργούν οι εξής δυνάμεις (Εικ. 1.3.32):



Εικόνα 1.3.32

Το βάρος του $\vec{B}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ του εδάφους και η τριβή $\vec{T}$ (Η αντίσταση του αέρα παραλείπεται).



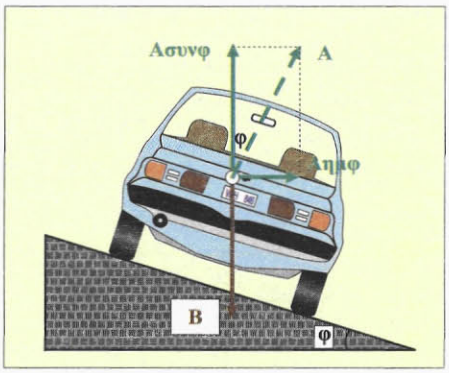
Οι δύο πρώτες δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν. Άρα η τριβή (στατική) που ασκείται από το έδαφος στους τροχούς πρέπει να έχει φορά προς το κέντρο της τροχιάς και να είναι οριζόντια, γιατί το αυτοκίνητο κινείται σε οριζόντιο επίπεδο.

Είναι φανερό ότι όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου τόσο μεγαλύτερη κεντρομόλος δύναμη απαιτείται για να περάσει με ασφάλεια τη στροφή. Αν λοιπόν είναι φθαρμένα τα λάστιχα ή είναι βρεγμένος ο δρόμος, η τριβή που αναπτύσσεται δεν είναι μεγάλη και δεν μπορεί να παίξει τον αναγκαίο ρόλο της κεντρομόλου με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να εκτραπεί.

Γ) Θεωρούμε ένα αυτοκίνητο, όπως στην εικόνα 1.3.33, που παίρνει στροφή πάνω σε κεκλιμένο ως προς το οριζόντιο επίπεδο δρόμο, όπως παραδείγματος χάρη σ' ένα αυτοκινητόδρομο μεγάλης ταχύτητας.

Τίθεται το ερώτημα: πώς θα υπολογίσουμε την κλίση του δρόμου, ώστε να αναπτύσσεται η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη για την ασφαλή διέλευση των οχημάτων;

Αν, για ευκολία στους υπολογισμούς, θεωρήσουμε αμελητέα την τριβή, στο όχημα ασκούνται δύο δυνάμεις: το βάρος του Β και η κάθετη δύναμη (Α) από το οδόστρωμα.



Εικόνα 1.3.33

Από το σχήμα προκύπτει:

$$A\sigma\upsilon\nu\varphi - B = 0 \quad \text{ή} \quad A\sigma\upsilon\nu\varphi = B \qquad (1),$$

γιατί στον κατακόρυφο άξονα δεν υπάρχει κίνηση.

Η οριζόντια δύναμη Αημφ αναγκάζει το όχημα να κινηθεί κυκλικά στη στροφή, δηλαδή είναι η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη.

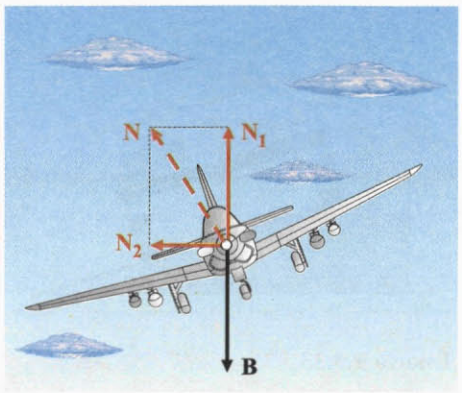
Άρα μπορούμε να γράψουμε: $A\eta\mu\varphi = \dfrac{m\upsilon^2}{R}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) αν τις διαιρέσουμε κατά μέλη, προκύπτει:

$$\frac{A\eta\mu\varphi}{A\sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{\frac{m\upsilon^2}{R}}{mg} \qquad \text{ή} \qquad \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon^2}{Rg}$$

Από την τελευταία σχέση φαίνεται ότι για δοσμένη ακτίνα στροφής και ορισμένη κλίση του οδοστρώματος, η διέλευση είναι ασφαλής μόνο για ορισμένη τιμή της ταχύτητας. Αν ένα όχημα δοκιμάσει να περάσει από τη στροφή αυτή, με μεγαλύτερη ταχύτητα από την ορισμένη, τότε θα ξεφύγει

Το αυτοκίνητο κινείται στους δύο τροχούς, έχοντας εξασφαλίσει την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη.



Εικόνα 1.3.34

από το δρόμο, γιατί η κεντρομόλος δύναμη που απαιτείται είναι μεγαλύτερη της συνιστώσας Αημφ.

Σε ειδικούς δρόμους που γίνονται αγώνες αυτοκινήτων η κλίση του δρόμου αυξάνει προοδευτικά. Έτσι ο οδηγός μπορεί να διαλέξει το μέρος του δρόμου από το οποίο θα περάσει ανάλογα με την ταχύτητα του αυτοκινήτου του.

Οι γραμμές του τρένου στις στροφές έχουν την εξωτερική σιδηροτροχιά υπερυψωμένη ώστε η αντίδραση να δίνει οριζόντια συνιστώσα προς το μέσα μέρος της στροφής, η οποία αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη.

Δ) Όταν ένα αεροπλάνο πετάει σε οριζόντιο επίπεδο η ανυψωτική δύναμη N αντισταθμίζει το βάρος του B. Για να κάνει στροφή με την βοήθεια ειδικών πηδαλίων παίρνει ορισμένη κλίση (Εικ. 1.3.34) ώστε η ανυψωτική δύναμη N να αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μια κατακόρυφη (N_1) και μια οριζόντια (N_2), από τις οποίες η συνιστώσα N_2 αποτελεί την κεντρομόλο που θα του επιτρέψει να κάνει τη στροφή.

Τριβή και αυτοκινητιστικά δυστυχήματα

Είναι βέβαιο πως, αν οι οδηγοί γνώριζαν τους νόμους της Δυναμικής και τους εφάρμοζαν, τότε τα δυστυχήματα θα περιορίζονταν σημαντικά.
Ποιες όμως είναι οι αιτίες των δυστυχημάτων;
Γιατί τόσοι άνθρωποι, κυρίως νέοι, αφήνουν την τελευταία τους πνοή στην άσφαλτο;

Τα στατιστικά στοιχεία δείχνουν ότι οι αιτίες των δυστυχημάτων είναι η υπερβολική ταχύτητα, το βρεγμένο οδόστρωμα, η μεγάλη ταχύτητα στις στροφές, το αντικανονικό προσπέρασμα, η κατάσταση των φρένων, τα φθαρμένα λάστιχα, η κατάσταση του οδηγού (αλκοόλ, αϋπνία κ.λπ.).

Θα προσπαθήσουμε μέσα από παραδείγματα, να

δείξουμε την επίδραση του κάθε παράγοντα στα ατυχήματα.

Παράδειγμα 1

Ένα Ι.Χ. αυτοκίνητο που μαζί με το φορτίο του έχει μάζα 1.800kg κινείται στην εθνική οδό. Ξαφνικά ο οδηγός αντιλαμβάνεται ότι ο δρόμος έχει κλείσει από σταματημένα αυτοκίνητα και εφαρμόζει τα φρένα, με αποτέλεσμα οι τροχοί να μην περιστρέφονται. Τη στιγμή που ενεργοποιούνται, η απόσταση του αυτοκινήτου από το εμπόδιο είναι 150m. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των τροχών και του εδάφους είναι 0,2. Αν τη στιγμή που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα η ταχύτητα του οχήματος είναι α) 144km/h β) 108km/h γ) 72km/h, να βρεθεί σε κάθε περίπτωση αν το όχημα θα πέσει επάνω στα σταματημένα αυτοκίνητα.

Απάντηση

Κατά τον κατακόρυφο άξονα ασκείται η αντίδραση N που είναι δύναμη από επαφή. Στο αυτοκίνητο ασκείται και το βάρος B που είναι δύναμη από απόσταση.

Η μόνη δύναμη που ασκείται στη διεύθυνση της κίνησης και επιβραδύνει το όχημα είναι η τριβή T.

Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$T = m\,\alpha$$

Επειδή $T = \mu N$ και $N = B$

προκύπτει ότι:

$$\mu\, m\, g = m\,\alpha \quad \text{ή}$$

$$\alpha = g\,\mu$$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι η επιβράδυνση είναι σταθερή επειδή ο συντελεστής τριβής είναι σταθερός. Θα ισχύουν οι σχέσεις της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης, δηλαδή:

$$x = \upsilon_0\, t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (1)$$

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha\, t \qquad (2)$$

Όταν το όχημα σταματήσει ($\upsilon = 0$) τότε από τη σχέση (2) έχουμε:

$$\upsilon_0 = \alpha\, t \quad \text{ή} \quad t = \frac{\upsilon_0}{\alpha}.$$

Με αντικατάσταση του χρόνου αυτού στη σχέση (1) προκύπτει το μέγιστο διάστημα x_{max}.

$$x_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g\mu}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η ζητούμενη απόσταση είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας τη στιγμή που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα και αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή τριβής ολίσθησης.

Περίπτωση α) Για $\upsilon_0 = 144\text{km/h} = \dfrac{144.000\text{m}}{3.600\text{s}} = 40\text{m/s}$.

Με αντικατάσταση προκύπτει:

$$x_{max} = (40^2/2)\cdot 10\cdot 0{,}2\text{m} \quad \text{ή} \quad x_{max} = 400\text{m}.$$

Επειδή τα σταματημένα οχήματα είναι σε απόσταση 150m το Ι.Χ. αυτοκίνητο θα προσπέσει επάνω τους, και δεν μπορεί να αποφύγει τη σύγκρουση.

Περίπτωση β) Για $\upsilon_0 = 108\text{km/h} = 30\text{m/s}$ το απαιτούμενο διάστημα για να σταματήσει το Ι.Χ. αυτοκίνητο είναι

$$x_{max} = 225\text{m}.$$

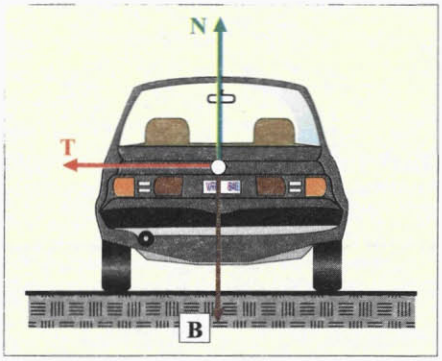
Άρα και στην περίπτωση αυτή δε θα αποφευχθεί η σύγκρουση.

Περίπτωση γ) $\upsilon_0 = 72\text{km/h} = 20\text{m/s}$. Με αντικατάσταση προκύπτει: $x_{max} = (400/2)\cdot 10\cdot 0{,}2 = 100\text{m}$.

Στην περίπτωση αυτή το Ι.Χ. αυτοκίνητο θα σταματήσει 50m από τα σταματημένα οχήματα.

Από τις περιπτώσεις α και γ προκύπτει ότι, όταν η ταχύτητα είναι διπλάσια (από 72km/h έγινε 144km/h) το αντίστοιχο διάστημα που απαιτείται για να σταματήσει το όχημα είναι τετραπλάσιο.

Παράδειγμα 2



Ένα Ι.Χ. αυτοκίνητο μάζας 1.800kg, πρόκειται να πάρει στροφή ακτίνας 100m σε οριζόντιο δρόμο. Πόση πρέπει να είναι η μέγιστη ταχύτητά του για να περάσει τη στροφή με ασφάλεια; Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}2$.

Στην προκειμένη περίπτωση, αν το όχημα γλιστρήσει θα φύγει προς τα έξω. Συνεπώς η τριβή ως δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση θα έχει φορά προς το μέσα μέρος της στροφής. Άρα θα ενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη και θα ισχύει:

$$T = F_\kappa \quad \text{ή}$$

$$\mu\, m\, g = \frac{m\upsilon^2}{R} \quad \text{ή}$$

$$\upsilon^2 = \mu\, g\, R \quad \text{ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{\mu\, g\, R}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μ, g, R έχουμε:

$$\upsilon = \sqrt{0{,}2\cdot 10\cdot 100}\ \text{m/s} \quad \text{ή}$$

$$\upsilon = 10\sqrt{2}\ \text{m/s} \quad \text{ή}$$

$$\upsilon = 14{,}1\ \text{m/s} \quad \text{ή}$$

$$\upsilon = 50{,}8\ \text{km/h}.$$

Τι θα συμβεί αν ο οδηγός θελήσει να περάσει τη στροφή

με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ευρεθείσα;

Είναι προφανές, ότι η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη για να πάρει τη στροφή το όχημα θα είναι μεγαλύτερη. Συνεπώς θα απαιτηθεί μεγαλύτερη τριβή από την $T = \mu m g$. Επειδή αυτό δεν συμβαίνει, το αυτοκίνητο θα φύγει προς τα έξω στη στροφή.

Δραστηριότητα

Εργαζόμενοι ανά δύο μπορείτε να ερευνήσετε την επίδραση που έχει:

α) το βρεγμένο οδόστρωμα και

β) τα φθαρμένα λάστιχα, όταν το Ι.Χ. αυτοκίνητο κινείται όπως περιγράφεται στα Παραδείγματα 1 και 2;

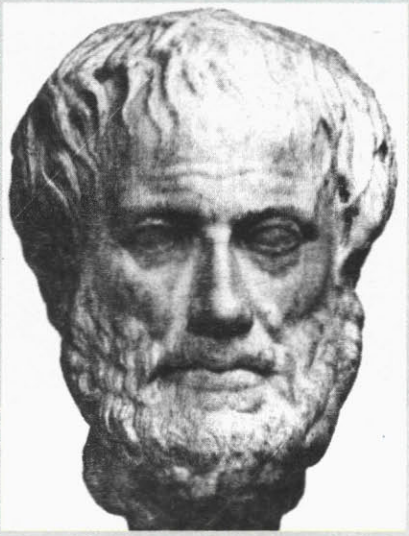
Να χρησιμοποιήσετε τις σχέσεις των Παραδειγμάτων 1 και 2. Τεκμηριώστε την άποψή σας σε γραπτό κείμενο 10-15 γραμμών.

α) Ελαστικά σε καλή κατάσταση.
β) Φθαρμένα ελαστικά.

Από τον Αριστοτέλη στο Νεύτωνα

Η κίνηση των σωμάτων απασχόλησε τους αρχαίους Έλληνες Φυσικούς Φιλοσόφους οι οποίοι πρότειναν διάφορες θεωρίες για την ερμηνεία τόσο της έναρξης μιας κίνησης όσο και της παύσης της. Από τις διάφορες αυτές θεωρίες σημαντικότερη είναι αυτή που Αριστοτέλη (389-322 π.Χ.) διότι επηρέασε τη σκέψη των επόμενων γενεών ως την περίοδο του Νεύτωνα (1642-1727 μ.Χ.) ο οποίος ανέπτυξε τη θεωρία που δεχόμαστε σήμερα. Αξίζει να γνωρίσουμε λοιπόν τη θεωρία του Αριστοτέλη, η οποία ήταν πειστική για 20 αιώνες και την οποία αποδέχθηκαν επιστήμονες όπως οι da Vinci, J. Buridan, R. Descartes, G. Gallileo που έζησαν πριν από το Νεύτωνα.

Ο Αριστοτέλης στο έργο του "περί ουρανού" θεωρεί ότι όλος ο κόσμος είναι φτιαγμένος από τέσσερα στοιχεία: "γη" - "νερό" - "αέρας" - "φωτιά", τα οποία έχουν σε διαφορετικό βαθμό τις ιδιότητες "βαρύ", "ελαφρύ", "ζεστό" και "κρύο". Τα στοιχεία "γη" και "νερό" έχουν την ιδιότητα να είναι βαριά ενώ ο αέρας και η φωτιά να είναι ελαφρά. Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι τα στοιχεία "γη" και "νερό" έχουν τη φυσική τάση να κινούνται προς το κέντρο του κόσμου το οποίο σύμφωνα με τον ίδιο ήταν η Γη. Έτσι αν τα στοιχεία αυτά αφεθούν ελεύθερα και τίποτα δεν διακόψει την κίνησή τους θα κατευθυνθούν προς την επιφάνεια της γης. Αντίθετα τα στοιχεία "φωτιά" και "αέρας" έχουν



Αριστοτέλης (389-322 π.Χ.).

τη φυσική τάση να κινούνται προς την περιφέρεια του κόσμου, να απομακρύνονται δηλαδή από την επιφάνεια της Γης. Συνεπώς εφόσον όλα τα σώματα πάνω στη γη αποτελούνται από τα τέσσερα αυτά στοιχεία θα έχουν ανάλογα με το συνδυασμό των στοιχείων που τα αποτελούν τη φυσική τάση να κινούνται προς την επιφάνεια της Γης ή να απομακρύνονται από αυτήν. Για παράδειγμα, ένα ξύλο το οποίο αποτελείται κυρίως από το στοιχείο "γη" θα πέφτει προς την επιφάνεια της γης ενώ ο καπνός αποτελούμενος περισσότερο από το στοιχείο "αέρας" θα ανεβαίνει προς τον ουρανό. Η "φυσική", δηλαδή η ανεμπόδιστη κίνηση των σωμάτων, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη καθορίζεται από το συνδυασμό των στοιχείων από τα οποία αυτά αποτελούνται.

Υπάρχουν, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη και οι άλλες κινήσεις, αυτές που προκαλούνται από κάποια αιτία, και τις οποίες τις αποκαλεί "βίαιες". Τέτοιου είδους κίνηση κάνει μια πέτρα όταν την πετάμε, ένα βέλος όταν εκτοξεύεται από το τόξο, κ.α.

Σύμφωνα με τον Αριστοτέλη "*ο,τιδήποτε κινείται, κινείται από κάτι άλλο*", άποψη που σημαίνει ότι η κίνηση ενός σώματος, αν κάποιος το εκτοξεύει, πρέπει να αποδοθεί σε κάποια αιτία. Η αιτία που έθεσε αρχικά σε κίνηση το σώμα, έθεσε ταυτόχρονα σε βίαιη κίνηση (παλινδρομική) τον αέρα ο οποίος το περιβάλλει. Καθώς ο αέρας δονείται ασκεί δύναμη πάνω στο σώμα και έτσι αυτό συνεχίζει να κινείται. Η παλινδρομική αυτή βίαιη κίνηση μεταδίδεται από το ένα στρώμα του αέρα στο άλλο συντηρώντας την κίνηση του σώματος. Η διάδοση της παλμικής αυτής κίνησης δεν γίνεται χωρίς απώλειες και έτσι μειώνεται βαθμιαία η ικανότητα του αέρα να κινεί το σώμα που εκτοξεύτηκε. Για το λόγο αυτό το σώμα σταδιακά πλησιάζει στη Γη στης οποίας την επιφάνεια τελικά θα πέσει. Εκτός από τη διάκριση σε "φυσικές" και "βίαιες" κινήσεις ο Αριστοτέλης διαχώρισε τις κινήσεις σε αυτές που γίνονται κοντά στην επιφάνεια της Γης και σε αυτές που κάνουν τα ουράνια σώματα, όπως η Σελήνη, οι πλανήτες και τα άστρα. Τα ουράνια σώματα, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, κινούνται ακατάπαυστα πάνω σε κυκλικές τροχιές γύρω από το κέντρο του κόσμου, τη Γη, σύμφωνα με τις απόψεις του. Η αιτία για αυτές τις κινήσεις ήταν το "πρώτο κινούν", η πρωταρχική δηλαδή αιτία της δημιουργίας του κόσμου.

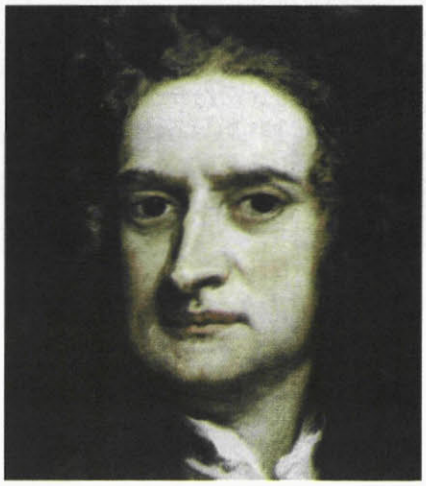
Η διάκριση σε φυσικές και βίαιες κινήσεις εξακολούθησε να κυριαρχεί έως την περίοδο του Γαλιλαίου, ο οποίος διατύπωσε το νόμο της αδράνειας σύμφωνα

με τον οποίον *"εφόσον ένα σώμα κινείται χωρίς την επίδραση κάποιας δύναμης, θα συνεχίσει να κινείται ασταμάτητα με σταθερή ταχύτητα"*. Σύμφωνα με τη θεώρηση του Γαλιλαίου, ένα σώμα που εκτοξεύτηκε στον αέρα θα συνεχίσει να κινείται λόγω αδράνειας ενώ η δύναμη του βάρους θα προκαλέσει την καμπύλωση της τροχιάς και τελικά την πτώση του στο έδαφος. Με το νόμο της αδράνειας γίνεται ένα μεγάλο βήμα προς τη διαμόρφωση της έννοιας τη δύναμης όπως θα την καθορίσει ο Νεύτωνας. Παρά την πρόοδο που απετέλεσε η εισαγωγή της έννοιας της αδράνειας, η έννοια της δύναμης εξακολούθησε να είναι ασαφής και να συγχέεται με τη μυϊκή δύναμη, τη δύναμη της έκρηξης, την ικανότητα του τόξου να εκτοξεύει το βέλος, την προσπάθεια του εργάτη να ανυψώσει ένα βαρύ σώμα, κ.α.

Το έργο του Νεύτωνα δίνει στη δύναμη το νόημα που και σήμερα δεχόμαστε. Έτσι η δύναμη είναι η αιτία που αλλάζει την κινητική κατάσταση ενός σώματος ενώ η αδράνεια είναι η εγγενής φυσική δυσκολία για αυτήν την αλλαγή. Σύμφωνα με τον 1° νόμο, αν ένα σώμα κινείται και δεν ασκηθεί σε αυτό δύναμη, τότε θα συνεχίζει να κινείται με την ίδια ταχύτητα. Σύμφωνα με το 2° νόμο η αλλαγή της κινητικής κατάστασης, (ακινησία, κίνηση με συγκεκριμένη ταχύτητα) θα προκληθεί από μια δύναμη ή τη συνισταμένη πολλών δυνάμεων. Η δυσκολία να αλλάξει η κινητική κατάσταση ενός σώματος εξαρτάται τόσο από την αδράνεια (τη μάζα) του σώματος, όσο και από την αλλαγή που επιχειρούμε να προκαλέσουμε (το Δu). Στο έργο του Νεύτωνα η αδράνεια υπεισέρχεται εκτός από τα φαινόμενα της κίνησης χωρίς την άσκηση δύναμης, και στα φαινόμενα της αλλαγής της κινητικής κατάστασης.

Ο 3ος νόμος του Νεύτωνα, προκάλεσε σημαντική αλλαγή στην ιδιότητα "βαρύ" με την οποία είχε προικίσει τα στοιχεία ο Αριστοτέλης. Το βάρος δεν αποτελεί μια ιδιότητα των σωμάτων αλλά είναι εκδήλωση της αμοιβαίας έλξης μεταξύ του οποιουδήποτε σώματος και της γης. Δεν είναι ένα ξεχωριστό είδος δύναμης αλλά μια δύναμη όπως οι άλλες, η οποία προκαλεί αλλαγή στην κινητική κατάσταση των σωμάτων. Καταργώντας ο Νεύτωνας την ιδιαιτερότητα του βάρους κατάργησε και τη διάκριση των κινήσεων σε "φυσικές" και "βίαιες". Έτσι η μελέτη της κίνησης των σωμάτων γίνεται με ενιαίο τρόπο σύμφωνα με τους τρεις νόμους που αυτός πρότεινε. Επιπλέον, ο νόμος της παγκόσμιας έλξης μας επιτρέπει να έχουμε μια ενιαία περιγραφή της κίνησης των σωμάτων είτε

Galileo Galilei (1564-1642).



Isaac Newton (1642-1727).

αυτά κινούνται στη Γη είτε στο διάστημα.

Η σύγκριση των απόψεων του Αριστοτέλη και του Νεύτωνα για την κίνηση και τη δύναμη δείχνει ότι μεταξύ τους υπάρχουν σημαντικές διαφορές. Η μετάβαση από τις απόψεις του Αριστοτέλη στις απόψεις του Νεύτωνα δεν ήταν ούτε απλή ούτε εύκολη. Για να γίνει έπρεπε να αλλάξουν ριζικά οι αντιλήψεις για το Σύμπαν, τα στοιχεία που το αποτελούν, τη μέθοδο με την οποία πρέπει να ερευνάται η φύση, οι απόψεις για το ποια ερωτήματα πρέπει να απασχολούν τους ερευνητές, το νόημα των λέξεων: δύναμη, κίνηση, βάρος, κ.α.

Ντετερμινισμός ή χάος

Η θεαματική άνοδος της επιστήμης οδήγησε πολλούς σκεπτόμενους ανθρώπους να πιστέψουν στην παγκόσμια ισχύ που εκείνη αξίωνε. Η όψη αυτή της πραγματικότητας οδήγησε τελικά στο συμπέρασμα, πως το κάθετι που συμβαίνει στο Σύμπαν είναι συνέπεια των κινήσεων κι αλληλεπιδράσεων των ατόμων.

Στη Νευτώνεια Φυσική, η κίνηση καθορίζεται πλήρως με ντετερμινιστικούς νόμους. Ήδη στις αρχές του 19ου αιώνα, ο Μαθηματικός-Φυσικός Πιέρ Σιμόν ντε Λαπλάς (Laplace) υπέθεσε πως, αν κάποιος μπορούσε να παρατηρήσει κάποια χρονική στιγμή όλα τα άτομα στο Σύμπαν και να καταγράψει τις κινήσεις τους, το μέλλον και το παρελθόν θα αποκαλύπτονταν. Αν το θέσουμε διαφορετικά, ολόκληρη η Ιστορία καθορίστηκε μέχρι την τελευταία λεπτομέρειά της όταν το Σύμπαν τέθηκε σε κίνηση. Η άνοδος και η πτώση των αυτοκρατοριών, το πάθος κάθε ξεχασμένης ερωτικής περιπέτειας δεν αντιπροσωπεύουν τίποτα περισσότερο από την αναπόφευκτη λειτουργία των νόμων της Φυσικής, το Σύμπαν προχωρά προς το αμετάβλητο πεπρωμένο του σαν ένα γιγαντιαίο ρολόι.

Τι περιθώρια ελευθερίας, όμως, άφηνε για σωτηρία και καταδίκη, γι' αγάπη και μίσος, όταν η πιο ασήμαντη απόφαση που θα μπορούσε να πάρει οποιοσδήποτε άνθρωπος είχε καθοριστεί πριν από περισσότερο από 10 δισεκατομμύρια χρόνια; Αυτό έδωσε στους ηθικούς στοχαστές του 19ου αιώνα αντικείμενο έρευνας. Αναμφισβήτητα, είναι ασύλληπτο ότι κάποιος θα μπορούσε πράγματι να φτάσει στην παντογνωσία που ζητούσε ο Λαπλάς. Αλλά το γεγονός ότι γενικά ήταν εφικτό θεωρήθηκε ως ένας "μεγαλοφυής" εφιάλτης.

Η Νευτώνια Φυσική αποτέλεσε ένα μοντέλο στο οποίο έπρεπε ν' αποβλέπει όλη η ανθρώπινη γνώση.

Καθώς ξεπρόβαλλαν οι κοινωνικές επιστήμες, έτειναν ν' απομακρύνονται από τις ανθρωπιστικές μελέτες από τις οποίες είχαν αναδυθεί. Οι κοινωνικοί στοχαστές εφάρμοζαν γενικούς νόμους για να εξηγήσουν την Ιστορία και την ανθρώπινη συμπεριφορά. Μερικοί, όπως ο Καρλ Μαρξ κι ο Σίγκμουντ Φρόυντ, επηρέασαν έντονα την Ιστορία.

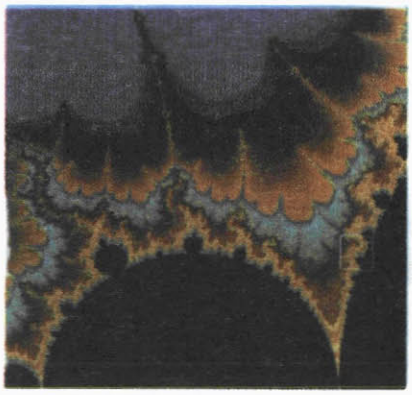
Είναι σημαντικό να θυμόμαστε πως η κοσμοθεωρία αυτή βασίζεται σ' ένα δίχως προηγούμενο επίτευγμα στην επιστήμη, που από τότε δεν έχει επαναληφθεί. Οι νόμοι του Κέπλερ, που αποδείχθηκαν από τον Νεύτωνα, περιέγραφαν προφανώς το ηλιακό σύστημα όπως υπήρχε στο παρελθόν κι όπως θα υπάρξει στο ατέρμονο μέλλον. Αλλά ο ίδιος ο Νεύτωνας γνώριζε ότι η ιστορία δεν έπρεπε να τελειώνει εκεί. Οι νόμοι του Κέπλερ εφαρμόζονται τέλεια μόνο σ' ένα ηλιακό σύστημα που υπόκειται μόνο στη βαρύτητα του Ήλιου. Δε συνυπολογίζονται οι δυνάμεις που οι πλανήτες, μέσω της βαρύτητάς τους, ασκούν *ο ένας στον άλλο.*

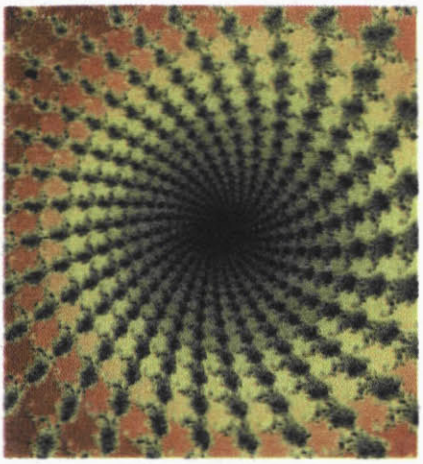
Υπάρχει ένας βασικός λόγος για την παράλειψη αυτή. *Δεν υπάρχει καμία απλή ακριβής μαθηματική επίλυση για την κίνηση περισσοτέρων από δύο αλληλεπιδρώντων σωμάτων.* Αυτό συνέβαινε την εποχή του Νεύτωνα και παραμένει έτσι μέχρι σήμερα. Οι νόμοι του Νεύτωνα ισχύουν γιατί ο Ήλιος είναι πολύ βαρύτερος από κάθε άλλον πλανήτη. Ο Δίας, ο μεγαλύτερος πλανήτης, είναι χίλιες φορές ελαφρύτερος από τον Ήλιο. Έτσι σε μια περίοδο χιλιάδων ετών, μεταφέρει στη Γη ορμή που ισοδυναμεί σε μέγεθος με τη βαρυτική επίδραση που ασκεί σε αυτήν ο Ήλιος σ' ένα χρόνο. Γι' αυτό δε θα προκαλούσε έκπληξη να παρατηρήσουμε σημαντικές αλλαγές στην τροχιά της Γης σε μια χρονική κλίμακα χιλιάδων χρόνων.

Ο Νεύτωνας εξέτασε το πρόβλημα αυτό και δεν του φάνηκε και τόσο ανησυχητικό. Ενδόμυχα, ελάχιστα αποδεχόνταν τον απόμακρο Θεό των θεϊστών φίλων του.

Προτιμώντας κάποια θεότητα της Παλαιάς Διαθήκης που είχε να κάνει με τον καθημερινό συντονισμό των δημιουργημάτων Του. Το ηλιακό σύστημα θα διατηρείτο σταθερό με την άμεση επέμβαση ενός φιλάνθρωπου Κυρίου.

Ο Λαπλάς απέδειξε αργότερα πως οι αμοιβαίες έλξεις των πλανητών τείνουν σ' ένα μέσο όρο και η σταθερότητα που φοβόνταν ο Νεύτωνας ανέρχεται σ' έναν αριθμό αργών, κυκλικών μεταβολών των πλανητικών τροχιών. Αλλά αυτά αποτελούσαν προσεγγιστικούς μόνο υπολογισμούς. Αργότερα, το 19° αιώνα, ο Ανρί Πουανκαρέ απηύθυνε το γενικό ερώτημα των αμοι-





βαίων αλληλεπιδράσεων τριών ακριβώς σωμάτων και βρήκε πως μερικές διατάξεις ήταν πολύ αστα-θείς. Μερικές, μη μετρήσιμες διαφορές στις αρχικές συνθήκες μπορούσαν να οδηγήσουν σε ριζικές διαφορές στα τελικά αποτελέσματα. Ομολογώντας πως η σκέψη και μόνο των περιπτώσεων αυτών τον αρρώσταινε, ο Πουανκαρέ εγκατέλειψε τη μελέτη αυτή.

Σήμερα, με τη βοήθεια υπολογιστών, έχουν βρεθεί αμέτρητα παραδείγματα μη προβλεψιμότητας. Μελέτες των πιο παθολογικών περιπτώσεων φέρουν όνομα *χάος*.

Στη δεκαετία του 1960, οι άνθρωποι που προέβλεπαν τις καιρικές συνθήκες στράφηκαν στους υπολογιστές ελπίζοντας σε μια απάντηση για καλύτερες προβλέψεις μακράς διαρκείας. Η ατμόσφαιρα υπάκουε σε φυσικούς νόμους που είχαν καλά κατανοηθεί, αλλά ήταν τόσο μεγάλη και πολύπλοκη που μόνο μια υπερυπολογιστική μηχανή θα μπορούσε να παρακολουθήσει τη μελλοντική της εξέλιξη. Στα κατοπινά χρόνια, η ισχύς των υπολογιστών αυξήθηκε περισσότερο από εκατό χιλιάδες φορές και οι δορυφόροι παρείχαν ακόμη πιο λεπτομερείς πληροφορίες για τον καιρό. Όμως, η προβλεψιμότητα του καιρού παραμένει περιορισμένη στο όριο των πέντε έως δέκα ημερών. Έχει ειπωθεί ότι κι ένα μόνο φτερούγισμα πεταλούδας σε μια ευαίσθητη περιοχή θα μπορούσε ίσως να καθορίσει κατά πόσο θα ξεσπάσει τυφώνας, ύστερα από εβδομάδες, χιλιάδες μίλια μακριά, σε μια πυκνοκατοικημένη περιοχή, ή θα αποβεί αβλαβής καθώς θα εξελιχθεί σε μια άγονη πεδιάδα.

Σήμερα, έχουμε συνειδητοποιήσει πως υπάρχουν όρια στη δυνατότητά μας να προβλέψουμε το μέλλον. Μερικά πράγματα, όπως οι πλανητικές κινήσεις, μπορούν να προβλεφθούν για χιλιετίες, άλλα για μερικές ώρες, μερικά μόνο για δέκατα του μικροδευτερολέπτου.

Ο εφιάλτης του ντετερμινισμού είναι ακριβώς αυτό που υποννοεί η ίδια η λέξη, ένα κακό όνειρο που έχει μικρή σχέση με την πραγματικότητα. Οποιοδήποτε μικρό σφάλμα στη γνώση μας για το παρόν μπορεί να οδηγήσει σε δραστικές αλλαγές στον τρόπο με τον οποίο αντικρίζουμε το μέλλον.

Η κβαντική θεωρία έχει δείξει ότι ποτέ δεν ήταν δυνατό να έχουμε τέλεια γνώση του παρόντος. Το μέλλον, όπως καταλαβαίνουμε και με τη διαίσθησή μας, δε μας ανήκει για να το γνωρίζουμε.

Απόσπασμα από το βιβλίο:
"Φυσική για ποιητές"
του Robert March.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μελέτη της σχέσης της δύναμης με την κίνηση του σώματος. Οι δυνάμεις στη φύση εμφανίζονται κατά ζεύγη. Σύμφωνα μάλιστα με το νόμο **Δράσης - Αντίδρασης**, όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν και το πρώτο ασκεί δύναμη $\vec{F}$ στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο ασκεί αντίθετη δύναμη $-\vec{F}$ στο πρώτο. Οι δύο αυτές δυνάμεις ενεργούν σε διαφορετικά σώματα. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ σωμάτων πραγματοποιούνται είτε επειδή υπάρχει επαφή μεταξύ τους είτε επειδή καθένα απ' αυτά βρίσκεται στο πεδίο που δημιουργεί το άλλο. Αναφέρονται δε ως: α) **δυνάμεις από επαφή** και β) **δυνάμεις από απόσταση**.

Για να προσδιορίσουμε **τη συνισταμένη δύο δυνάμεων** χρησιμοποιούμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου. Η διαγώνιος του παραλληλογράμμου που έχει πλευρές τις δύο δυνάμεις και περιέχεται μεταξύ τους είναι η συνισταμένη τους. Εφόσον δυνάμεις σχηματίζουν γωνία 90°, η τιμή της συνισταμένης τους δίνεται από τη σχέση:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

και η κατεύθυνσή της από τη σχέση $\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_2}{F_1}$.

Για την **ανάλυση μιας δύναμης** σε συνιστώσες επιλέγουμε κατάλληλες διευθύνσεις και δημιουργούμε παραλληλόγραμμο προσδιορίζοντας, με παράλληλες προς τις γνωστές διευθύνσεις απ' το τέλος της δύναμης, τις δύο συνιστώσες δυνάμεις. Η σύνθεση πολλών ομοεπίπεδων δυνάμεων με κοινό σημείο εφαρμογής γίνεται με ανάλυση των δυνάμεων σε συνιστώσες. Οι συνιστώσες που βρίσκονται στον ίδιο άξονα έχουν ή ίδια ή αντίθετη κατεύθυνση και προστίθενται εύκολα. Τελικά καταλήγουμε στη σύνθεση δύο δυνάμεων κάθετων μεταξύ τους.

Για να ισορροπούν πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις που διέρχονται από το ίδιο σημείο, πρέπει η συνισταμένη τους να είναι μηδέν.

$$\Sigma Fx = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

Στην ειδική περίπτωση της ισορροπίας σώματος με την επίδραση δύο δυνάμεων αυτές, πρέπει να είναι αντίθετες. Όταν όμως επιδρούν τρεις δυνάμεις πρέπει η συνισταμένη των δύο να είναι αντίθετη της τρίτης.

Όταν ένα σώμα γλιστράει πάνω σε μια επιφάνεια, υπάρχει μια δύναμη στο σώμα που αντιστέκεται στην κίνησή του, και λέγεται **τριβή ή τριβή ολίσθησης**. Ονομάζουμε **στατική τριβή** εκείνη τη δύναμη τριβής που εμφανίζεται όταν ένα σώμα δέχεται δύναμη και παρ' όλα αυτά παραμέ-

νει ακίνητο. Η δύναμη της στατικής τριβής δεν έχει σταθερή τιμή. Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής λέγεται **οριακή τριβή**. Η τριβή που αναπτύσσεται κατά την ολίσθηση λέγεται τριβή ολίσθησης και εκφράζεται ποσοτικά με τη σχέση: $T = \mu N$, όπου N η δύναμη που είναι κάθετη στην επιφάνεια επαφής.

Οριζόντια βολή είναι η σύνθετη επίπεδη κίνηση που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις μια κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μια οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή. Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε την αρχή της **ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας)** των κινήσεων. Σύμφωνα με αυτή την αρχή όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φθάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t η κάθε μία.

Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, η σχέση $\vec{F} = m\vec{a}$ ισοδυναμεί με τις σχέσεις:

$$\Sigma Fx = m\,ax$$
$$\Sigma F_y = m\,a_y$$

όπου ΣFx, ΣF_y, ax και a_y είναι οι συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης και της επιτάχυνσης σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων αντίστοιχα.

Ένα κινητό εκτελεί **ομαλή κυκλική κίνηση** όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου και η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή. Περίοδος της κυκλικής κίνησης (T) ονομάζεται ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μία περιστροφή, ενώ ο αριθμός των περιστροφών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται συχνότητα (f) της κυκλικής κίνησης. Η μεταξύ τους σχέση είναι:

$$f = \frac{1}{T}$$

Η **γραμμική ταχύτητα** στην ομαλή κυκλική κίνηση έχει σταθερή τιμή και μεταβαλλόμενη κατεύθυνση μια και είναι εφαπτόμενη στην τροχιά ενώ η τιμή της δίνεται από τη σχέση $\upsilon = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{T}$.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση χρειάζεται η γνώση του ρυθμού με τον οποίο η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες γι' αυτό ορίζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα** $(\vec{w})$. Η τιμή της είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας φ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t δια του αντιστοίχου χρονικού διαστήματος. Δηλαδή:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

με μονάδα μέτρησης το 1rad/s και με διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς στο κέντρο της και φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Η σχέση μεταξύ γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας είναι: $\upsilon = \omega R$

Επειδή στην ομαλή κυκλική κίνηση το διάνυσμα της ταχύτητας μεταβάλλεται, εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και λέγεται **κεντρομόλος επιτάχυνση**. Δίνεται δε από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα επομένως, ασκείται δύναμη με κατεύθυνση επίσης προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται κεντρομόλος δύναμη.

$$F_\kappa = m\alpha_\kappa = m\frac{\upsilon^2}{R}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ένα σώμα ηρεμεί πάνω σ' ένα τραπέζι. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης σώματος - τραπεζιού.

2. Το σώμα της προηγούμενης ερώτησης ποιες δυνάμεις δέχεται;
Να διακρίνετε ποια δύναμη είναι από επαφή και ποια από απόσταση.

3. Ένας άνθρωπος σπρώχνει ένα κιβώτιο που βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο.
Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ κιβωτίου - ανθρώπου.

4. Να αναφέρετε τρία είδη δυνάμεων που είναι δυνάμεις από απόσταση.

5. Ένα ποδήλατο και ένα αυτοκίνητο συγκρούονται μετωπικά. Μεγαλύτερη δύναμη δρα πάνω στο ποδήλατο. Συμφωνείτε με αυτή την άποψη;
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

6. Να περιγράψετε τη διαδικασία υπολογισμού της συνισταμένης δύο δυνάμεων που είναι κάθετες μεταξύ τους.

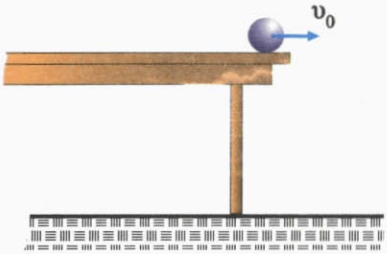
7. Ένα κιβώτιο βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο και ηρεμεί. Για να ξεκινήσει το κιβώτιο απαιτείται να ασκηθεί σ' αυτό μια δύναμη οποιασδήποτε τιμής.
Συμφωνείτε με την άποψη αυτή;

8. Η τριβή ολίσθησης που δέχεται ένα σώμα είναι δύναμη επαφής ή δύναμη από απόσταση;

9. Από ποιους παράγοντες εξαρτάται η δύναμη τριβής ολίσθησης που δέχεται ένα σώμα;

10. Με ποιο τρόπο μπορούμε να ελαττώσουμε τις δυνάμεις τριβής μεταξύ δύο σωμάτων;

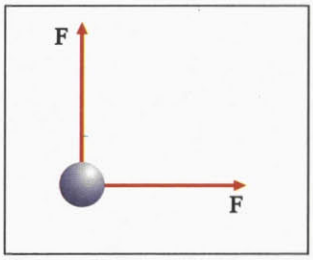
11. Μια σφαίρα ηρεμεί στην άκρη ενός τραπεζιού. Στη σφαίρα δίνεται ταχύτητα υ_0, όπως φαίνεται στην εικόνα. Να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση της σφαίρας και να εξηγήσετε πώς υπολογίζεται ο χρόνος που κάνει να πέσει η σφαίρα στο δάπεδο.



12. Η σφαίρα της προηγούμενης ερώτησης αποκτά αρχική ταχύτητα $2\upsilon_0$. Ο χρόνος πτώσης της σφαίρας θα αλλάξει σε σχέση με πριν;

13. Ένα αεροπλάνο ταξιδεύει παράλληλα προς το έδαφος. Από το αεροπλάνο αφήνεται μια βόμβα. Για ποιο λόγο η βόμβα δεν πέφτει κατακόρυφα;

14. Μια σφαίρα μάζας m δέχεται δυνάμεις που είναι κάθετες με τιμή F η κάθε μια, όπως φαίνεται στην εικόνα.
Να σχεδιάσετε την επιτάχυνση που αποκτά η σφαίρα και να γράψετε τη σχέση από την οποία υπολογίζεται η τιμή της.



15. Ένα κιβώτιο ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο. Να αναλύσετε τις δυνάμεις και να γράψετε τη συνθήκη ισορροπίας.

16. Ένα σωμάτιο ισορροπεί υπό την επίδραση τριών ομοεπιπέδων δυνάμεων.
Ποια συνθήκη πρέπει να ισχύει στην περίπτωση αυτή;

17. Παρατηρήστε τη γραφική παράσταση που φαίνεται στην εικόνα. Σε ποια χρονικά διαστήματα εφαρμόστηκε μια δύναμη πάνω στο σώμα;

18. Ένα αερόστατο αιωρείται σε σταθερό ύψος. Τι μπορούμε να πούμε για τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό και τη συνισταμένη τους;

19. Πότε η κίνηση ενός σώματος χαρακτηρίζεται ομαλή κυκλική;

20. Πώς ορίζεται η γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση;

21. Τα σημεία ενός δίσκου CD κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση. Όλα τα σημεία του δίσκου CD έχουν την ίδια περίοδο; Έχουν και ίδιες ταχύτητες;

22. Να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση.

23. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου εμφανίζεται επιτάχυνση. Από ποια σχέση υπολογίζουμε την τιμή της;

Ποια είναι η κατεύθυνση της επιτάχυνσης του αντικειμένου;

24. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής και να βγάλετε σχέση μεταξύ της δύναμης και της ταχύτητας.

25. Σε ποια από τις παρακάτω περιπτώσεις εφαρμόζουμε την αρχή της δράσης - αντίδρασης.

Α. Μόνο όταν τα σώματα ισορροπούν.

Β. Μόνο όταν τα σώματα είναι σε κίνηση.

Γ. Μόνο όταν δεν υπάρχει τριβή.

Δ. Σε οποιαδήποτε περίπτωση.

26. Ένας μαγνήτης τοποθετείται κοντά σε μια σιδερένια βίδα.

Τότε:

Α. Μόνο ο μαγνήτης ασκεί δύναμη στη βίδα.

Β. Μόνο η βίδα ασκεί δύναμη στο μαγνήτη.

Γ. Η βίδα ασκεί δύναμη στο μαγνήτη και ο μαγνήτης ασκεί αντίθετη δύναμη στη βίδα.

27. Όταν τοποθετήσουμε πάνω σε ένα τραπέζι ένα σιδερένιο σφαιρίδιο, κοντά σε ένα μεγάλο μαγνήτη, το σφαιρίδιο κινείται προς το μαγνήτη και όχι αντίστροφα. Αυτό συμβαίνει γιατί:

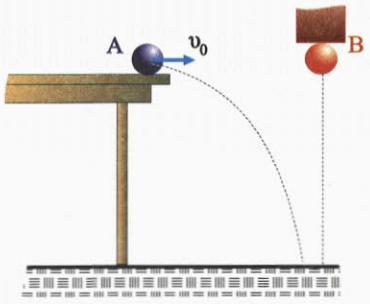
Α. Ο μαγνήτης ασκεί δύναμη και όχι το σφαιρίδιο.

Β. Το κάθε σώμα ασκεί δύναμη στο άλλο αλλά η δύναμη που δέχεται το σφαιρίδιο είναι μεγαλύτερη.

Γ. Το κάθε σώμα ασκεί στο άλλο δύναμη ίσης τιμής, αλλά ο μαγνήτης έχει μεγάλη μάζα και η δύναμη αυτή δεν μπορεί να τον κινήσει.

28. Στην εικόνα φαίνονται δύο πανομοιότυπες σφαίρες. Η σφαίρα Α αφήνει το τραπέζι την ίδια στιγμή που η σφαίρα Β αφήνει τον μαγνήτη.

Ποια σφαίρα φτάνει πρώτη στο πάτωμα;



Α. Φτάνει πρώτα η σφαίρα Β.

Β. Φτάνει πρώτα η σφαίρα Α.

Γ. Φτάνουν ταυτόχρονα.

Δ. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε γιατί δεν γνωρίζουμε το ύψος.

29. Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο δάπεδο που δεν είναι λείο, με επιτάχυνση α.

Στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη F προς τα εμπρός.

Ποια σχέση περιγράφει το φαινόμενο;

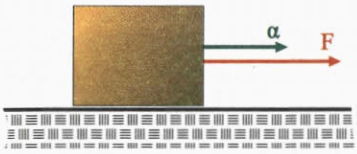
Α. F=m α.

Β. s=υt.

Γ. F-T=m α.

Δ. T=m α.

30. Ένα αντικείμενο σύρεται όπως φαίνεται στην εικόνα, με την επίδραση δύναμης F. Το αντικείμενο αποκτά επιτάχυνση α. Αν στο αντικείμενο ασκηθεί δύναμη 2F αυτό αποκτά επιτάχυνση 2α.



Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

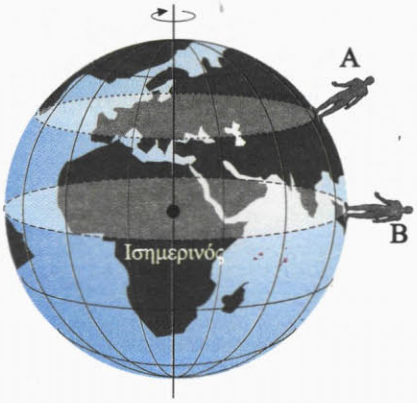
Α. Στο σώμα ασκείται τριβή.

Β. Στο σώμα δεν ασκείται τριβή.

Γ. F-T=m α.

Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

31. Θεωρούμε δύο ανθρώπους που βρίσκονται στα σημεία Α και Β, της γήινης επιφάνειας. Λόγω της περιστροφής της Γης εκτελούν μια περιστροφή σε 24h.



Ποιος από τους δύο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα;

Α. Ο άνθρωπος που είναι στο σημείο Α.

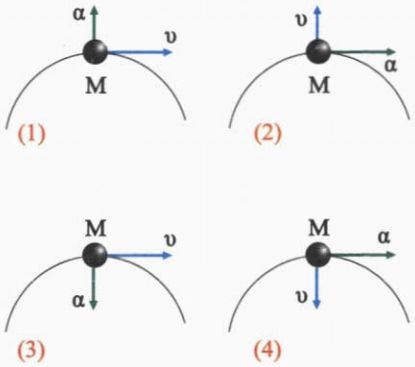
Β. Ο άνθρωπος που είναι στο σημείο Β.

Γ. Και οι δύο έχουν ίσες ταχύτητες.

Δ. Δεν μπορούμε να ξέρουμε με αυτά τα δεδομένα.

32. Ένα σημείο Μ κινείται πάνω σε μια περιφέρεια.

Ποιο από τα επόμενα σχήματα είναι σωστό;



33. Μια μοτοσυκλέτα κινείται σε κυκλική πίστα με ταχύτητα σταθερής τιμής. Όταν διπλασιαστεί η τιμή της ταχύτητας η κεντρομόλος επιτάχυνση, είναι:

Α. Ίδια.

Β. Διπλασιάζεται.

Γ. Υποδιπλασιάζεται.

Δ. Τετραπλασιάζεται.

34. Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) τις σωστές και με το γράμμα (Λ) τις λάθος προτάσεις:

Α. Οι δυνάμεις μεταξύ δύο μαγνητών είναι δυνάμεις από απόσταση.

Β. Η τάση του νήματος είναι δύναμη επαφής.

Γ. Το βάρος ενός σώματος είναι δύναμη επαφής.

Δ. Η δύναμη της άνωσης είναι δύναμη από απόσταση.

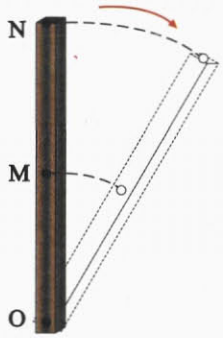
35. Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) τις σωστές και με το γράμμα (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις:

Α. Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος 10m πάνω από το έδαφος. Η οριζόντια απόσταση που διανύει μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι ανάλογη της αρχικής ταχύτητας υ_0 που εκτοξεύεται.

Β. Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης F η επιτάχυνση του σώματος προσδιορίζεται από τη σχέση $\alpha = \dfrac{F - T}{m}$.

Γ. Δύο δυνάμεις με τιμή F η καθεμία, είναι κάθετες μεταξύ τους.
Η τιμή της συνισταμένης δύναμης είναι $F_{ολ}=2F$.

36. Η ράβδος που φαίνεται στην εικόνα περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.



Ποιες απο τις επόμενες σχέσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

37. Ένα σώμα που ηρεμεί σε κεκλιμένο επίπεδο, σπρώχνεται και κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) τις σωστές και με το γράμμα (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις:

Α. Η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα είναι μηδέν.
Β. Το σώμα δεν δέχεται δύναμη τριβής.
Γ. Το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση.

38. Να συμπληρώσετε τα κενά στο κείμενο.

Α. Ο νόμος δράσης-αντίδρασης λέει ότι: "Αν ένα σώμα Α ασκεί.....F σε ένα σώμα Β, τότε και το σώμα Β ασκεί ..... δύναμη στο σώμα Α. Οι δυνάμεις δράση-αντίδραση ασκούνται σε .....σώματα, άρα δεν μπορούμε να μιλάμε για τη .....τους.
Β. Ένα μικρό πακέτο αφήνεται από αεροπλάνο που πετά οριζόντια σε ύψος h. Τη στιγμή που αφήνεται το πακέτο αυτό έχει ταχύτητα ίδιας τιμής με τη ταχύτητα του ..... Η κίνηση του πακέτου μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από τη σύνθεση δύο επιμέρους κινήσεων. Μια η οποία εξελίσσεται σε οριζόντια διεύθυνση και είναι ..... και μια που εξελίσσεται σε κατακόρυφη διεύθυνση και είναι .....

39. Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου εμφανίζεται ..... επιτάχυνση. Η τιμή της επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση ..... Η γραμμική ταχύτητα του αντικειμένου συνδέεται με τη γωνιακή του με τη σχέση ..... Η τιμή της γραμμικής ταχύτητας παραμένει ..... ενώ αλλάζει συνέχεια η ..... της.

40. Στις παρακάτω προτάσεις να συμπληρωθούν τα κενά με τις λέξεις: μεγαλύτερη, μικρότερη, σταθερή.

Α. Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει .... γωνιακή ταχύτητα από το λεπτοδείκτη.
Β. Η τιμή της ταχύτητας του άκρου του λεπτοδείκτη είναι .....
Γ. Ο λεπτοδείκτης έχει ..... περίοδο από τον ωροδείκτη.

41. Στις παρακάτω σχέσεις, που αφορούν την ομαλή κυκλική κίνηση ενός σώματος, να συμπληρώσετε τα κενά με τα σύμβολα, υ, ω, f, R.

Α. $\upsilon=2\pi f$..... Β. $T=\frac{1}{.....}$

Γ. $\upsilon=$.....R Δ. $s=$.....t

42. Να συμπληρωθούν τα κενά των παρακάτω σχέσεων.

Α. $F_{κ}=\frac{m}{R}$ Β. $\alpha=\frac{\upsilon^2}{.....}$

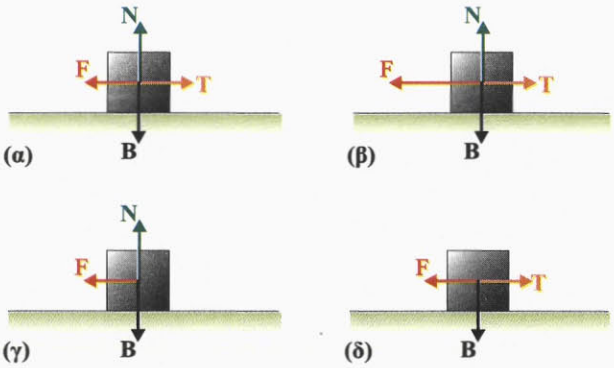
Γ. $\omega=\frac{\upsilon}{.....}$ Δ. $T=\mu$.....

43. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Η άσκηση δύναμης απαιτεί δύο σώματα.
Β. Το σώμα Α έχει δύναμη.
Γ. Το σώμα Α αποκτά δύναμη.
Δ. Το σώμα Α δέχεται δύναμη από το σώμα Β.
Ε. Το σώμα Β ασκεί δύναμη στο σώμα Α.

44. Ένα σώμα κινείται προς τα αριστερά με σταθερή ταχύτητα.

Ποια από τις παρακάτω εικόνες αναπαριστά σωστά τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα;



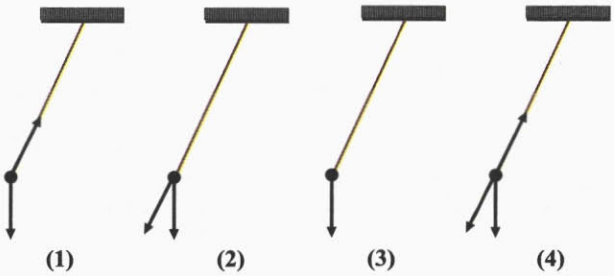
45. Σε μια διελκυστίνδα είναι ένας γίγαντας και ένα παιδί. Ποιος από τους δύο ασκεί μεγαλύτερη δύναμη στον άλλο;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
Α. Το παιδί.
Β. Ο γίγαντας.
Γ. Κανείς από τους δύο.

46. Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου που κινείται σε ευθύγραμμο τμήμα ενός αυτοκινητόδρομου πατάει γκάζι, με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να αποκτήσει επιτάχυνση α.
Α. Το γινόμενο mα είναι ίσο με τη δύναμη της τριβής που επιταχύνει το αυτοκίνητο.
Β. Το γινόμενο mα είναι ίσο με τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο.
Γ. Το γινόμενο mα είναι ίσο με τη δύναμη του κινητήρα.

47. Ένα βιβλίο ισορροπεί πάνω σ' ένα θρανίο. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές.
Α. Η ισορροπία του είναι αποτέλεσμα του νόμου της δράσης-αντίδρασης.
Β. Το θρανίο δεν ασκεί δύναμη στο βιβλίο.
Γ. Το βιβλίο ισορροπεί, διότι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του είναι μηδέν.
Δ. Το βιβλίο ισορροπεί, διότι όλες οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του είναι ίσες.

48. Σε ποιο από τα σχήματα της επόμενης εικόνας έχουν σχεδιαστεί σωστά οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο του εκκρεμούς; Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

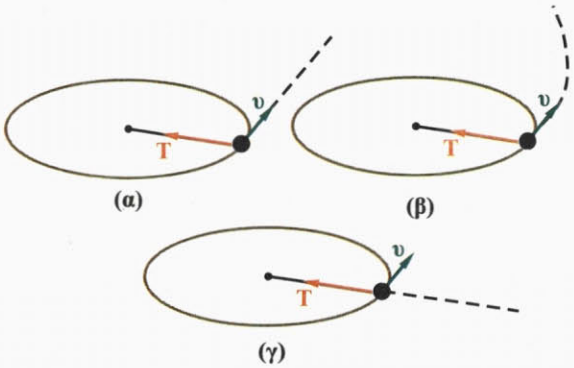


49. Ένας μαθητής ασκεί οριζόντια δύναμη σ' ένα μεγάλο κιβώτιο, που περιέχει όργανα Φυσικής και βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο αλλά αυτό δεν κινείται.
Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και να εξηγήσετε την ισορροπία του.
Β. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο μαθητή και να δώσετε μια ερμηνεία για την ισορροπία του.

50. Ένας άνθρωπος περπατά σε οριζόντιο δρόμο. Η δύναμη που τον κινεί είναι:
Α. Η δύναμη της τριβής που ασκείται στα πέλματα των ποδιών του.
Β. Η δύναμη των ποδιών του.
Γ. Η αντίδραση του εδάφους.
Δ. Η δύναμη που ασκεί στο έδαφος.

51. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
Α. Για να πραγματοποιήσει ένα σώμα κυκλική κίνηση δεν απαιτείται δύναμη.
Β. Ένα σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση δεν επιταχύνεται.
Γ. Για να πραγματοποιήσει κυκλική κίνηση ένα σώμα πρέπει να ασκείται πάνω του κεντρομόλος δύναμη.

52. Το σφαιρίδιο της εικόνας περιφέρεται κυκλικά σε οριζόντιο επίπεδο λόγω της δύναμης που του ασκεί το νήμα. Αν κοπεί το νήμα, στη θέση που φαίνεται στις εικόνες, ποια εικόνα αναπαριστά την μετέπειτα τροχιά του σφαιριδίου;



53. Ένα σώμα επιταχύνεται με την επίδραση μιας δύναμης που για κάποιο λόγο αρχίζει να ελαττώνεται. Ένας μαθητής υποστηρίζει ότι αυτό θα προκαλέσει ελάττωση της επιτάχυνσης και κατά συνέπεια και στην ταχύτητα του σώματος.

Ποια είναι η δική σας άποψη;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Έστω μια δύναμη F=10N. Να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες F_1 και F_2, που είναι κάθετες μεταξύ τους και έχουν ίσες τιμές.

2. Δύο δυνάμεις F_1=4N και F_2=5N ασκούνται στο ίδιο σωμάτιο και είναι κάθετες μεταξύ τους. Να βρεθεί η δύναμη F_3 που πρέπει να ασκηθεί στο σωμάτιο, ώστε αυτό να ισορροπεί.

3. Στο ίδιο σημείο ενός σώματος μάζας 1kg ασκούνται δύο κάθετες μεταξύ τους δυνάμεις F_1=6N και F_2=8N.
Να προσδιορίσετε την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα (μέτρο και κατεύθυνση).

4. Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη, και αφήνει ένα σώμα από ύψος 7,2m που φτάνει στο έδαφος μετά από 3s.

A. Πόση είναι η επιτάχυνση βαρύτητας στη Σελήνη;

B. Αν ο αστροναύτης πετάξει το σώμα οριζόντια με ταχύτητα 12m/s από το ίδιο ύψος,

i) Πόσος χρόνος χρειάζεται μέχρι να φτάσει το σώμα στο έδαφος;

ii) Πόση οριζόντια απόσταση θα διανύσει μέχρι να φτάσει στο έδαφος;

5. Ένα αεροπλάνο πετά οριζόντια σε ύψος h=500m με ταχύτητα 150m/s και αφήνει μια βόμβα.

A. Να γράψετε τις εξισώσεις για την ταχύτητα και τη μετατόπιση που περιγράφουν την κίνηση της βόμβας.

B. Αν ο χρόνος πτώσης της βόμβας είναι 10s, να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

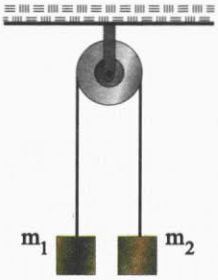
Γ. Να βρείτε το σημείο που βρίσκεται το αεροπλάνο όταν η βόμβα φτάνει στο έδαφος.

6. Τα σώματα που φαίνονται στην εικόνα έχουν μάζες m_1=3kg και m_2=1kg. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο από την ηρεμία.

A. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται κάθε σώμα και να εφαρμόσετε για το καθένα το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής.

B. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του κάθε σώματος.

Γ. Να υπολογιστεί η τάση του νήματος. Να θεωρήσετε ότι και τα δύο σώματα δέχονται την ίδια τάση και ότι το $g=10m/s^2$.



7. Ένα σώμα αφήνεται να γλιστρήσει από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης φ=30°.

A. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα και να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για την περίπτωση αυτή.

B. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σώμα.

***8.** Ελικόπτερο έχει μάζα M=1.920kg και ο πιλότος μάζα m=80kg. Το σύστημα ανυψώνεται κατακόρυφα με επιτάχυνση $2m/s^2$.

A. Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που δέχονται ο πιλότος και το ελικόπτερο.

B. Να υπολογιστεί η ανυψωτική δύναμη που ασκείται στο ελικόπτερο.

Γ. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται ο πιλότος από το κάθισμα. Δίνεται $g=10m/s^2$.

***9.** Ένα κιβώτιο μάζας 5kg ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο και δέχεται οριζόντια δύναμη F=30N. Μετά από 10m έχει αποκτήσει ταχύτητα 10m/s.

A. Να υπολογιστεί η τιμή της επιτάχυνσης του σώματος.

B. Να δικαιολογήσετε γιατί υπάρχει δύναμη τριβής και να υπολογίσετε την τιμή της.

Γ. Να υπολογίσετε την τιμή του συντελεστή της τριβής ολίσθησης.
Δίνεται: $g=10m/s^2$.

10. Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου έχει μάζα 60kg και φορά τη ζώνη ασφαλείας. Το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 30m/s πριν χτυπήσει σε τοίχο. Η ζώνη ασφαλείας επιτρέπει στον οδηγό να κινηθεί προς τα εμπρός, σε σχέση με την αρχική του θέση στο κάθισμα κατά 0,2m. Να υπολογίσετε:

Α. Την επιβράδυνση του οδηγού.

Β. Τη δύναμη που δέχεται από τη ζώνη ασφαλείας.

11. Μια φορητή ντουλάπα έχει συνολικό βάρος 250N και μετακινείται με σταθερή ταχύτητα, όταν ασκείται σ' αυτή οριζόντια δύναμη 120N.

Α. Να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής μεταξύ πατώματος και ντουλάπας.

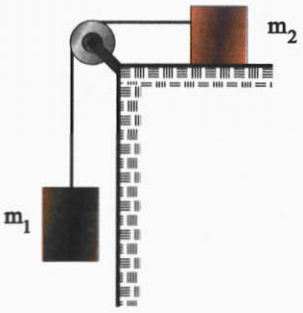
Β. Αν αδειάσουμε την ντουλάπα ώστε να μειωθεί το βάρος της στα 160N, πόση οριζόντια δύναμη πρέπει να ασκήσουμε για να κινηθεί με σταθερή ταχύτητα;

***12.** Τα σώματα της εικόνας έχουν μάζες $m_1=8kg$ και $m_2=12kg$. Ο συντελεστής τριβής του σώματος μάζας m_2 με το δάπεδο είναι 0,25. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί.

Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται κάθε σώμα.

Β. Να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για κάθε σώμα.

Γ. Να υπολογίσετε την τιμή της επιτάχυνσης με την οποία κινείται κάθε σώμα. Δίνεται: $g=10m/s^2$.



13. Ένα σώμα μάζας m=1kg αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ=30°. Ο συντελεστής τριβής σώματος - δαπέδου είναι $\mu=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα.

Β. Να υπολογίσετε τη δύναμη της τριβής.

Γ. Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το σώμα σε 1s. Δίνεται: $g=10m/s^2$.

***14.** Ένα όχημα έχει λάστιχα διαμέτρου 0,8m. Βρείτε τη ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου στο πέλμα του ελαστικού όταν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 35m/s.

***15.** Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση που οφείλεται στην περιστροφή της Γης, ενός αντικειμένου που βρίσκεται στον Ισημερινό της Γης. Δίνεται ότι η ακτίνα του Ισημερινού είναι 6.380km. Η περίοδος περιστροφής της Γης είναι T=24h.

16. Ένα pulsar (ταχέως περιστρεφόμενο αστέρι νετρονίων) έχει διάμετρο 13,8km και περιστρέφεται με συχνότητα 8,5Hz. Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου που βρίσκεται στον Ισημερινό του αστεριού.

17. Ένας περιστρεφόμενος κάδος στεγνωτήρα λειτουργεί εκτελώντας 780 περιστροφές το λεπτό. Ο κάδος έχει διάμετρο 0,66m. Υπολογίστε:

Α. Την ταχύτητα ενός σημείου που βρίσκεται πάνω στο τοίχωμα του κάδου.

Β. Την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου του τοιχώματος.

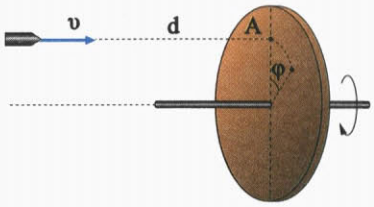
***18.** Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα, γύρω από μια κυκλική πλατεία διαμέτρου 135,2 m. Στην κίνηση αυτή η τριβή μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος, η οποία εμποδίζει την πλευρική ολίσθηση του αυτοκινήτου, λειτουργεί ως κεντρομόλος δύναμη. Εάν αυτή η τριβή δεν πρέπει να υπερβαίνει το 25% του βάρους του αυτοκινήτου, υπολογίστε τη μέγιστη ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινείται το αυτοκίνητο χωρίς να ολισθαίνει.

Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

19. Να βρεθούν η περίοδος του ωροδείκτη και η περίοδος του λεπτοδείκτη ενός ρολογιού. Κάποια στιγμή το ρολόι δείχνει 12 το μεσημέρι. Μετά από πόση ώρα οι δείκτες σχηματίζουν γωνία π/3 για πρώτη φορά;

20. Τη στιγμή που το βλήμα που φαίνεται στην εικόνα απέχει απόσταση d=2m από το σημείο Α του δίσκου έχει ταχύτητα υ=400m/s. Ο δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Τη στιγμή που το βλήμα κτυπά στο δίσκο, το σημείο Α έχει περιστραφεί κατά γωνία φ=45°.

Να βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου.

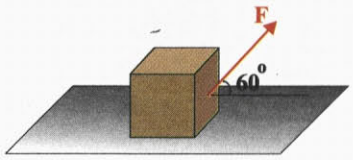


21. Δορυφόρος εκτελεί κυκλική κίνηση σε ύψος h=6.400km από την επιφάνεια της Γης και έχει περίοδο 4h. Αν η ακτίνα της Γης είναι R=6.400km, να υπολογιστούν

Α. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.

Β. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.

***22.** Ένα σώμα μάζας m=10kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο σώμα δύναμη F=40N η οποία σχηματίζει γωνία 60° με το οριζόντιο επίπεδο.



Να υπολογίσετε:

Α. Τη δύναμη που δέχεται το σώμα από το οριζόντιο επίπεδο.

Β. Την ταχύτητα του σώματος μετά από 5s.

Γ. Την απόσταση που διανύει το σώμα κατά τη διάρκεια του πέμπτου δευτερόλεπτου της κίνησής του. Δίνεται $g=10m/s^2$.

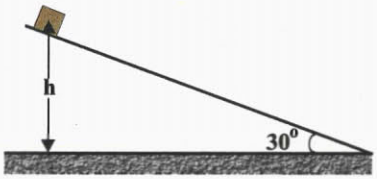
***23.** Υποθέστε ότι πρέπει να μετακινήσουμε ένα κιβώτιο βάρους 1.000N, το οποίο ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2.

Α. Ποια είναι η μικρότερη οριζόντια δύναμη που πρέπει να εφαρμόσουμε, ώστε να μετακινήσουμε το κιβώτιο;

Β. Αν εφαρμόσουμε οριζόντια δύναμη 500N με ποια επιτάχυνση θα κινηθεί το κιβώτιο;

Γ. Πόσος χρόνος θα χρειαστεί για την μετακίνηση του κιβωτίου, κατά 24m με τη δύναμη των 500N; Ποια θα είναι τότε η ταχύτητα του κιβωτίου;
Δινεται $g=10m/s^2$. (Να δεχθείτε ότι οριακή τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης).

***24.** Στην κορυφή Α ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου ύψους h=5m και γωνίας θ=30°, αφήνουμε ένα σώμα μάζας m=1kg.



Να υπολογίσετε:

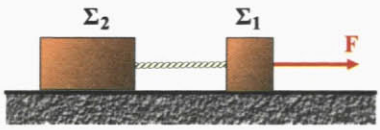
Α. Την αντίδραση που ασκείται στο σώμα από το κεκλιμένο επίπεδο.

Β. Την επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα.

Γ. Το χρόνο κίνησης του σώματος στο κεκλιμένο επίπεδο και την ταχύτητα με την οποία φτάνει στη βάση του.

Δ. Την ταχύτητα με την οποία θα φτάσει το σώμα στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, αν η γωνία γίνει 45°.
Δίνεται $g=10m/s^2$.

***25.** Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν αντίστοιχα βάρος $B_1=200N$ και $B_2=500N$ και έλκονται από μια σταθερή δύναμη F, όπως φαίνεται στην εικόνα. Αν η κοινή επιτάχυνση με την οποία κινούνται τα δύο σώματα είναι $\alpha = g/8$, να υπολογίσετε:

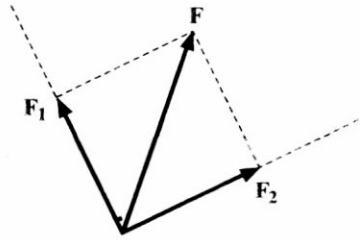


Α. Τη δύναμη F.

Β. Την τάση του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα. Δίνεται $g=10m/s^2$.

Κεφάλαιο 1.3

1. Με βάση τα δεδομένα το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων θα είναι τετράγωνο.
Έτσι έχουμε:



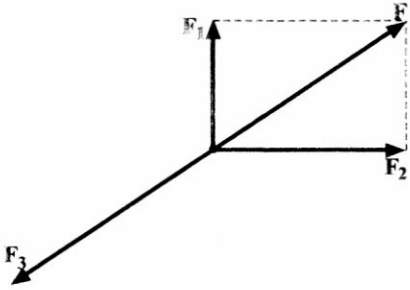
$$F^2 = F_1^{\,2} + F_2^{\,2} = 2F_1^{\,2} \quad \text{ή} \quad F_1 = \sqrt{\frac{F^2}{2}}$$

και με αντικατάσταση

$$F_1 = F_2 = \sqrt{50}\ \text{N} \quad \text{ή} \quad F_1 = F_2 = 5\sqrt{2}\ \text{N}$$

2. Η συνισταμένη των δυνάμεων F_1 και F_2 είναι:

$$F = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2}}$$

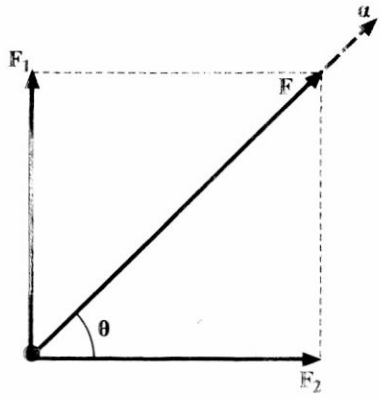


και με αντικατάσταση $F = \sqrt{41}$ N.
Για να ισορροπεί το σωμάτιο πρέπει να του ασκείται δύναμη F_3 αντίθετη της F.

Δηλαδή $F_3 = F = \sqrt{41}$ N.

3. Η συνισταμένη F των δύο δυνάμεων F_1, F_2 δίνεται από τη σχέση:

$F = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2}}$ και με αντικατάσταση F = 10N. Άρα η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι:



$$\alpha = \frac{F}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{10}{1}\,\text{m/s}^2 \quad \text{ή} \quad \alpha = 10\,\text{m/s}^2$$

Η επιτάχυνση α έχει την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης F δηλαδή σχηματίζει με τη δύναμη F_2 γωνία $\hat{\theta}$ για την οποία ισχύει:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_1}{F_2} = \frac{6}{8} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{3}{4}.$$

4. Α. Από την εξίσωση της ελεύθερης πτώσης έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} g_\Sigma t^2 \quad \text{ή} \quad g_\Sigma = \frac{2h}{t^2} \quad \text{και με αντικατάσταση}$$

$$g_\Sigma = \frac{2 \cdot 7{,}2}{3^2} m/s^2 \quad \text{ή} \quad g_\Sigma = 1{,}6 m/s^2.$$

Β. α) Ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φθάσει στο έδαφος σύμφωνα με την αρχή επαλληλίας των κινήσεων, είναι πάλι 3s.
β) Για την οριζόντια κίνηση έχουμε: $x = \upsilon t$ ή $x = 12 \cdot 3m$ $x = 36m$.

5. Α. Οι ζητούμενες εξισώσεις για τις δύο κινήσεις της βόμβας στους άξονες x και y είναι αντίστοιχα:

$$x = \upsilon t \quad (\alpha) \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (\gamma)$$

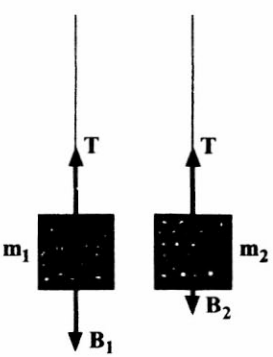
$$\upsilon_x = \upsilon_0 \quad (\beta) \qquad \upsilon_y = g t \quad (\delta)$$

Β. Από τη (γ) έχουμε:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ή} \quad g = \frac{2y}{t^2} \quad \text{ή} \quad g = \frac{2 \cdot 500}{10^2} m/s^2 \quad \text{ή} \quad g = 10 m/s^2.$$

Γ. Επειδή η ταχύτητα υ_x της βόμβας είναι ίση με την ταχύτητα (υ_0) του αεροπλάνου, βόμβα και αεροπλάνο διανύουν κάθε στιγμή την ίδια απόσταση x. Έτσι τη στιγμή που η βόμβα φτάνει στο έδαφος, το αεροπλάνο βρίσκεται ακριβώς πάνω από το σημείο πρόκρουσης, έχοντας μετατοπιστεί από το σημείο που άφησε τη βόμβα κατά $x = \upsilon_0 t = 150 \cdot 10m$ ή $x = 1.500m$.

6. Α. Στα σώματα ασκούνται τα βάρη τους και οι τάσεις $T_1 = T_2 = T$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εφαρμόζω για κάθε σώμα το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:



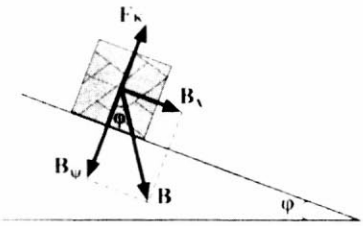
$B_1 - T = m_1 \alpha$ (1) και
$T - B_2 = m_2 \alpha$ (2).

Β. Προσθέτοντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε:
$B_1 - T + T - B_2 = m_1 \alpha + m_2 \alpha$ ή
$B_1 - B_2 = (m_1 + m_2) \alpha$ ή

$$\alpha = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{30 - 10}{4} \frac{m}{s^2} \quad \text{ή} \quad \alpha = 5 \frac{m}{s^2}.$$

Γ. Αντικαθιστούμε την τιμή της επιτάχυνσης σε μια από τις αρχικές σχέσεις, π.χ. στην (1) και έχουμε:
$T = B_1 - m_1 \alpha$ ή $T = (3 \cdot 10 - 3 \cdot 5)N$ ή $T = 15N$.

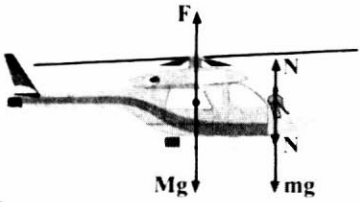
7. Α. Οι δυνάμεις στο σώμα είναι το βάρος του Β και η δύναμη Fκ λόγω της άμεσης επαφής του με το κεκλιμένο επίπεδο. Αναλύουμε το βάρος Β στις συνιστώσες Βx και Βy, οπότε ο θεμελιώδης νόμος γράφεται: $\Sigma F = m\alpha$ ή $Bx = m\alpha$ (1).



Β. Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) βρίσκουμε:

$$m g \eta\mu\varphi = m\alpha \text{ ή } \alpha = g\eta\mu\varphi \text{ ή } \alpha = \frac{g}{2}.$$

8. Α. Στον πιλότο ασκείται το βάρος του mg και η δύναμη N από το κάθισμα. Στο ελικόπτερο ασκείται το βάρος του Mg, η ανυψωτική δύναμη F και η εσωτερική δύναμη N που ασκεί ο πιλότος λόγω άμεσης επαφής.



Β. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το σύστημα έχουμε:
$F - Mg - mg = (M + m)\alpha$ ή
$F = [(1.920 + 80)\cdot 2 + 1.920\cdot 10 + 80\cdot 10]N$
ή $F = 24.000N$.

Γ. Ο ίδιος νόμος για τον πιλότο δίνει:
$N - mg = m\alpha$ ή $N = m\alpha + mg$ ή $N = (80\cdot 2 + 80\cdot 10)N$ ή $N = 960N$.

9. Α. Η κίνηση του σώματος είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική και κατά συνέπεια ισχύει: $s = \frac{1}{2}\alpha t^2$ και $\upsilon = \alpha t$. Από τις εξισώσεις αυτές αντικαθιστώντας το χρόνο t από τη δεύτερη εξίσωση στην πρώτη έχουμε:

$$s = \frac{1}{2}\alpha\frac{\upsilon^2}{\alpha^2} \text{ ή } s = \frac{\upsilon^2}{2\alpha} \text{ ή } \alpha = \frac{\upsilon^2}{2s} \text{ ή}$$

$$\alpha = \frac{10^2}{2\cdot 10} m/s^2 \text{ ή } \alpha = 5m/s^2.$$

Β. Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα βρίσκουμε ότι:
$\Sigma F = m\alpha$ ή $\Sigma F = 5\cdot 5N$ ή $\Sigma F = 25N$. Επειδή $\Sigma F > F$ σημαίνει ότι υπάρχει τριβή T έτσι ώστε:
$\Sigma F = F - T$ ή $T = F - \Sigma F = (30 - 25)N$ ή $T = 5N$.

Γ. Για το συντελεστή τριβής ολίσθησης βρίσκουμε:

$$T = \mu F\kappa = \mu mg \text{ ή } \mu = \frac{T}{mg} \text{ ή } \mu = \frac{5}{5\cdot 10} \text{ ή } \mu = 0,1.$$

10. Α. Δεχόμαστε ότι κατά την επιβράδυνσή του ο οδηγός δέχεται μόνο τη δύναμη F από τη ζώνη, και ότι αυτή είναι σταθερή. Από την εξίσωση που δίνει το μέγιστο διάστημα στην επιβραδυνόμενη κίνηση έχουμε:

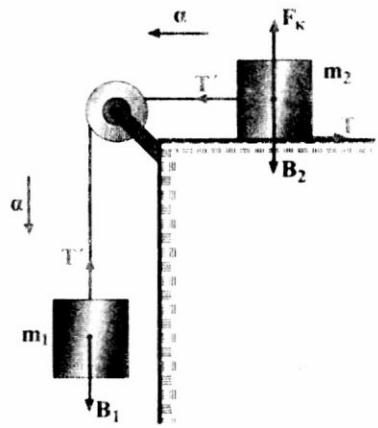
$$s_{max} = \frac{\upsilon^2}{2\alpha} \text{ ή } \alpha = \frac{\upsilon^2}{2s_{max}} \text{ ή } \alpha = \frac{30^2}{2 \cdot 0,2} m/s^2 \text{ ή } \alpha = 2.250 m/s^2.$$

Β. Η δύναμη από τη ζώνη ασφαλείας που προκαλεί την παραπάνω επιβράδυνση είναι: $F = m\,\alpha = 60 \cdot 2.250N$ ή $F = 135.000N$.

11. Α. Επειδή η ταχύτητα της ντουλάπας είναι σταθερή ισχύει $\alpha = 0$, δηλαδή $\Sigma F = 0$ ή $F - T = 0$ ή $T = F$ ή $T = 120N$.

Αλλά $T = \mu F_\kappa$ ή $\mu = \frac{120}{250}$ ή $\mu = 0,48$.

Β. Η ελάττωση του βάρους της ντουλάπας ελαττώνει την τριβή σε μια νέα τιμή $T' = \mu B = 0,48 \cdot 160N$ ή $T' = 76,8N$. Για να έχουμε πάλι σταθερή ταχύτητα η οριζόντια δύναμη F′ θα πρέπει να είναι: $F' = T'$ ή $F = 76,8N$.



12. Α. Οι δυνάμεις σε κάθε σώμα φαίνονται στην εικόνα.

Β. Για κάθε σώμα ο θεμελιώδης νόμος γράφεται:

$B_1 - T' = m_1\alpha$ (1) και

$T' - T = m_2\alpha$ (2)

Γ. Προσθέτοντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2) έχουμε

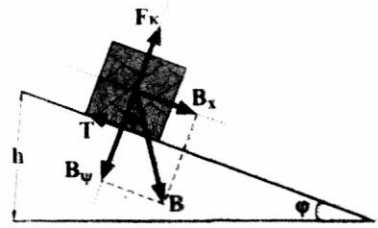
$B_1 - T = (m_1 + m_2)\alpha$ και επειδή

$T = \mu F_\kappa = \mu m_2 g$ προκύπτει:

$m_1 g - \mu m_2 g = (m_1 + m_2)\alpha$ ή

$$\alpha = \frac{8 \cdot 10 - 0,25 \cdot 12 \cdot 10}{12 + 8} m/s^2 \text{ ή}$$

$\alpha = 2,5 m/s^2$.



13. Α. Οι δυνάμεις φαίνονται στην εικόνα.

Β. Για την τριβή έχουμε: $T = \mu F_\kappa$ και **επειδή** $F_\kappa = By = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$, η τριβή **είναι:** $T = \mu \cdot mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή

$$T = \frac{\sqrt{3}}{6} 1 \cdot 10 \frac{\sqrt{3}}{2} N \text{ ή } T = 2,5N.$$

Γ. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha \text{ ή } Bx - T = m\alpha \text{ ή } mg\eta\mu\varphi - T = m\alpha \text{ ή } \alpha = \frac{1 \cdot 10\frac{1}{2} - 2{,}5}{1} m/s^2$$

ή $\alpha = 2{,}5 m/s^2$. Έτσι το ζητούμενο διάστημα είναι:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 1 m \text{ ή } s = 1{,}25 m.$$

14. Η γραμμική ταχύτητα για κάθε σημείο του πλέγματος του τροχού είναι ίση με τη μεταφορική ταχύτητα του αυτοκινήτου.

Δηλαδή $\upsilon = 35 m/s$. Για την κεντρομόλο επιτάχυνση έχουμε: $\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$,

όπου $R = \frac{\delta}{2} = \frac{0{,}8}{2} m$ ή $R = 0{,}4 m$.

Έτσι $\alpha_\kappa = \frac{35^2}{0{,}4} m/s^2$ ή $\alpha_\kappa = 3.062{,}5 m/s^2$.

15. Από τη σχέση $\upsilon = \omega R$, αν θέσουμε $\omega = \frac{2\pi}{T}$ βρίσκουμε για τη ζητούμενη ταχύτητα: $\omega = \frac{2\pi}{T} \cdot R = \frac{2 \cdot 3{,}14}{24 \cdot 3.600} \cdot 6.380 \cdot 10^3 m/s$ ή $\upsilon = 463 m/s$. Για την κεντρομόλο επιτάχυνση έχουμε: $\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{463^2}{6.380 \cdot 10^3}$ ή $\alpha_\kappa = 0{,}034 m/s^2$.

16. Για την ταχύτητα έχουμε:

$$\upsilon = \omega R = 2\pi f \frac{\delta}{2} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}5 \frac{13{,}8 \cdot 10^3}{2} m/s \text{ ή } \upsilon = 368 \cdot 10^3 m/s.$$

Η ζητούμενη κεντρομόλος επιτάχυνση είναι:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\left(368 \cdot 10^3\right)^2}{\frac{13{,}8 \cdot 10^3}{2}} m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha_\kappa = 19{,}6 \cdot 10^6 m/s^2.$$

17. Η συχνότητα περιστροφής του κάδου είναι:

$$f = \frac{780}{60} Hz \text{ ή } f = 13 Hz.$$

Έτσι βρίσκουμε: $\upsilon = \omega R = 2\pi f R$ ή

$$\upsilon = 2\pi f \frac{\delta}{2} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 13 \cdot \frac{0{,}66}{2} \, m/s \text{ ή}$$

$$\upsilon = 26{,}9 m/s \text{ και } \alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{26{,}9^2}{0{,}33} \, m/s^2 \text{ ή } \alpha_\kappa = 2.193 m/s^2.$$

18. Η τιμή της τριβής, δηλαδή η κεντρομόλος δύναμη, δεν μπορεί να υπερβαίνει το 25% του βάρους του αυτοκινήτου.

Δηλαδή: $F\kappa_{(max)} = 0{,}25B$ ή $F\kappa_{(max)} = 0{,}25mg$.

$$\text{Όμως } F\kappa_{(max)} = \frac{m\upsilon_{max}^2}{R} \text{ ή } 0{,}25mg = \frac{m\upsilon_{max}^2}{R} \text{ ή}$$

$$\upsilon_{max} = \sqrt{0{,}25\, gR} \text{ και με αντικατάσταση } \upsilon_{max} = 13 m/s.$$

19. Για την περίοδο του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη βρίσκουμε: $T_\Omega = 12h = 12 \cdot 3.600s$ ή $T_\Omega = 43.200s$ και $T_\Lambda = 1h = 1 \cdot 3.600$ ή $T_\Lambda = 3.600s$.

Έστω ότι οι δείκτες σχηματίζουν για πρώτη φορά γωνία $\frac{\pi}{3}$ μετά από χρόνο t. Ο λεπτοδείκτης έχει διαγράψει γωνία $\varphi_\Lambda = \omega_\Lambda t = \frac{2\pi}{T_\Lambda} t$ (1)

Αντίστοιχα ο ωροδείκτης θα έχει διαγράψει γωνία

$\varphi_\Omega = \omega_\Omega t = \frac{2\pi}{T_\Omega} t$ (2). Όμως $\varphi_\Lambda - \varphi_\Omega = \frac{\pi}{3}$ οπότε αντικαθιστούμε τις (1) και (2) και έχουμε $\frac{2\pi}{T_\Lambda} t - \frac{2\pi}{T_\Omega} t = \frac{\pi}{3}$ ή

$$2t\left(\frac{1}{T_\Lambda} - \frac{1}{T_\Omega}\right) = \frac{1}{3} \text{ ή } 2t\left(\frac{1}{3.600} - \frac{1}{43.200}\right) = \frac{1}{3} \text{ ή } t = 10{,}9 min.$$

20. Το βλήμα κινούμενο ομαλά χρειάζεται χρόνο t για να φθάσει στο δίσκο, ο οποίος είναι: $t = \frac{d}{\upsilon} = \frac{2}{400} s$ ή $t = 0{,}005s$. Στον ίδιο χρόνο t ο δίσκος περιστρέφεται κατά γωνία $\frac{\pi}{4}$.

$$\text{Επομένως βρίσκουμε ότι: } \omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{\frac{\pi}{4} rad}{0{,}005s} = \frac{\pi}{0{,}02} rad/s \text{ ή } \omega = 50\pi \, rad/s.$$

21. Α. Για την ταχύτητα του δορυφόρου βρίσκουμε:

$$\upsilon = \omega(R + h) = \frac{2\pi}{T}(R + h) \quad \text{ή}$$

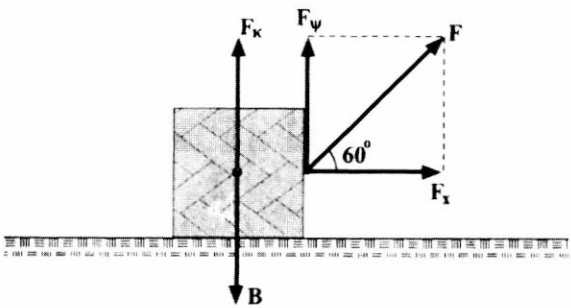
$$\upsilon = \frac{2 \cdot 3{,}14}{4 \cdot 3.600}\left(6.400 \cdot 10^3 + 6.400 \cdot 10^3\right) m/s \quad \text{ή} \quad \upsilon = 5.581 m/s.$$

Β. Για τη γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου έχουμε:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{4 \cdot 3.600} rad/s \quad \text{ή} \quad \omega = 4{,}36 \cdot 10^{-4} rad/s.$$

22. Α. Από την ισορροπία του σώματος στον κατακόρυφο άξονα έχουμε: $F_\kappa + F_y = B$ ή $F_\kappa = m\,g - F\eta\mu 60$ ή

$$F_\kappa = \left(10 \cdot 10 - 40\frac{\sqrt{3}}{2}\right)N \quad \text{ή} \quad F_\kappa = \left(100 - 20\sqrt{3}\right)N \quad \text{ή} \quad F_\kappa = 65{,}36N.$$



Β. Η ταχύτητα μετά από 5s θα είναι $\upsilon = \alpha\, t$, όπου α η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σώμα.

$$\text{Αλλά } F_x = m\,\alpha \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{F_x}{m} = \frac{F\sigma\upsilon\nu 60}{m} = \frac{40\frac{1}{2}}{10} m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha = 2m/s^2.$$

Έτσι $\upsilon = \alpha\, t = 2 \cdot 5 m/s$ ή $\upsilon = 10 m/s$.

Γ. Κατά τη διάρκεια του πέμπτου δευτερολέπτου το σώμα διανύει διάστημα:

$$S = S_5 - S_4 = \frac{1}{2}\alpha\, t_5^{\,2} - \frac{1}{2}\alpha\, t_4^{\,2} \quad \text{ή}$$

$$S = \frac{1}{2}\alpha\left(t_5^{\,2} - t_4^{\,2}\right) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(5^2 - 4^2\right) m \quad \text{ή} \quad S = 9m.$$

23. Α. Για να κινηθεί το σώμα απαιτείται δύναμη $F \geq T$.
Άρα η ζητούμενη μικρότερη δύναμη είναι $F = T$ ή
$F = \mu F_\kappa$ ή $F = \mu B = 0{,}2 \cdot 1.000N$ ή $F = 200N$.

Β. Η ζητούμενη επιτάχυνση είναι:

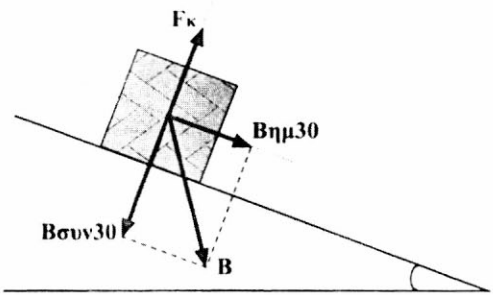
$$\alpha = \frac{F' - T}{m} = \frac{(F' - T)g}{B} \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{(500 - 200)10}{1.000} m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha = 3m/s^2.$$

Γ. Η κίνηση του κιβωτίου είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα. Έτσι: $s = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha}}$ και με αντικατάσταση $t = 4s$. Για τη ζητούμενη ταχύτητα έχουμε:

$$\upsilon = \alpha t = 3 \cdot 4m/s \text{ ή } \upsilon = 12m/s.$$

24. Α. Από την ισορροπία του σώματος στον άξονα y έχουμε:

$$F_\kappa - B\sigma\upsilon\nu 30 = 0 \text{ ή } F_\kappa = m g \sigma\upsilon\nu 30 = 1 \cdot 10 \frac{\sqrt{3}}{2} N \text{ ή } F_\kappa = 5\sqrt{3} N.$$



Β. Για την επιτάχυνση του σώματος έχουμε:

$$B\eta\mu 30 = m\alpha \text{ ή } \alpha = \frac{m g \eta\mu 30}{m} \text{ ή } \alpha = g \eta\mu 30 \text{ ή } \alpha = 5m/s^2.$$

Γ. Η κίνηση του σώματος είναι ομαλά επιταχυνόμενη με $\upsilon_0 = 0$, οπότε: $S = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $\frac{h}{\eta\mu 30°} = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2h}{\alpha \eta\mu 30}}$ και με αντικατάσταση $t = 2s$.
Επίσης $\upsilon = \alpha t = 5 \cdot 2m/s$ ή $\upsilon = 10m/s$.

Δ. Στην περίπτωση αυτή το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση $\alpha' = g\eta\mu 45$ και διανύει διάστημα $S' = \frac{h}{\eta\mu 45}$. Έτσι ο χρόνος κίνησης του είναι $t' = \sqrt{\frac{2h}{g \eta\mu^2 45}}$ και η ζητούμενη ταχύτητα

$\upsilon = \alpha' t' = g\,\eta\mu 45 \sqrt{\dfrac{2h}{g\,\eta\mu^2 45}} = \sqrt{2gh}$. Δηλαδή η ταχύτητα είναι ανεξάρτητη από τη γωνία του κεκλιμένου επιπέδου και αφού το ύψος h παραμένει το ίδιο, το σώμα φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με την ίδια ταχύτητα $\upsilon = 10\,m/s$.

25. Α. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για κάθε σώμα έχουμε: $F - T = m_1 \alpha$ (1) και

$T = m_2 \alpha$ (2)

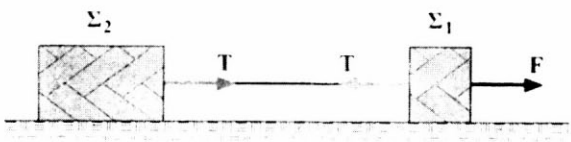
Από την πρόσθεση των εξισώσεων (1) και (2) κατά μέλη βρίσκουμε:

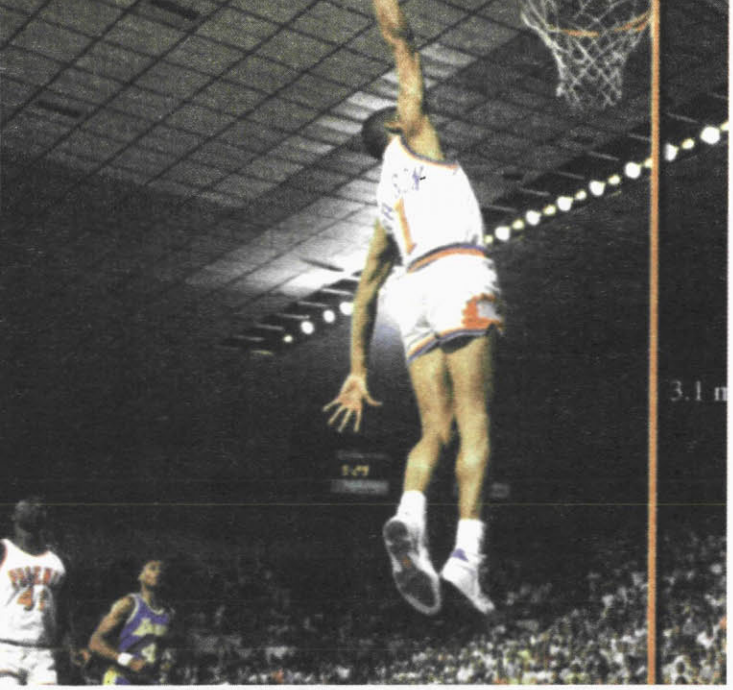
$$F = (m_1 + m_2)\alpha = \frac{B_1 + B_2}{g}\alpha = \frac{B_1 + B_2}{g}\frac{g}{8}$$

$$F = \frac{200 + 500}{8} N \quad \text{ή} \quad F = 87{,}5N.$$

Β. Με αντικατάσταση της τιμής της F στην εξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$T = m_2 \alpha = \frac{B_2}{g} \cdot \frac{g}{8} = \frac{B_2}{8} \quad \text{ή} \quad T = 62{,}5N.$$





ΕΝΕΡΓΕΙΑ

2.1 Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

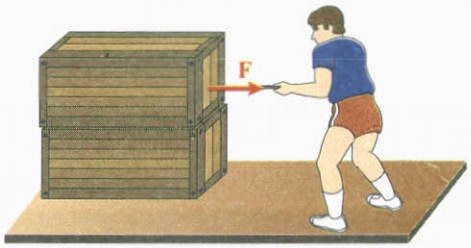
Η έννοια της ενέργειας είναι συσχετισμένη με τις έννοιες της κίνησης και της δύναμης. Ο άνεμος και το ρεύμα του ποταμού ασκούν δυνάμεις στα σώματα που συναντούν στην πορεία τους και τα θέτουν σε κίνηση δίνοντάς τους κινητική ενέργεια. Η "δύναμη" του ανέμου μας είναι γνωστή στις περιπτώσεις που επιχειρούμε να μείνουμε ακίνητοι σε μια θέση, ενώ φυσάει δυνατός άνεμος. Η κινητική κατάσταση των σωμάτων και η θέση τους σχετικά με το έδαφος αλλάζουν υπό την επίδραση δυνάμεων, οι οποίες, εκτός από το νερό και τον άνεμο μπορεί να προέρχονται από ανθρώπους, ζώα ή μηχανές. Οι δράσεις εκείνες οι οποίες θέτουν τα σώματα σε κίνηση ή τους αλλάζουν θέση, σχετικά με το έδαφος, περιγράφονται με την έννοια του έργου μιας δύναμης. Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε τις αλλαγές της κινητικής κατάστασης των σωμάτων ή της θέσης τους, σχετικά με το έδαφος, με τη βοήθεια των εννοιών του έργου και δύο από τις μορφές της ενέργειας: την κινητική και τη δυναμική. Με τη βοήθεια των εννοιών αυτών, εκτός από την περιγραφή των ενεργειακών ανταλλαγών μεταξύ του αιτίου που ασκεί τη δύναμη και του σώματος στο οποίο αυτή ασκείται, απλουστεύεται σημαντικά η περιγραφή των αποτελεσμάτων της δύναμης στο εν λόγω σώμα. Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε και το ρυθμό με τον οποίο γίνονται οι μετατροπές της ενέργειας με την εισαγωγή της έννοιας της ισχύος.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

2.1.1 Η έννοια του έργου 163
2.1.2 Έργο βάρους και μεταβολή της κινητικής ενέργειας 166
2.1.3 Η δυναμική ενέργεια 169
2.1.4 Η Μηχανική ενέργεια 172
2.1.5 Συντηρητικές (ή διατηρητικές) δυνάμεις 176
2.1.6 Η ισχύς 178
2.1.7 Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή 180
2.1.8 Η τριβή και η μηχανική ενέργεια 181
Ένθετο: Τι είναι η ενέργεια; 183
Περίληψη 187
Ερωτήσεις 189
Ασκήσεις - Προβλήματα 193

2.1.1 Η έννοια του έργου

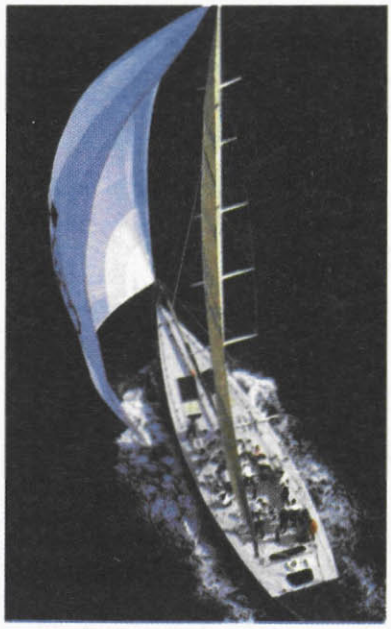
Στην καθημερινή ζωή η λέξη "έργο" μπορεί να σημαίνει, έργο τέχνης, έργο διαμόρφωσης του εδάφους για ένα δρόμο, έργο κατασκευής ενός κτιρίου ή μιας γέφυρας, κ.τ.λ. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις με κάποιο τρόπο επιδράσαμε σε υλικά, αλλάζοντας τη μορφή ή τη θέση τους, ασκήσαμε δυνάμεις και χρησιμοποιήσαμε ενέργεια.



Εικόνα 2.1.1

Τι σημαίνει όμως η λέξη έργο για τη Φυσική; Τι εκφράζει αυτή και πώς γίνεται ο υπολογισμός του έργου; Για να απαντήσουμε στα ερωτήματα αυτά ας μελετήσουμε μερικά παραδείγματα από την καθημερινή μας εμπειρία.

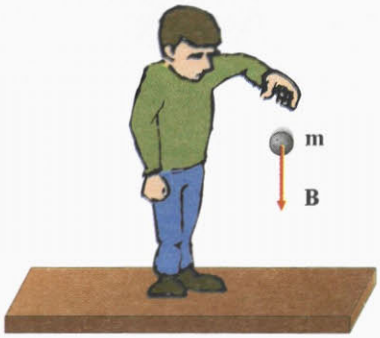
Ένας άνθρωπος τραβάει με σταθερή οριζόντια δύναμη F ένα κιβώτιο, που αρχικά ηρεμεί πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο (Εικ. 2.1.1). Η δύναμη προσδίδει στο σώμα επιτάχυνση με αποτέλεσμα το αρχικά ακίνητο σώμα να αποκτήσει ταχύτητα και κατά συνέπεια κινητική ενέργεια η οποία συνεχώς αυξάνεται. Στην περίπτωση αυτή λέμε πως έχουμε μεταφορά (προσφορά) ενέργειας από τον άνθρωπο στο κιβώτιο. Μεταφορά ενέργειας έχουμε επίσης από τον άνεμο, ο οποίος ασκώντας σταθερή δύναμη στα πανιά του ιστιοφόρου το επιταχύνει (Εικ. 2.1.2). Ένα σώμα μάζας m, αφήνεται να πέσει με την επίδραση του βάρους του (Εικ. 2.1.3). Λέμε πως το σώμα κερδίζει κινητική ενέργεια σε βάρος της δυναμικής του, ή καλύτερα ότι *συμβαίνει μετατροπή δυναμικής ενέργειας σε κινητική.*



Εικόνα 2.1.2

Οι επιστήμονες ανέκαθεν αναρωτιόνταν με ποιον τρόπο θα μπορούσαν να υπολογίζουν την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο, ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη. Απάντηση στον προβληματισμό αυτό μπορεί να δοθεί με την εισαγωγή της έννοιας του έργου.

Συνήθως, όταν συμβαίνει μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας, εμφανίζεται δύναμη, η οποία μετακινεί το σημείο εφαρμογής της, (εξαίρεση έχουμε στην περίπτωση που ενέργεια μεταφέρεται λόγω διαφοράς θερμοκρασίας). Παραδείγματος χάρη η δύναμη από τον άνθρωπο και τον άνεμο στα δυο πρώτα παραδείγματα, ή το βάρος του σώματος στο τρίτο παράδειγμα. Το γινόμενο της δύναμης αυτής επί τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της είναι ακριβώς ίσο με την ενέργεια που έχει μεταφερθεί ή έχει μετατραπεί σε άλλη μορφή.



Εικόνα 2.1.3

Αυτό το γινόμενο της δύναμης F, που εμφανίζεται σε

*κάθε μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας, επί τη μετατόπιση x του σημείου εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της, το ονομάζουμε **έργο**.*

Για το συμβολισμό του έργου χρησιμοποιούμε το πρώτο γράμμα της αντίστοιχης Αγγλικής λέξης (Work). Δηλαδή:

$$W = F\,x \qquad (2.1.1)$$

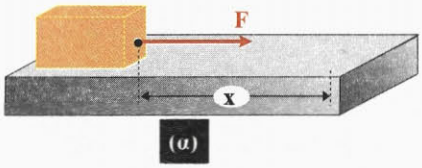
Η μονάδα μέτρησης του έργου και κατά συνέπεια και της ενέργειας στο Διεθνές Σύστημα S.I., όπως προκύπτει από τη σχέση (2.1.1) είναι **1N·m = 1Joule**.

Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι:

Το έργο ως φυσικό μέγεθος εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη.

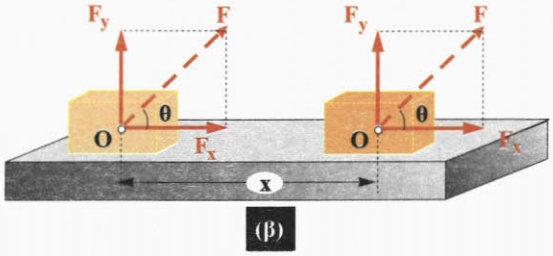
Για το έργο είναι χρήσιμο να επισημάνουμε τα εξής:

ι) Η σχέση (2.1.1), χρησιμοποιείται μόνον όταν η δύναμη F είναι σταθερή και μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά την διεύθυνσή της (Εικ. 2.1.4α).



Εικόνα 2.1.4α

Στην περίπτωση που η δύναμη σχηματίζει γωνία θ με τη μετατόπιση, έργο παράγει η συνιστώσα F_x (Εικ. 2.1.4β).



Εικόνα 2.1.4β

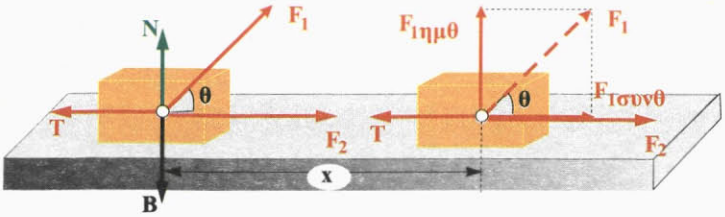
Δηλαδή:

$$W_F = F\,x\,\text{συν}\theta \qquad (2.1.2)$$

ιι) Όπως προκύπτει από τη σχέση (2.1.2), το έργο μιας δύναμης, ανάλογα με το μέτρο της γωνίας θ μπορεί να είναι: θετικό ($0 \le \theta < 90°$), ή αρνητικό ($90° < \theta \le 180°$) ή και μηδέν ($\theta=90°$, δηλαδή η δύναμη να είναι κάθετη στη μετατόπιση).

Στην πρώτη περίπτωση το έργο εκφράζει την ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα που ασκείται η δύναμη, ενώ στη δεύτερη εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα.

Παραδείγματος χάρη, στο αρχικά ακίνητο σώμα, που φαίνεται στην εικόνα 2.1.5, προσφέρθηκε ενέργεια $W_1=F_1\text{συν}\theta x$



Εικόνα 2.1.5
Το έργο της συνιστώσας F_1ημθ είναι μηδέν.

και $W_2=F_2x$, ενώ μέσω του έργου της τριβής του αφαιρέθηκε ενέργεια, διότι $W_3=Tx\sigma\upsilon\nu 180^\circ=-Tx$. Η ενέργεια W_3 μετατρέπεται όπως θα μάθουμε αργότερα σε θερμότητα.

Έτσι η κινητική ενέργεια που τελικά θα έχει το σώμα είναι:

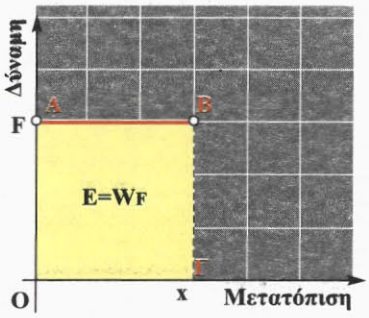
$$K=W_1+W_2+W_3$$

Παραδείγματα δύναμης, που το έργο τους είναι μηδέν επειδή είναι *κάθετες* στη μετατόπιση, είναι η κεντρομόλος δύναμη στην κυκλική κίνηση, και η κάθετη αντίδραση που δέχεται ένα σώμα, όταν κινείται πάνω σε μια επιφάνεια.

iii) Αν μια σταθερή δύναμη F μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της, το έργο της είναι, όπως έχουμε μάθει, Fx. Μία τέτοια δύναμη σε άξονες, δύναμη-μετατόπιση, παριστάνεται από μια ευθεία παράλληλη στον άξονα των μετατοπίσεων (Εικ. 2.1.6)

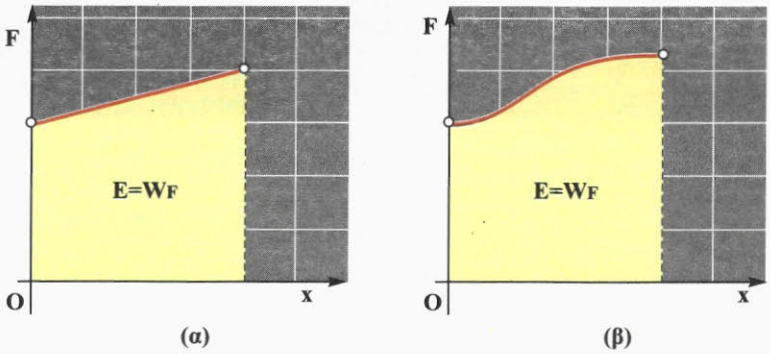
Για την τυχαία μετατόπιση x το εμβαδό του σκιασμένου παραλληλογράμμου είναι:

(Εμβαδόν) = (ΟΓ) (ΟΑ) = Fx



Εικόνα 2.1.6
Το έργο της σταθερής δύναμης F, είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν Ε.

Δηλαδή **το έργο της δύναμης είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του παραλληλογράμμου**, που περικλείεται από τη γραμμή που αποδίδει τη δύναμη και τους αντίστοιχους άξονες, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.1.6. Στην περίπτωση που η τιμή της δύναμης δεν είναι σταθερή, το έργο της μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν του αντίστοιχου σχήματος, όπως φαίνεται στις εικόνες 2.1.7α και 2.1.7β.



Εικόνα 2.1.7
Το έργο μιας δύναμης μεταβλητού μέτρου υπολογίζεται από το εμβαδό Ε.

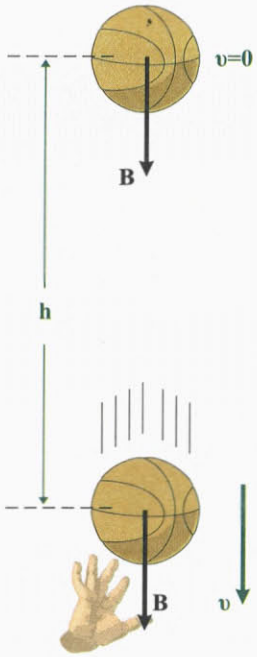
Εικόνα 2.1.8
Ο άνθρωπος δεν παράγει έργο.

iv) Η έννοια του έργου όπως την ορίσαμε δεν έχει καμία σχέση με τη λέξη έργο, όπως αυτή χρησιμοποιείται στην καθημερινή ζωή, όπου μπορεί να σημαίνει πνευματική ή σωματική εργασία.

Στην εικόνα 2.1.8, ο άνθρωπος κρατώντας ακίνητο το κιβώτιο κουράζεται, κάνει έργο. Το έργο του όμως για τη Φυσική είναι μηδέν.

Αξίζει να επισημάνουμε πως το έργο δεν είναι μορφή ενέργειας. Ανάλογο του έργου και της ενέργειας είναι η επιταγή και το χρήμα. Όπως η τραπεζική επιταγή μετράει το χρήμα που μεταφέρεται από ένα λογαριασμό σε κάποιον άλλο χωρίς η ίδια να είναι χρήμα, έτσι και το έργο μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε κάποιο άλλο, χωρίς αυτό (το έργο) να είναι ενέργεια.

2.1.2 Έργο βάρους και μεταβολή της κινητικής ενέργειας



Εικόνα 2.1.9
Το έργο του βάρους είναι ίσο με την κινητική ενέργεια που αποκτά η μπάλα.

Ένας μαθητής ρίχνει κατακόρυφα προς τα πάνω μια μπάλα καλαθοσφαίρισης. Η μπάλα αφού φτάσει στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς της επανέρχεται και συναντά το τεντωμένο χέρι του μαθητή, εικόνα 2.1.9.

Πόση κινητική ενέργεια έχει αποκτήσει η μπάλα κατά τη διάρκεια της πτώσης της και μέχρι τη στιγμή που συναντά το χέρι του μαθητή;

Πώς σχετίζεται η ενέργεια αυτή με το έργο του βάρους της μπάλας;

Για να απαντήσουμε στα ερωτήματα αυτά θα υπολογίσουμε πρώτα το έργο του βάρους χρησιμοποιώντας τη σχέση, $W=Fx\,\text{συν}\theta$ όπου $F=B$, $x=h$, $\theta=0°$. Έτσι έχουμε:

$$W_B = Bh\,\text{συν}0° = Bh \qquad (α)$$

Το βάρος είναι η μόνη δύναμη που δρα στη μπάλα, εφόσον θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Έτσι η κινητική ενέργεια που απέκτησε αυτή κατά την ελεύθερη πτώση της από το ανώτερο σημείο που έφτασε, μέχρι το χέρι του μαθητή, είναι ίση με το έργο του βάρους της. Ότι η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με το έργο του βάρους του προκύπτει ποσοτικά ως εξής:

Γνωρίζουμε ότι η ελεύθερη πτώση της μπάλας είναι κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση g και κατά συνέπεια ισχύουν οι εξισώσεις:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (β)$$

$$\text{και} \quad \upsilon = gt \qquad (γ)$$

Αν στη σχέση (α) αντικαταστήσουμε το ύψος h με την τιμή του από τη σχέση (β) και το βάρος B από τη σχέση B = mg προκύπτει για το έργο:

$$W_B = Bh = mg\frac{1}{2}g\,t^2 = \frac{1}{2}mg^2t^2$$

Αλλά το γινόμενο gt, όπως φαίνεται από τη σχέση (γ), είναι η ταχύτητα υ της μπάλας. Έτσι για το έργο W_B προκύπτει:

$$W_B = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \qquad (2.1.3)$$

Η ποσότητα $\frac{1}{2}m\upsilon^2$ εκφράζει, όπως γνωρίζουμε, την κινητική ενέργεια (K). Συνεπώς η σχέση (2.1.3) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$W_B = K \qquad (2.1.4)$$

Αν όμως λάβουμε υπόψη μας ότι η αρχική ταχύτητα του σώματος και κατά συνέπεια η αρχική του κινητική ενέργεια είναι μηδέν, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ΔK είναι:

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = K$$

Έτσι η σχέση (2.1.4) γράφεται:

$$W_B = \Delta K \qquad (2.1.5)$$

Η σχέση αυτή εκφράζει, ότι η κινητική ενέργεια της μπάλας μεταβλήθηκε (αυξήθηκε) και ότι η μεταβολή της είναι ακριβώς ίση με το έργο του βάρους της.

Το συμπέρασμα αυτό μπορούμε να το γενικεύσουμε σ' οποιαδήποτε περίπτωση, όπου σ' ένα σώμα δρουν πολλές δυνάμεις και η κινητική του ενέργεια μεταβάλεται, διατυπώνωντας την πρόταση:

"Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω του ή, ισοδύναμα, είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης".

Δηλαδή:

$$\Delta K = \Sigma W_F = W_{F(\text{ολ})} \qquad (2.1.6)$$

Την παραπάνω γενίκευση έχει επικρατήσει να την ονομάζουμε "**Θεώρημα της κινητικής ενέργειας**" ή "**Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας**".

Με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορούμε να υπολογίζουμε την κινητική ενέργεια ή την ταχύτητα ενός σώματος. Επίσης έχουμε τη δυνατότητα να υπολογίζουμε το έργο μίας άγνωστης δύναμης ή μίας μεταβλητής δύναμης, όταν η σχέση (2.1.1) δεν ισχύει. Αρκεί για το σκοπό αυτό να γνωρίζουμε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος στο οποίο δρα η δύναμη.

Ο ελέφαντας έχει κινητική ενέργεια περίπου 25.000Joule.

Εφαρμογή

Η μπάλα του μπάσκετ, στο παράδειγμα της προηγούμενης παραγράφου, έχει μάζα 1kg και ο μαθητής την έριξε 2m πάνω από την άκρη των δακτύλων του, εικόνα 2.2.9. Πόση κινητική ενέργεια έχει η μπάλα όταν επιστρέφει στο χέρι του μαθητή; Πόση είναι τότε η ταχύτητά της; Αν διπλασιασθεί το ύψος που πετά ο μαθητής τη μπάλα, διπλασιάζεται η κινητική ενέργεια και η ταχύτητά της;

Απάντηση

Σύμφωνα με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\Delta K = W_B \quad \text{ή} \quad K_{\tau\varepsilon\lambda} = m\,g\,h$$

και με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών m, g, h προκύπτει:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = 20\text{Joule}.$$

Αλλά η κινητική ενέργεια είναι $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$\upsilon = \sqrt{40}\,\frac{m}{s}$$

Ομοίως αν $h' = 2h = 4m$, έχουμε:

$$K'_{\tau\varepsilon\lambda} = W_B \quad \text{ή} \quad K'_{\tau\varepsilon\lambda} = m\,g\,h'$$

και με αντικατάσταση

$$K'_{\tau\varepsilon\lambda} = 40\text{Joule}.$$

Δηλαδή η κινητική ενέργεια διπλασιάστηκε. Επίσης είναι:

$$K'_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m\upsilon'^2$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$\upsilon' = \sqrt{80}\,\frac{m}{s}$$

Από τη σύγκριση των ταχυτήτων υ και υ΄ προκύπτει ότι:

$$\frac{\upsilon'}{\upsilon} = \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{40}} = \sqrt{2}.$$

Δηλαδή η ταχύτητα δε διπλασιάστηκε, αλλά αυξήθηκε κατά $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ φορές.

Δραστηριότητα

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

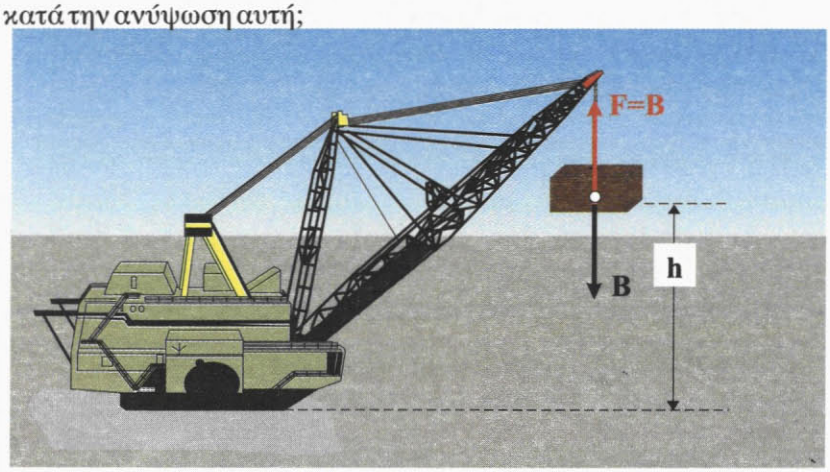
Σώμα	m(kg)	υ(m/s)	K(Joule)
Πετρελαιοφόρο	$18 \cdot 10^7$	—	$9 \cdot 10^9$
Αεριωθούμενο Boeing 747	—	200	$7 \cdot 10^9$
Αυτοκίνητο	10^3	30	—
Δρομέας 100m	80	—	$4 \cdot 10^3$
Σφαίρα όπλου	0,02	—	$4 \cdot 10^3$
Σταγόνα βροχής	—	0,4	$4 \cdot 10^{-5}$

α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
β) Να βρείτε το ελάχιστο μήκος που πρέπει να έχει ο διάδρομος ενός αεροδρομίου, ώστε η προσγείωση του Boeing να είναι ασφαλής. Η συνολική επιβραδύνουσα δύναμη κατά την προσγείωση είναι $1,75 \cdot 10^6$ N.
γ) Η μάζα του δρομέα είναι 4.000 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα της σφαίρας. Αφού η κινητική τους ενέργεια είναι ίση, γιατί δεν είναι και η ταχύτητα της σφαίρας 4.000 φορές μεγαλύτερη από την ταχύτητα του δρομέα;
δ) Ο οδηγός κάνοντας χρήση των φρένων δημιουργεί μια σταθερή επιβραδύνουσα δύναμη $F=5 \cdot 10^3$ N. Πόσος χρόνος απαιτείται για τον υποδιπλασιασμό της ταχύτητας του αυτοκινήτου;

2.1.3 Η δυναμική ενέργεια

Ένας γερανός (Εικ. 2.1.10), ανυψώνει σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, ένα κιβώτιο μάζας m. Η δύναμη F που ασκεί ο γερανός στο κιβώτιο είναι ίση με το βάρος του B, δηλαδή το ανυψώνει με σταθερή ταχύτητα. Πόση είναι η ενέργεια που δίνει ο γερανός στο κιβώτιο; Ποιά ενεργειακή μετατροπή συντελείται κατά την ανύψωση αυτή;

Πολλοί μαθητές ισχυρίζονται, ότι η κινητική και η δυναμική ενέργεια δεν έχουν σχέση με τους νόμους του Νεύτωνα.
Συζητήστε στην ομάδα σας και γράψτε την άποψή σας.



Εικόνα 2.1.10

Όπως έχουμε μάθει, η ενέργεια που μεταφέρεται σε ένα σώμα στο οποίο ασκείται δύναμη F, είναι ίση με το έργο της δύναμης αυτής. Έτσι για να υπολογίσουμε την ενέργεια που δίνει ο γερανός, αρκεί να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης F που ασκεί στο κιβώτιο. Το έργο αυτό είναι $W_F = F\,h$. Επειδή όμως F=B, έπεται ότι:

$$W_F = B\,h \text{ ή } W_F = mgh \qquad (α)$$

Δηλαδή η ενέργεια που προσέφερε ο γερανός στο κιβώτιο μέσω του έργου της δύναμης F είναι mgh

Την ποσότητα mgh την ονομάζουμε δυναμική βαρυτική ενέργεια ή απλά δυναμική ενέργεια του σώματος στο ύψος h και τη συμβολίζουμε με U. Δηλαδή ισχύει:

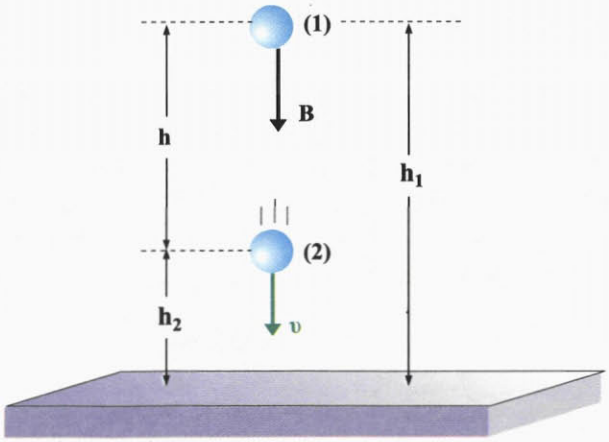
$$U = mgh \qquad (2.1.7)$$

Επομένως, ονομάζουμε δυναμική ενέργεια ενός σώματος σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης, την ενέργεια που έχει το σώμα λόγω της θέσης του. Η ποσότητα mgh είναι στην πραγματικότητα η δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα-Γη. Συμβατικά όμως και για λόγους απλούστευσης μιλάμε μόνο για δυναμική ενέργεια του σώματος.

Μπορούμε λοιπόν τώρα να απαντήσουμε στο ερώτημα που έχουμε θέσει, ως εξής: Η χημική ενέργεια E_x που προέκυψε από την καύση του πετρελαίου, και με την προϋπόθεση πως οι απώλειες είναι αμελητέες, μεταφέρθηκε στο κιβώτιο μέσω του έργου της δύναμης F και μέσω του έργου του βάρους B, μετατράπηκε τελικά σε δυναμική ενέργεια. Δηλαδή:

$$E_x = U = m\,g\,h$$

Η δυναμική ενέργεια U είναι *αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης του σώματος με τη Γη και η τιμή της εξαρτάται από την απόστασή του από αυτή.* Εκείνο όμως που μας ενδιαφέρει στη Φυσική δεν είναι η δυναμική ενέργεια αλλά οι διαφορές της. Πράγματι, ας θεωρήσουμε ένα σώμα μάζας m, που από μια θέση (1) ύψους h_1, κατέρχεται σε μια θέση (2) ύψους h_2 (Εικ. 2.1.11).



Εικόνα 2.1.11
Η διαφορά δυναμικής ενέργειας U_1-U_2 είναι ίση με $W_{B(1-2)}$.

Η διαφορά της δυναμικής ενέργειας του σώματος από τη θέση (1) μέχρι τη θέση (2), λόγω της σχέσης (2.1 7) είναι:

$$U_1 - U_2 = mgh_1 - mgh_2 = mgh = W_{B(1\to2)} \quad (2.1.8)$$

Αν συμφωνήσουμε να θεωρούμε τη δυναμική ενέργεια οποιουδήποτε σώματος στη θέση (2), ίση με μηδέν, τότε η σχέση (2.1.8) γράφεται:

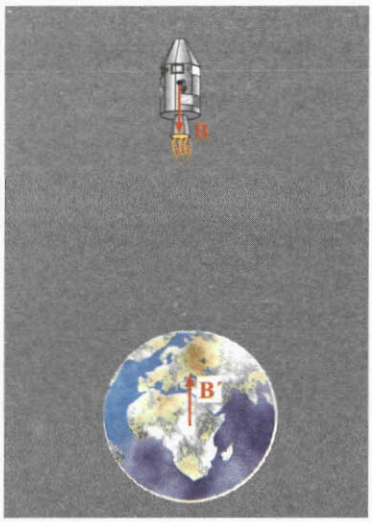
$$U_1 = mgh = W_{B(1\to2)} \quad (2.1.9)$$

όπου h είναι η κατακόρυφη απόσταση της θέσης (2) από τη θέση (1). Βέβαια θα μπορούσε κανείς να αναρωτηθεί: ποιο θα είναι το σημείο αναφοράς (2) στο οποίο θα θεωρούμε τη δυναμική ενέργεια μηδέν; Από πού δηλαδή θα μετράμε το ύψος h;

Επειδή πάντα, όπως είπαμε, μας ενδιαφέρουν οι διαφορές της δυναμικής ενέργειας, η επιλογή του σημείου αναφοράς είναι δική μας και εξαρτάται από τις συνθήκες του προβλήματος. Αυτό μπορεί να είναι η επιφάνεια της Γης, η επιφάνεια της θάλασσας, το τραπέζι του σχολικού εργαστηρίου κ.τ.λ.

Συνήθως, για λόγους πρακτικούς, ως σημείο αναφοράς (h=0) παίρνουμε την κατώτερη θέση του σώματος στο πρόβλημα που μελετάμε. Συνοψίζοντας μπορούμε να επισημάνουμε ότι: *η ποσότητα m g h συνήθως αναφέρεται ως η δυναμική ενέργεια ενός σώματος μάζας m σε ύψος h. Στην πραγματικότητα η ποσότητα αυτή είναι η διαφορά της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σώμα – Γη, λόγω της μεταφοράς του σώματος από το ύψος h στο σημείο αναφοράς (U=0).*

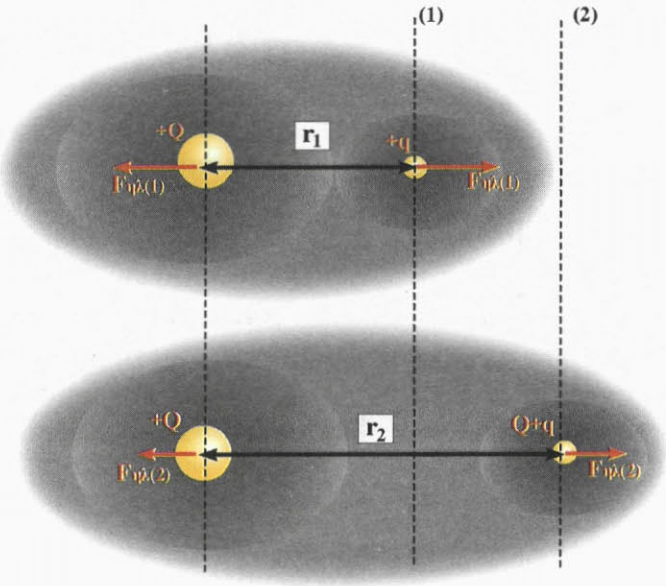
Τη δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα - Γη την αποδώσαμε στη δύναμη αλληλεπίδρασης, δηλαδή στο βάρος Β του σώματος (Εικ. 2.1.12).



Εικόνα 2.1.12
Η δυναμική ενέργεια του διαστημόπλοιου στην πραγματικότητα είναι η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη - διαστημόπλοιο.

Γενικεύοντας μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι, αν μεταξύ δύο σωμάτων υπάρχει αλληλεπίδραση F, παραδείγματος χάρη, βαρυτική ή ηλεκτρική, τότε: ορίζουμε ως αντίστοιχη διαφορά της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σε μια φυσική μεταβολή, (π.χ. άπωση και απομάκρυνση δύο ομώνυμων φορτίων όπως στην εικόνα 2.1.13) το έργο της δύναμης αλληλεπίδρασης κατά τη μεταβολή αυτή. Δηλαδή:

$$U_1 - U_2 = W_{F(1\to2)} \quad (2.1.10)$$



Εικόνα 2.1.13
Το φορτίο +Q είναι ακλόνητο. το φορτίο +q μετακινείται από τη θέση (1) στη θέση (2).
Τότε $U_1 - U_2 = W_{F\eta\lambda(1\to2)}$.

Δραστηριότητα

Πώς θα υπολογίσουμε τη διαφορά της δυναμικής ενέργειας του βιβλίου Φυσικής που έπεσε από το θρανίο στο δάπεδο της αίθουσας; Ποια φυσικά μεγέθη πρέπει να μετρήσουμε; Τι όργανα θα χρησιμοποιήσουμε;

Σε επόμενη τάξη θα δούμε πώς υπολογίζονται τα έργα των παραπάνω δυνάμεων αλληλεπίδρασης και οι αντίστοιχες διαφορές των δυναμικών ενεργειών.

Εφαρμογή

Στην περίπτωση του γερανού που αναφέραμε στην αρχή της παραγράφου, αν η μάζα του κιβωτίου είναι 1tn και το ύψος που το ανυψώνει ο γερανός είναι h=10m, πως θα υπολογίσουμε την ποσότητα του πετρελαίου που απαιτείται για την ανύψωση του κιβωτίου;

Γνωρίζουμε ότι ο γερανός λόγω απωλειών δίνει τη μισή από τη χημική ενέργεια του πετρελαίου στο κιβώτιο και ότι ένα λίτρο (1L) πετρελαίου όταν καεί αποδίδει $2{,}8 \cdot 10^6$Joule χημική ενέργεια. Δίνεται $g = 10 m/s^2$.

Απάντηση

Η δυναμική ενέργεια του κιβωτίου θα είναι: $U = mgh = 1.000kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 10m = 10^5$Joule. Λόγω απωλειών, η χημική ενέργεια που χρησιμοποιήθηκε είναι: $2U = 2 \cdot 10^5$Joule. Η ενέργεια αυτή προέρχεται από $\frac{2 \cdot 10^5 \text{Joule}}{2{,}8 \cdot 10^6 \text{Joule}} = 7{,}14 \cdot 10^{-2}$L καυσίμου.

2.1.4 Η Μηχανική ενέργεια

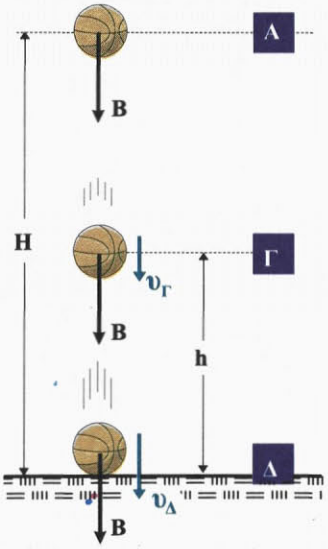
Ένας μαθητής αφήνει από ύψος Η μια ελαστική μπάλα να πέσει στο δάπεδο το οποιο θεωρούμε επίσης τελείως ελαστικό. Τι προβλέπετε ότι θα συμβεί; (η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα).

Επειδή η απώλεια ενέργειας της μπάλας είναι αμελητέα, αυτή θα αναπηδήσει ακριβώς στο ίδιο ύψος και το φαινόμενο θα επαναλαμβάνεται συνέχεια. Τι είδους ενέργεια έχει η μπάλα στις θέσεις (Α), (Γ), (Δ) της εικόνας 2.1.14; Στη θέση (Α) η μπάλα έχει μόνο δυναμική ενέργεια U_A=mgH, ενώ η κινητική της ενέργεια είναι μηδέν.

Στην τυχαία θέση (Γ) έχει τόσο δυναμική όσο και κινητική ενέργεια.

Η δυναμική ενέργεια είναι U_Γ=mgh και η κινητική ενέργεια $K_\Gamma = \frac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2$.

Στη θέση (Δ) (στο δάπεδο), η μπάλα έχει μόνο κινητική



Εικόνα 2.1.14 *Η δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική.*

ενέργεια $K_{\Delta}=\frac{1}{2}mu_{\Delta}^{2}$, ενώ η δυναμική της ενέργεια είναι μηδέν.

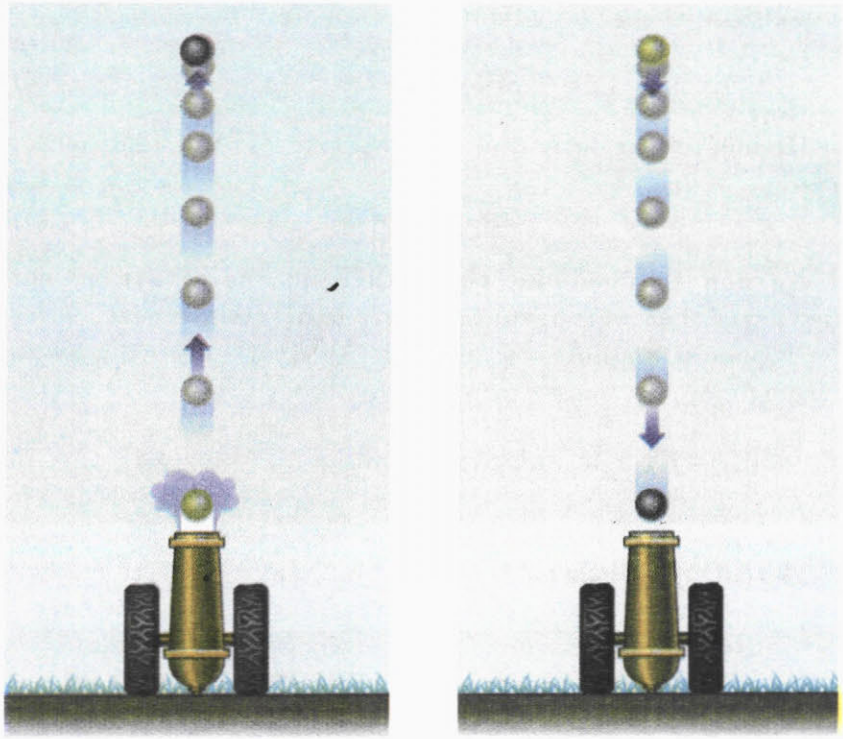
Παρατηρούμε λοιπόν, ότι κατά την κάθοδο της μπάλας η δυναμική της ενέργεια mgh (θέση Α) μετατράπηκε σε κινητική στη θέση (Δ) μέσω του έργου του βάρους.

Αντίθετα, αν η μπάλα ανεβαίνει η κινητική ενέργεια που έχει στη θέση (Δ) μετατρέπεται σε δυναμική στη θέση (Α). Στην τυχαία ενδιάμεση θέση (Γ) η μπάλα έχει κινητική και δυναμική ενέργεια.

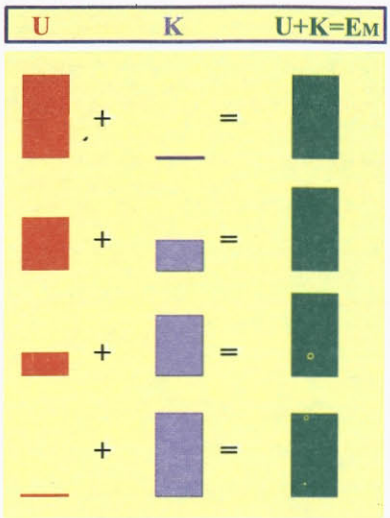
Το άθροισμα της κινητικής ενέργειας Κ και της δυναμικής ενέργειας U που έχει το σώμα σε οποιοδήποτε σημείο μεταξύ των θέσεων (Α) και (Δ) κατά την άνοδο ή την κάθοδό του, το ονομάζουμε, ***Μηχανική* ενέργεια και το συμβολίζουμε με το γράμμα Ε**. Δηλαδή:

$$E = K + U \qquad (2.1.11)$$

Εφόσον το σώμα κινούμενο μεταξύ των θέσεων Α και Δ, ούτε κερδίζει, ούτε χάνει ενέργεια, με αποτέλεσμα η κίνηση του να επαναλαμβάνεται συνεχώς η ίδια, μπορούμε να υποστηρίξουμε, πως η μηχανική του ενέργεια Ε παραμένει σταθερή (διατηρείται) (Εικ. 2.1.15).



Εικόνα 2.1.15
Η αρχική E_K του βλήματος μετατρέπεται σταδιακά σε E_{Δ} μέχρις ότου μηδενιστεί στο μέγιστο ύψος. Αντίστροφα, η E_{Δ} μετατρέπεται σε E_K κατά την πτώση. Το σύνολο E_K+E_{Δ} μένει σταθερό.



Εικόνα 2.1.16
Η μείωση της U είναι ίση με την αύξηση της K.

Με άλλα λόγια μπορούμε να ισχυριστούμε, ότι όταν το σώμα κινείται προς τα κάτω, η δυναμική του ενέργεια U ελαττώνεται τόσο, όσο αυξάνεται η κινητική ενέργεια K, με αποτέλεσμα το άθροισμά τους να παραμένει σταθερό. Το αντίθετο συμβαίνει όταν το σώμα ανεβαίνει από τη θέση (Δ) στη θέση (Α) (Εικ. 2.1.16).

Μπορούμε λοιπόν συνοψίζοντας να επισημάνουμε:

Αν ένα σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του η μηχανική του ενέργεια παραμένει συνεχώς σταθερή.

Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την αντιμετώπιση προβλημάτων σε περιπτώσεις που δε θέλουμε ή δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους νόμους της κίνησης. Εκείνο όμως που την καθιστά περισσότερο χρήσιμη είναι το γεγονός πως αυτή ισχύει παντού και πάντοτε. Ο μόνος περιορισμός για την ισχύ της είναι να μην υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις.

Ποσοτικά η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μπορεί να προκύψει, αν χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και τον ορισμό της δυναμικής ενέργειας στην απλή περίπτωση της ελεύθερης πτώσης, εικόνα 2.1.17. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων (Α) και (Γ) είναι:

$$\Delta K_{A\to\Gamma} = W_{B(A\to\Gamma)} \qquad (1)$$

δηλαδή ίση με το έργο του βάρους για τη μετατόπιση ΑΓ.

Επίσης η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας μεταξύ των ίδιων θέσεων προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\Delta U_{A\to\Gamma} = -(U_A - U_\Gamma) = -W_{B(A\to\Gamma)} \qquad (2)$$

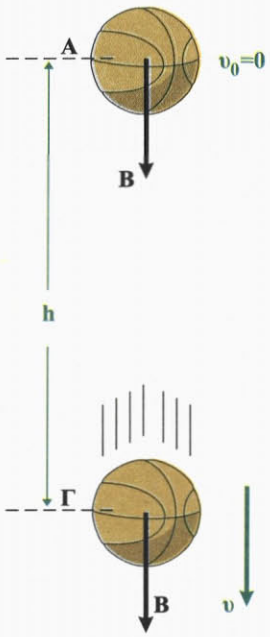
Προσθέτοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \qquad (3)$$

Δηλαδή το άθροισμα της μεταβολής της κινητικής και της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι μηδέν.

Η φυσική σημασία της σχέσης (3) είναι ότι, η μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή, διότι:

$$K_\Gamma - K_A + U_\Gamma - U_A = 0 \quad \text{ή} \quad K_\Gamma + U_\Gamma = K_A + U_A$$



Εικόνα 2.1.17
Η μηχανική ενέργεια της μπάλας διατηρείται σταθερή.

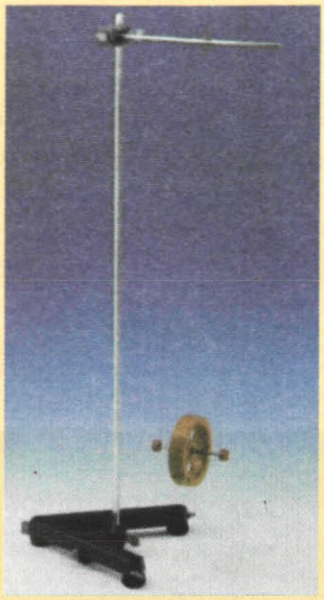
Δραστηριότητα 1

Στο σχολικό εργαστήριο Φυσικής υπάρχει μια διάταξη που λέγεται τροχός Maxwell, βλέπε εικόνα α.

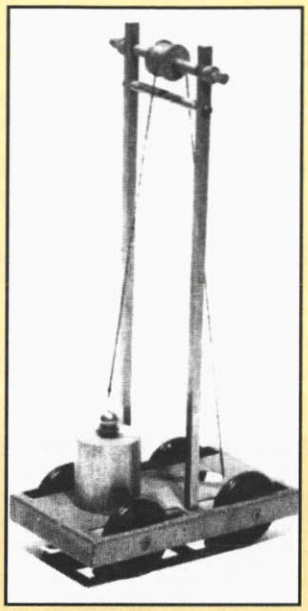
Αν περιελίξουμε το σχοινί γύρω από τα άκρα του άξονα του τροχού και τον αφήσουμε να κινηθεί, τι θα συμβεί;

Κάντε μια πρόβλεψη.

Κατόπιν αφήστε τον τροχό να κινηθεί, παρατηρείστε τι θα συμβεί και συζητήστε για να ερμηνεύσετε



Εικόνα α



Εικόνα β

το φαινόμενο. Εργασθείτε όπως παραπάνω χρησιμοποιώντας το αμαξίδιο διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, που φαίνεται στην εικόνα β.

Ανυψώστε το σώμα, προβλέψτε τι θα συμβεί αν το αφήσετε να πέσει. Πραγματοποιήστε τη δραστηριότητα, παρατηρείστε, περιγράψτε, ερμηνεύστε τις παρατηρήσεις σας.

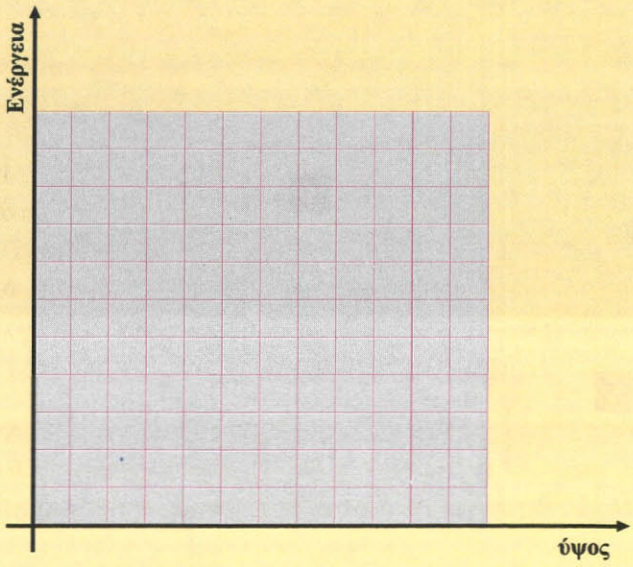
Δραστηριότητα 2

Ένα σώμα μάζας m = 1kg, αφήνεται να πέσει από ύψος h = 10m Το σώμα κινείται με μόνη την επίδραση του βάρους του, που το θεωρούμε σταθερό.

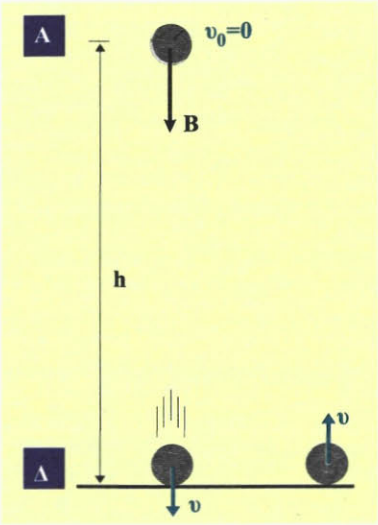
α) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του σώματος, όταν η απόστασή του από το δάπεδο είναι 10m, 8m, 5m και 2m.

β) Να χρησιμοποιήσετε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας και να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος στις ίδιες θέσεις.

γ) Να παραστήσετε στους ίδιους άξονες ενέργεια – ύψος τη δυναμική, την κινητική και τη μηχανική ενέργεια του σώματος. Να συγκρίνετε τα εμβαδά που εμφανίζονται στο διάγραμμά σας.



2.1.5 Συντηρητικές (ή διατηρητικές) δυνάμεις



Εικόνα 2.1.18
Το βάρος είναι συντηρητική δύναμη.

Μια μικρή ελαστική σφαίρα αφήνεται από τη θέση Α, στην οποία και επιστρέφει, αφού πρώτα συγκρουστεί ελαστικά με το δάπεδο στη θέση Δ (Εικ. 2.1.18). Αυτό σημαίνει ότι η μηχανική ενέργεια του σώματος παρέμεινε σταθερή, ή διαφορετικά ότι η δράση του βάρους δεν επηρέασε την μηχανική του ενέργεια. Με άλλα λόγια το έργο του βάρους Β στην κλειστή διαδρομή $A \rightarrow \Delta \rightarrow A$ είναι μηδέν.

Πράγματι, κατά την κάθοδο της σφαίρας το έργο του βάρους είναι $W_1 = Bh$. Κατά την άνοδο, επειδή η κατεύθυνση της μετατόπισης σχηματίζει γωνία 180° με την κατεύθυνση του βάρους (συν180°= -1) θα ισχύει $W_2 = -Bh$.

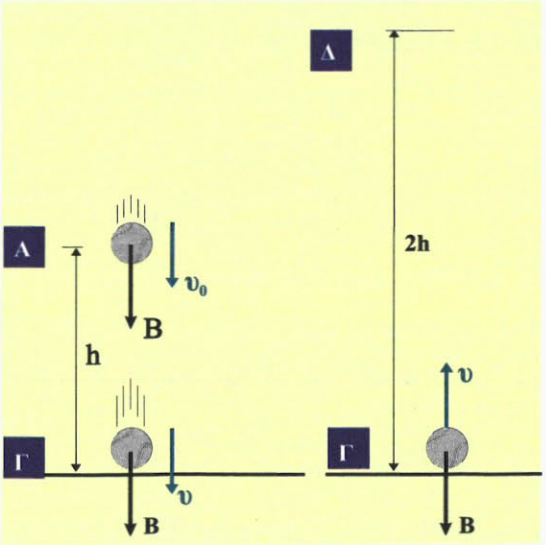
Έτσι το έργο του βάρους για την κλειστή διαδρομή $A \rightarrow \Delta \rightarrow A$ είναι:

$$W_{ολ} = W_1 + W_2 = Bh - Bh = 0$$

Τις δυνάμεις αυτές, όπως το βάρος, που το έργο τους κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν και κατά συνέπεια συντηρούν (διατηρούν) την ενέργεια του συστήματος στο οποίο δρουν, τις ονομάζουμε **συντηρητικές** ή **διατηρητικές δυνάμεις**. Εκτός από το βάρος, συντηρητικές δυνάμεις είναι οι βαρυτικές δυνάμεις, οι ηλεκτρικές δυνάμεις και οι δυνάμεις από παραμορφωμένα ελατήρια.

Γενικεύοντας μπορούμε να υποστηρίξουμε πως:
Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ή ενός συστήματος διατηρείται όταν οι δυνάμεις που δρουν σ' αυτό είναι όλες συντηρητικές.

Εφαρμογή



Με πόση αρχική ταχύτητα υ_0 πρέπει να ρίξουμε κατακόρυφα προς τα κάτω μια τέλειως ελαστική μπάλα, ώστε αναπηδώντας στο δάπεδο να φτάσει σε διπλάσιο ύψος από αυτό που αρχικά βρίσκονταν; Θεωρούμε τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες και την κρούση με το δάπεδο ελαστική.

Απάντηση

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις (Α) και (Δ). Στη θέση Α η σφαίρα έχει κινητική ενέργεια $\frac{1}{2}m\upsilon_0^2$ και δυναμική ενέργεια mgh, ενώ στη θέση Δ η κινητική ενέργεια είναι μηδέν και η δυναμική mg2h.

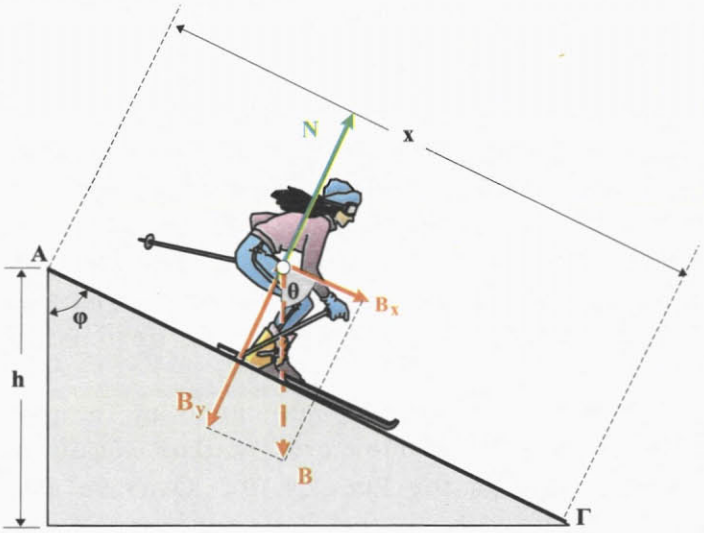
Δηλαδή: $E_{(A)}=\frac{1}{2}m\upsilon_o^2+mgh$ και $E_{(\Delta)}=mg\,2h$.

Έτσι: $E_{(A)}=E_{(\Delta)}$ ή $\frac{1}{2}m\upsilon_o^2+mgh=mg2h$

και τελικά $\upsilon_o^2=2gh$ ή $\upsilon_o=\sqrt{2gh}$

Εφαρμογή

Ένας σκιέρ κατεβαίνει την πίστα ενός χιονοδρομικού κέντρου. Αν η υψομετρική διαφορά μεταξύ του σημείου Α που ξεκινά και του σημείου Γ που καταλήγει είναι 100m και ο σκιέρ μαζί με τα χιονοπέδιλα έχει μάζα 80kg, να υπολογίσετε το έργο του βάρους.



Απάντηση

Επειδή η κατεύθυνση του βάρους δεν συμπίπτει με την κατεύθυνση της μετατόπισης, το αναλύουμε στις συνιστώσες του B_X, B_y. Η συνιστώσα B_y δεν παράγει έργο. Κατά συνέπεια το έργο βάρους Β θα είναι:

$$W_B = W_{Bx} = B\sigma\upsilon\nu\theta x \qquad (1)$$

Όπως φαίνεται στην εικόνα, οι γωνίες φ και θ είναι ίσες, διότι έχουν τις πλευρές τους παράλληλες. Από τον ορισμό του συνημίτονου προκύπτει ότι:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{h}{x} \quad \text{ή} \quad x\,\sigma\upsilon\nu\theta = h$$

Αν την τιμή που βρήκαμε για την παράσταση xσυνθ την αντικαταστήσουμε στη σχέση (1) προκύπτει:

$$W_B=B\sigma\upsilon\nu\theta\ x=Bh$$

και με αντικατάσταση: $W_B=mgh$ ή $W_B=$ 80.000Joule.

Αν ο σκιέρ ακολουθούσε μια άλλη διαδρομή σε πίστα με διαφορετική κλίση, αλλά η υψομετρική διαφορά ήταν πάλι h = 100m, πόσο θα ήταν το έργο του βάρους στην περίπτωση αυτή;

Αν εργασθούμε ομοίως όπως παραπάνω προκύπτει ότι το W_B είναι πάλι W_B=Bh = 80.000Joule.

Μπορούμε λοιπόν να συμπεράνουμε, ότι το έργο του βάρους (που είναι συντηρητική δύναμη) δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που κάνει ο σκιέρ, αλλά μόνο από την υψομετρική διαφορά της αρχικής και της τελικής θέσης. Γενικεύοντας μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι:

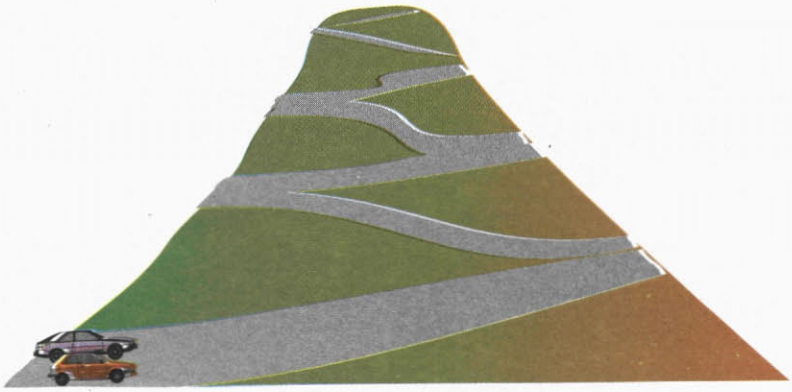
Το έργο των συντηρητικών δυνάμεων δεν εξαρτάται από την τροχιά αλλά μόνο από την αρχική και την τελική θέση του σώματος.

2.1.6 Η ισχύς

Στις καθημερινές μας δραστηριότητες χρησιμοποιούμε διάφορες μορφές ενέργειας όπως, ηλεκτρική, χημική, κ.α. Για παράδειγμα χρησιμοποιούμε ηλεκτρική ενέργεια για να θέσουμε σε κίνηση τον αέρα μέσω ενός ανεμιστήρα, για να αντλήσουμε νερό, για να ανυψώσουμε σώματα με έναν ανελκυστήρα, κ.α. Χρησιμοποιούμε επίσης τη χημική ενέργεια των καυσίμων για να κινηθούν τα αυτοκίνητα, τα αεροπλάνα κ.τ.λ.

Δύο αυτοκίνητα με ίση συνολική μάζα m (οδηγός και όχημα) ξεκινούν από τη βάση ενός ομαλού λόφου για να φθάσουν στην κορυφή του (Εικ. 2.1.19). Όταν θα φθάσουν εκεί θα έχουν αποκτήσει την ίδια ποσότητα δυναμικής ενέργειας mgH και έστω ότι οι κινητήρες τους θα έχουν κάνει ισόποσο έργο. Όμως ο κινητήρας του αυτοκινήτου που θα φθάσει πρώτο στην κορυφή θα έχει κάνει το ίδιο έργο σε μικρότερο χρόνο.

Το γεγονός αυτό στην επιστημονική ορολογία αποδίδε-



Εικόνα 2.1.19 *Ο κινητήρας του αυτοκινήτου που φθάνει πρώτο στην κορυφή "έχει μεγαλύτερη ισχύ".*

ται με τη φράση "ο κινητήρας έχει μεγαλύτερη ισχύ", ενώ στην καθομιλουμένη γλώσσα λέμε ότι "το αυτοκίνητο έχει μεγάλη μηχανή".

Η ισχύς ενός κινητήρα και γενικώτερα οποιασδήποτε μηχανής είναι το πηλίκο του έργου που παράγει, προς το χρονικό διάστημα στο οποίο αυτό παράγεται, δηλαδή η ισχύς εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο παράγει έργο ο κινητήρας.

Η ισχύς συμβολίζεται με το γράμμα P από την αγγλική λέξη Power. Αν μια μηχανή παράγει έργο W σε χρόνο t, τότε η ισχύς P θα είναι:

$$P = \frac{W}{t} \qquad (2.1.12)$$

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος στο Διευθνές Σύστημα μονάδων (S.I.) είναι το

$$1\text{Watt} = 1\frac{\text{Joule}}{\text{s}}.$$

Πολλές φορές στην πράξη χρησιμοποιούνται οι μονάδες $1kW = 10^3 W$ και ο ίππος (HP) για τον οποίο ισχύει: $1HP = 745,7Watt$.
Επιπλέον, συχνά χρησιμοποιούνται και ακόμη μεγαλύτερες μονάδες όπως είναι το $1MW$ ($1MW = 10^6 W$).

Αν θυμηθούμε ότι οι μηχανές μετατρέπουν μια μορφή ενέργειας σε κάποια άλλη π.χ. από χημική των καυσίμων σε κινητική στο αυτοκίνητο, τότε μπορούμε να πούμε ότι η ισχύς είναι ο ρυθμός με τον οποίο μια μορφή ενέργειας μετατρέπεται σε κάποια άλλη.

Ας θεωρήσουμε ένα σώμα που κινείται με σταθερή ταχύτητα υ (Εικ. 2.1.20), σε οριζόντιο επίπεδο. Επειδή η ταχύτητα είναι σταθερή, έπεται ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν, δηλαδή F=T.

Αν εφαρμόσουμε τη σχέση (2.2.12) για το έργο δύναμης F, έχουμε:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F\,x}{t} \quad \text{και επειδή} \quad \upsilon = \frac{x}{t}$$

προκύπτει τελικά

$$P = F\upsilon \qquad (2.1.13)$$

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται μερικές τιμές ισχύος.

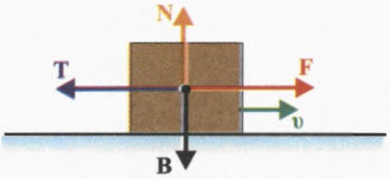
Ισχύς που εκπέμπεται από τον Ήλιο	$3,9 \cdot 10^{26}$W
Ισχύς μιας καταιγίδας	$2 \cdot 10^{13}$W
Ισχύς αεριωθούμενου Boeing 747	$2 \cdot 10^{8}$W
Ισχύς φρυγανιέρας	$1 \cdot 10^{3}$W
Μέγιστη ισχύς αθλητή	$2 \cdot 10^{2}$W
Ισχύς ηλεκτρικού λαμπτήρα	$1 \cdot 10^{2}$W
Ισχύς αγριομέλισσας που πετάει	10^{-10}W

Δραστηριότητα

Δύο μαθητές Α, Β, αρχίζουν να ανεβαίνουν τις σκάλες του σχολείου μεταβαίνοντας στην αίθουσα της τάξης τους η οποία βρίσκεται στον 3ο όροφο, που βρίσκεται σε ύψος 12m από το έδαφος. Ο μαθητής Α έχει μάζα 70kg και φθάνει στον 3ο όροφο σε 2min. Ο μαθητής Β έχει μάζα 85kg και φθάνει στο όροφο σε 2min επίσης.

α) Ποιος από τους μαθητές έκανε μεγαλύτερο έργο;

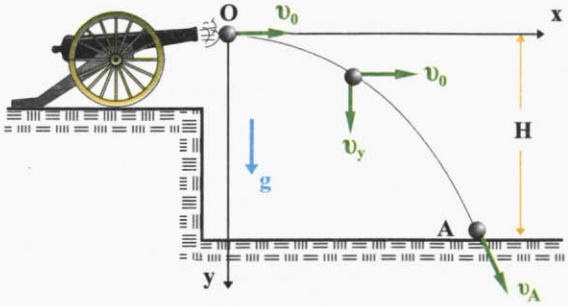
β) Ποιος από τους μαθητές ανέπτυξε μεγαλύτερη ισχύ;



Εικόνα 2.1.20

2.1.7 Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή

Από ένα σημείο Ο, που βρίσκεται σε ύψος Η από το δάπεδο, εκτοξεύεται ένα βλήμα μάζας m με οριζόντια ταχύτητα υ_0 (Εικ. 2.1.21). Δεχόμαστε πως η μοναδική δύναμη που του ασκείται είναι το βάρος του Β. Όπως είναι γνωστό από την παράγραφο 1.3.8, το σώμα θα διαγράψει μια παραβολική τροχιά.



Εικόνα 2.1.21

Ζητούμε την τιμή της ταχύτητας υ_A με την οποία το σώμα φτάνει στο δάπεδο. Γνωρίζουμε πως σε κάθε σημείο της τροχιάς και κατά συνέπεια και στο (Α) η ταχύτητα του σώματος αναλύεται σε συνιστώσες υ_x και υ_y. Επειδή οι συνιστώσες αυτές είναι κάθετες μεταξύ τους θα ισχύει:

$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_{x(A)}^2 + \upsilon_{y(A)}^2} \qquad (1)$$

Η κίνηση στον άξονα x είναι ομαλή και στον άξονα y ομαλά επιταχυνόμενη. Άρα για τις ταχύτητες υ_x και υ_y ισχύουν οι σχέσεις:

$$\upsilon_{x(A)} = \upsilon_0 \quad \text{και} \quad \upsilon_{y(A)} = g\,t_A \,.$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των υ_x, υ_y στην (3) παίρνουμε για την ταχύτητα υ_A:

$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2\,t_A^2} \qquad (2)$$

Για την κίνηση στον άξονα (y) ισχύει η σχέση:

$$H = \frac{1}{2}\,g\,t_A^2 \quad \text{ή} \quad t_A = \sqrt{\frac{2H}{g}} \qquad (3)$$

Έτσι από τις σχέσεις (2) και (3) βρίσκουμε για τη ζητούμενη ταχύτητα:

$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gH} \qquad (4)$$

Ένας άλλος τρόπος για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του σώματος στο σημείο Α είναι ο εξής:

Επειδή η κίνηση του σώματος γίνεται μόνο με την επίδραση του βάρους του, το οποίο είναι δύναμη συντηρητική, θα πρέπει η μηχανική του ενέργεια να διατηρείται.

Συνεπώς για τη μηχανική ενέργεια του σώματος στις θέσεις Ο και Α μπορούμε να γράψουμε:

$$E_{(O)} = E_{(A)} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mu_0^2 + mgH = \frac{1}{2}mu_A^2 \qquad (5)$$

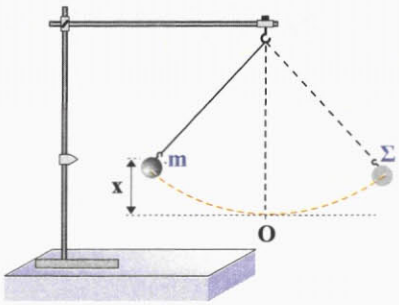
Από τη σχέση (5) επιλύοντας ως προς την ταχύτητα u_A, βρίσκουμε τελικά:

$$u_A = \sqrt{u_0^2 + 2gH} \qquad \text{δηλαδή την εξίσωση (4).}$$

Πρέπει να επισημάνουμε, πως η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή, είναι μια πολύ χρήσιμη πρόταση. Με τη βοήθειά της μπορούμε ευκολότερα απ' ότι με τις εξισώσεις κίνησης, να αντιμετωπίζουμε προβλήματα μηχανικής, αρκεί να μην ζητείται ο χρόνος κίνησης.

2.1.8 Η τριβή και η μηχανική ενέργεια

Πολλές φορές για να απλουστεύσουμε τη μελέτη μιας κίνησης θεωρούμε την τριβή και την αντίσταση του αέρα ως αμελητέες δυνάμεις. Αυτό είναι μια ιδανική κατάσταση που στην πράξη δεν μπορεί να συμβεί. Κάτω όμως από αυτές τις συνθήκες, η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου του εκκρεμούς (Εικ. 2.1.22), παραμένει σταθερή και η κίνησή του επαναλαμβάνεται συνεχώς η ίδια. Ποια θα είναι όμως η κίνηση που θα κάνει το σφαιρίδιο του εκκρεμούς όταν αφεθεί ελεύθερο στο σημείο Σ κάτω από πραγματικές συνθήκες; Δηλαδή όταν η αντίσταση του αέρα δεν είναι αμελητέα;



Εικόνα 2.1.22

Από την εμπειρία μας γνωρίζουμε, πως το σφαιρίδιο θα κάνει μια παλινδρομική κίνηση γύρω από το σημείο Ο. Κάθε φορά θα ανυψώνεται λιγότερο και τελικά θα ισορροπήσει στο σημείο που αρχικά ισορροπούσε (Ο). Αυτό σημαίνει ότι το σφαιρίδιο χάνει συνεχώς μηχανική ενέργεια, μέχρι του τελικού μηδενισμού της. Για τον ίδιο λόγο, αν θέσουμε σε κίνηση ένα αντικείμενο πάνω σε μία οριζόντια επιφάνεια, αυτό λόγω της τριβής, μετά από λίγο θα σταματήσει. Δηλαδή η μηχανική του ενέργεια σταδιακά θα γίνει μηδέν. Το γεγονός, ότι στις πραγματικές συνθήκες κίνησης, η μηχανική ενέργεια δεν διατηρείται, είναι αποτέλεσμα των τριβών και των αντιστάσεων, δηλαδή δυνάμεων που είναι αντίθετες της κίνησης.

Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται μη συντηρητικές, επειδή όταν ασκούνται σε κάποιο σώμα ελαττώνουν (δε συντηρούν) τη μηχανική του ενέργεια.

Το έργο των μη συντηρητικών δυνάμεων εκφράζει την ποσότητα της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα. Έτσι κάθε φορά, που λόγω τριβών η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ελαττώνεται θα έχουμε αύξηση της θερμοκρασίας του.

Πράγματι, ας θεωρήσουμε ένα αυτοκίνητο μάζας m = 1.000kg, που κινείται στην εθνική οδό με ταχύτητα υ = 30m/s. Το αυτοκίνητο λόγω της ταχύτητας του έχει κινητική ενέργεια

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = 45.000\text{Joule}.$$

Αν ο οδηγός, φρενάροντας, το ακινητοποιήσει, θα παραχθεί λόγω τριβών θερμότητα ίση με 45.000Joule, που θα θερμάνει τους τροχούς του αυτοκινήτου, το δρόμο και τον αέρα.

Στο σημείο αυτό, πρέπει να επισημάνουμε ότι:

Ενώ η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ή ενός συστήματος σωμάτων δε διατηρείται, όταν ασκούνται σε αυτό μη συντηρητικές δυνάμεις (τριβές, αντιστάσεις), η ορμή του διατηρείται.

Πράγματι, κατά την πλαστική κρούση των σωμάτων m_1 και m_2, (Εικ. 2.1.23), δημιουργείται ένα συσσωμάτωμα μά-

Εικόνα 2.1.23

ζας (m_1+m_2), που αμέσως μετά την κρούση έχει, έστω ταχύτητα V. Αν οι ταχύτητες πριν τη κρούση ήταν υ_1 και υ_2, τι μπορούμε να πούμε για την διατήρηση της ορμής και της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση;

Παρά το γεγονός, πως κατά τη διάρκεια του φαινομένου, αναπτύσσονται ανάμεσα στα συγκρουόμενα σώματα δυνάμεις μη συντηρητικές, η ορμή διατηρείται.

Δηλαδή:

$$mu_1 - mu_2 = (m_1 + m_2)V$$

Αντίθετα η μηχανική ενέργεια του συστήματος δε διατηρείται, αφού ένα μέρος της μετατρέπεται σε θερμότητα Q. Στην περίπτωση βέβαια αυτή, όπως και σε κάθε άλλη, διατηρείται η ολική ενέργεια του συστήματος. Δηλαδή:

$$\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 + Q.$$

Τι είναι η ενέργεια;

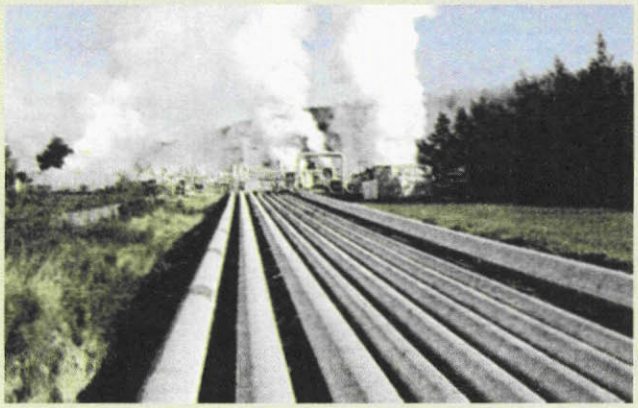
Η ενέργεια είναι ένα από τα περισσότερο συζητημένα θέματα στην εποχή μας γιατί από την αξιοποίηση της εξαρτάται η βιομηχανική και η οικονομική ανάπτυξη κάθε χώρας.

Τι είναι όμως η ενέργεια;

Είναι μάλλον δύσκολο να δώσουμε έναν ορισμό που να την περιγράφει ακριβώς. Η προσπάθεια να οριστεί η ενέργεια ξεκινάει από την ανάγκη των μηχανικών στα πρώτα χρόνια της βιομηχανικής επανάστασης να συγκρίνουν την αποδοτικότητα των νερόμυλων, των ατμομηχανών, των ηλεκτρικών κινητήρων κ.τ.λ.

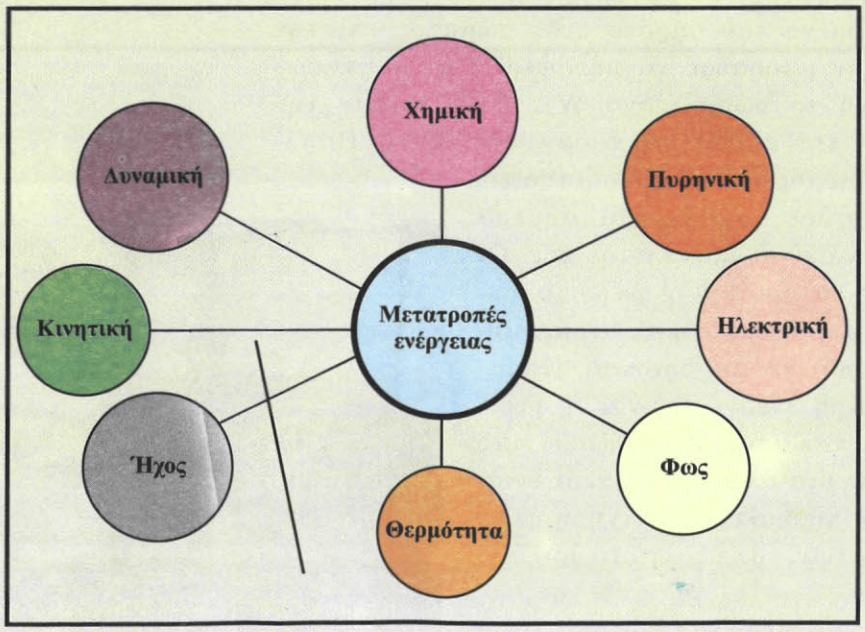
Σύμφωνα με τις εμπειρίες τους η αποδοτικότητα μιας μηχανής ήταν τόσο μεγαλύτερη, όσο μεγαλύτερο ήταν το γινόμενο του βάρους ενός σώματος επί την απόσταση που μπορούσε να μεταφέρει, ή να ανυψώσει η μηχανή το σώμα (έργο W). Έτσι όρισαν την ενέργεια σαν την ικανότητα παραγωγής έργου. Παρόλο, που ο ορισμός αυτός χρησιμοποιείται πολλές φορές ακόμη και σήμερα δε φαίνεται να είναι ικανοποιητικός. Οι προσπάθειες να οριστεί η ενέργεια συνεχίστηκαν με αποτέλεσμα να προκύψουν διάφοροι ακόμη ορισμοί. Παραδείγματος χάρη ενέργεια είναι η φυσική οντότητα που μπορεί να αλλάζει από μια μορφή σε μια άλλη ή ενέργεια είναι το αίτιο που προκαλεί την κίνηση όλων των πραγμάτων, όπως υποστήριξε ο Maxwell.

Πάντως κανένας από τους μέχρι



σήμερα ορισμούς δε δίνει απάντηση στο ερώτημα τι είναι η ενέργεια. Περισσότερο χρήσιμο, από ένα ορισμό που μπορεί να προκαλέσει σύγχυση ή και να είναι ελλιπής, είναι να κατανοήσουμε το γεγονός ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την έννοια της ενέργειας, χωρίς να είναι και απαραίτητο να την ορίζουμε. Μέσα από τη μελέτη και τη συζήτηση θεμάτων, όπως καύσιμα, μορφές ενέργειας, μετατροπές κτλ. θα εξοικειωθούμε με την έννοια της ενέργειας και θα οδηγηθούμε όλο και σε βαθύτερη κατανόηση της. Ένα απλό παράδειγμα που θα δανειστούμε από την καθημερινή μας ζωή μπορεί να ενισχύσει αυτή την άποψη.

Πράγματι ενώ όλοι μας γνωρίζουμε το περιεχόμενο και τη σημασία εννοιών, όπως π.χ. δικαιοσύνη, αγάπη, ευγένεια κ.τ.λ. δεν είναι εύκολο να συμφωνήσουμε σε έναν ορισμό αποδεκτό από όλους μας. Έτσι και στην περίπτωση της ενέργειας, δε φαίνεται να υπάρχει ένας ορισμός της καθολικά αποδεκτός, αλλά παρόλα αυτά η έννοιά της μπορεί να γίνεται κατανοητή. Όμως ενώ δεν μπορούμε να συμφωνήσουμε σε κάποιον ορισμό για την ενέργεια εκείνο που γίνεται από όλους αποδεκτό είναι το γεγονός ότι η ενέργεια διατηρείται ενώ μπορεί να αλλάζει μορφές.

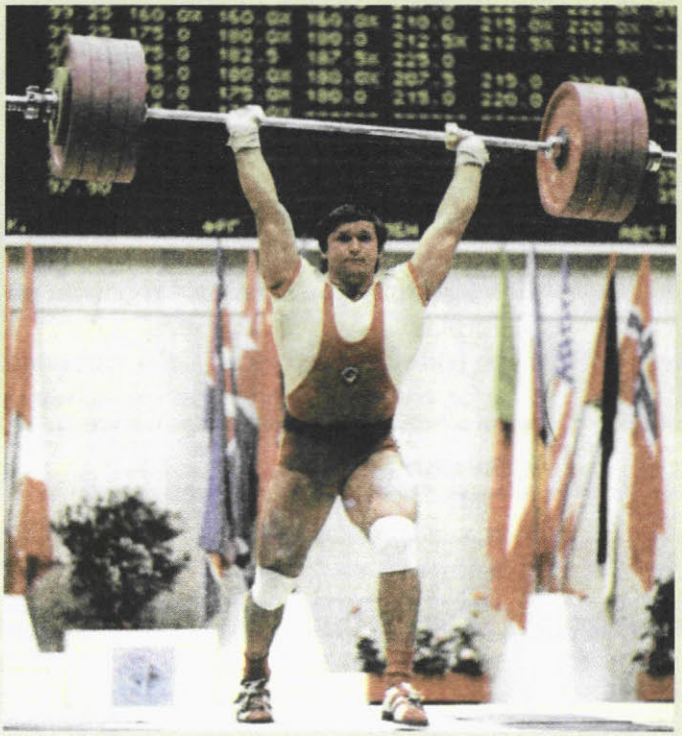


Εκείνο που μπορεί να υποστηριχτεί είναι ότι κάθε ορισμός που δεν ξεκινάει από την ιδιότητα της ενέργειας να διατηρείται είναι λαθεμένος. Σε ενίσχυση όσων μέχρι τώρα έχουμε υποστηρίξει αναφέρουμε τα λόγια του Feynman από το βιβλίο του "Lectures on Physics" – (Vol I) που γράφει:

"Υπάρχει ένα γεγονός ή αν θέλετε ένας νόμος που διέπει όλα τα φυσικά φαινόμενα τα οποία είναι γνωστά μέχρι σήμερα. Δεν υπάρχει καμία γνωστή εξαίρεση σ' αυτόν τον νόμο και είναι ακριβής όσο γνωρίζουμε μέχρι τώρα. Ο νόμος αυτός ονομάζεται ***διατήρηση της ενέργειας*** *και αναφέρει ότι υπάρχει μια ορισμένη ποσότητα, την οποία καλούμε ενέργεια και η οποία διατηρείται στις πολύπλοκες αλλαγές που γίνονται στη φύση. Αυτή (η διατήρηση) είναι μια πολύ αφηρημένη ιδέα, επειδή είναι μια μαθηματική αρχή. Σύμφωνα μ' αυτή υπάρχει μια μαθηματική ποσότητα που δε μεταβάλλεται, όταν κάτι συμβαίνει. Δεν είναι η περιγραφή ενός μηχανισμού ή κάτι το συγκεκριμένο.* ***Είναι σπουδαίο να αντιληφθούμε ότι στη Φυσική σήμερα δεν έχουμε γνώση του τι είναι ενέργεια.*** *Η ενέργεια είναι κάτι το αφηρημένο, επειδή δε μας λέει το μηχανισμό, ή τις αιτίες για τους διάφορους τύπους που αντιστοιχούν στις διαφορετικές μορφές τις οποίες μπορεί να πάρει."*

Το έργο σε σχέση με την κούραση.

Το έργο μιας δύναμης όταν αυτή δε μετακινεί το σημείο εφαρμογής της είναι ίσο με μηδέν. Για παράδειγμα, ο αθλητής της άρσης βαρών, κρατώντας με τα χέρια του τα βάρη Β σε σταθερό ύψος, ασκεί δύναμη F=B που όμως το έργο της είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει πως καμία ποσότητα ενέργειας δε μεταφέρεται από τον αθλητή στα βάρη. Πώς όμως μπορούμε να δικαιολογήσουμε το γεγονός, ότι ο αθλητής, παρόλο που δεν δαπανά ενέργεια, νιώθει έντονο το αίσθημα της κούρασης; Η απάντηση που ερμηνεύει την κόπωση του αθλητή αλλά και την ανάγκη του για ενέργεια την οποία παίρνει από τις τροφές, είναι η εξής:



Όταν οι μύες του αθλητή είναι διεγερμένοι, π.χ. τεντωμένοι, συ-

μπιέζουν τα αιμοφόρα αγγεία και έτσι προκαλούν ελάττωση στη ροή του αίματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα χημικά προϊόντα της δραστηριότητας των μυών π.χ. γαλακτικό οξύ, να συσσωρεύονται και να μην απομακρύνονται από την ροή του αίματος γρήγορα. Αυτή ακριβώς η συσσώρευση των χημικών προϊόντων της δραστηριότητας των μυών, διεγείρει τα νεύρα να δώσουν την αίσθηση της κούρασης. Δηλαδή το αίσθημα της κούρασης είναι ένα έμμεσο αποτέλεσμα της ενεργοποίησης των μυών. Εξάλλου η συνεχής ανάγκη χημικής ενέργειας (η οποία ενέργεια προέρχεται από τις τροφές που καταναλώνουμε) όταν κρατάμε υψωμένο αλλά ακίνητο ένα σώμα, προκύπτει από το μηχανισμό της μυϊκής δραστηριότητας. Οι μυϊκές ίνες κατά τη διέγερσή τους απορροφούν χημική ενέργεια. Σε κάθε διεγερμένο μυ υπάρχουν μυϊκές ίνες σε διέγερση αλλά και σε χαλάρωση, ενώ κάθε ίνα περνάει διαδοχικά από την κατάσταση της διέγερσης στην κατάσταση της χαλάρωσης.

Κατά τη χαλάρωση κάθε ίνα αποδίδει πίσω την ενέργεια που απορρόφησε όταν διεγέρθηκε, όχι εξ' ολοκλήρου με τη μορφή της χημικής ενέργειας αλλά και με τη μορφή της θερμότητας. Δηλαδή οι διεργασίες που συμβαίνουν στις ίνες των μυών κατά τη διέγερση δεν αντιστρέφονται κατά τη χαλάρωση.

Έτσι λοιπόν για να παραμένει ο μυς τεντωμένος πρέπει να απορροφά συνεχώς χημική ενέργεια η οποία προέρχεται από τις τροφές.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Όταν επιδρούμε σε υλικά αλλάζοντας τη μορφή ή τη θέση τους ασκούμε δυνάμεις και χρησιμοποιούμε ενέργεια. Το γινόμενο της σταθερής δύναμης, που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της, επί τη μετατόπιση, το ονομάζουμε **έργο** και εμφανίζεται σε κάθε μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας.

$$W = Fx.$$

Η μονάδα μέτρησης στο Διεθνές Σύστημα είναι 1Nm=1Joule. Το έργο είναι το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη.

Στην περίπτωση που η δύναμη σχηματίζει γωνία θ με τη μετατόπιση το έργο δίνεται από τη σχέση W=Fσυνθ x.

Όταν ένα σώμα μάζας m αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα με την επίδραση του βάρους του, λέμε ότι συμβαίνει μετατροπή του έργου της δύναμης του βάρους σε κινητική ενέργεια. Το συμπέρασμα αυτό μπορούμε να το γενικεύσουμε σε οποιαδήποτε περίπτωση Όταν σ' ένα σώμα δρουν πολλές δυνάμεις, τότε η κινητική του ενέργεια μεταβάλλεται σύμφωνα με το θεώρημα:

"Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω του ή ισοδύναμα είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης", $\Delta K=\Sigma W_F$.

Η **δυναμική βαρυτική ενέργεια** ή απλά δυναμική ενέργεια ενός σώματος λέμε ότι είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασής του με τη Γη και συμβολίζεται με U. Όταν ένα σώμα μάζας m βρίσκεται σε ύψος h η δυναμική του ενέργεια είναι:

$$U = mgh$$

Η **μηχανική ενέργεια** ενός σώματος συμβολίζεται με E και είναι το άθροισμα της κινητικής ενέργειας K και της δυναμικής U που έχει το σώμα σε οποιαδήποτε θέση της κίνησής του.

$$E = K + U.$$

Η μηχανική ενέργεια συστήματος σωμάτων διατηρείται σε εκείνες τις περιπτώσεις όπου δεν υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις. **Συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις** ονομάζονται οι δυνάμεις εκείνες που το έργο τους κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν. Συνέπεια αυτού είναι να διατηρούν την ενέργεια του συστήματος στο οποίο δρουν σταθερή. Τέτοιες δυνάμεις είναι το βάρος, οι ηλεκτρικές

δυνάμεις ανάμεσα σε ηλεκτρικά φορτία, οι δυνάμεις από παραμορφωμένα ελατήρια και οι βαρυτικές δυνάμεις ανάμεσα σε μάζες. Οι συντηρητικές δυνάμεις έχουν την ιδιότητα το έργο τους να μην εξαρτάται από την τροχιά του σώματος αλλά μόνο από την αρχική και τελική θέση. **Μη συντηρητικές** ονομάζονται οι δυνάμεις οι οποίες, όταν ασκούνται σ' ένα σώμα ελαττώνουν (δεν συντηρούν) τη μηχανική του ενέργεια.

Η **ισχύς** είναι μονόμετρο μέγεθος και εκφράζει το ρυθμό με τον οποίο κάθε συσκευή χρησιμοποιεί ενέργεια, δίνεται δε από τη σχέση:

$$P = W/t$$

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος στο Διεθνές Σύστημα είναι το 1Joule/s = 1Watt.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ένας μαθητής σπρώχνει το θρανίο ασκώντας του οριζόντια δύναμη και το μετακινεί πάνω στο μη λείο δάπεδο της αίθουσάς του. Πόσες δυνάμεις παράγουν έργο; Τι εκφράζει το έργο κάθε δύναμης;

2. Ένας δορυφόρος περιφέρεται γύρω από τη Γη με ταχύτητα, που η τιμή της παραμένει σταθερή. Πόσο νομίζετε ότι είναι το έργο του βάρους του (είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο δορυφόρο), για μισή και πόσο για μια πλήρη περιστροφή;

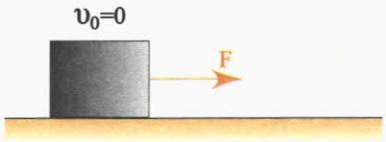
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Ένα αντικείμενο, που συγκρατείται ακίνητο, αφήνεται να πέσει ελεύθερα. Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και να εξηγήσετε με λίγα λόγια, πώς εφαρμόζετε για το αντικείμενο η αρχή διατήρησης της ενέργειας. Να κάνετε το ίδιο, αν η αντίσταση από τον αέρα δεν θεωρείται αμελητέα.

4. Ένας αλεξιπτωτιστής πέφτει από το αεροπλάνο και αφού ανοίξει το αλεξίπτωτο, κινούμενος για κάποιο χρονικό διάστημα με σταθερή ταχύτητα, προσγειώνεται στο έδαφος. Στο χρονικό αυτό διάστημα διατηρείται ή όχι η μηχανική ενέργεια του αλεξιπτωτιστή;

5. Στην εικόνα φαίνεται ένα σώμα, το οποίο τίθεται σε κίνηση στο λείο οριζόντιο επίπεδο από μια σταθερή οριζόντια δύναμη F. Μετά από μετατόπιση κατά x, 2x, 3x, η κινητική ενέργεια του σώματος είναι K, 2K, 3K αντίστοιχα. Δηλαδή η κινητική ενέργεια είναι ανάλογη της μετατόπισης.

Πώς το εξηγείτε αυτό;



6. Πότε μια δύναμη ονομάζεται συντηρητική; Να δώσετε δύο παραδείγματα συντηρητικών δυνάμεων.

7. Τι σημαίνει ότι ένας λαμπτήρας έχει ισχύ 100W; Το κόστος λειτουργίας ενός λαμπτήρα 100W εξαρτάται από την ισχύ του, το χρόνο που αυτός λειτουργεί, ή και από τα δύο;

8. Ένα σώμα μάζας m αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h. Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, να σχεδιαστούν στους ίδιους άξονες ενέργεια - ύψος, η κινητική, η δυναμική και η ολική ενέργεια του σώματος κατά την πτώση του.

9. Από ένα σημείο (Ο) που βρίσκεται σε ύψος h, ρίχνονται δύο σώματα ίδιας μάζας. Το ένα προς τα πάνω με κατακόρυφη ταχύτητα υ_0 και το άλλο οριζόντια με ταχύτητα ίσου μέτρου. Να συγκρίνετε τις ταχύτητες με τις οποίες φτάνουν τα σώματα στο οριζόντιο έδαφος και το έργο του βάρους καθ' ενός από το σημείο (Ο) έως το έδαφος.

10. Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται επιταχυνόμενο αυξάνει την κινητική του ενέργεια καταναλώνοντας καύσιμα. Έχει κατά την άποψή σας βάση ο ισχυρισμός πως όταν το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα, δηλαδή χωρίς να αυξάνεται η κινητική του ενέργεια, δεν απαιτείται δαπάνη καυσίμων;

11. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις σωστές και με (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις:

Α. Το έργο μιας σταθερής δύναμης, είναι σταθερό.

Β. Το έργο των βαρυτικών δυνάμεων είναι μηδέν.

Γ. Το έργο της συνισταμένης δύναμης σε μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι πάντα μηδέν.

Δ. Αν η τιμή μιας δύναμης, η οποία επιβραδύνει ένα σώμα ελαττώνεται, θα ελαττώνεται και το έργο της.

Ε. Αν ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο το έργο του βάρους του είναι μηδέν.

ΣΤ. Το έργο της συνισταμένης δύναμης στην ομαλή κυκλική κίνηση είναι ανεξάρτητο από την ταχύτητα του σώματος.

12. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις σωστές και με (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις.

Α. Αν ένα σώμα ολισθαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα, το έργο του βάρους του είναι μηδέν.

Β. Το έργο των συντηρητικών δυνάμεων είναι μηδέν.

Γ. Αν η δύναμη που επιταχύνει ένα σώμα σε μια ευθύγραμμη κίνηση μειώνεται, η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.

Δ. Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας, δεν ισχύουν στην περίπτωση μη συντηρητικών δυνάμεων.

Ε. Δύο ίσες δυνάμεις ασκούνται σε δύο σώματα διαφορετικής μάζας, που κινούνται με την ίδια σταθερή ταχύτητα. Οι δυνάμεις προσφέρουν ή αφαιρούν στα σώματα ενέργεια με τον ίδιο ρυθμό.

13. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις σωστές και με (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις.

Α. Η ταχύτητα και η κινητική ενέργεια ενός σώματος που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, αναλύονται σε δύο συνιστώσες η κάθε μία.

Β. Η ταχύτητα ενός σώματος μπορεί να μεταβάλλεται, αν το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.

Γ. Αν η ταχύτητα ενός σώματος διπλασιαστεί, θα διπλασιαστεί η ορμή και η κινητική του ενέργεια.

Δ. Η κινητική ενέργεια ενός συστήματος σωμάτων, είναι ίση με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σωμάτων του συστήματος.

Ε. Αν ένα σώμα αφεθεί να κινηθεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο μόνο με την επίδραση του βάρους του, τότε: Το έργο του βάρους, είναι ίσο με την ελάττωση της δυναμικής ενέργειας η οποία είναι ισόποση με την αύξηση της κινητικής του ενέργειας.

14. Να συνδέσετε με μια γραμμή τους όρους μονόμετρο μέγεθος ή διανυσματικό μέγεθος με τα αντίστοιχα μεγέθη:

μονόμετρο μέγεθος	μετατόπιση (x)
	απόσταση (s)
	κινητική ενέργεια (K)
	δύναμη (F)
διανυσματικό μέγεθος	έργο (W)
	δυναμική ενέργεια (U)

15. Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Το έργο βάρος ενός υποβρυχίου καθώς βυθίζεται κατακόρυφα είναι μηδέν.

Β. Το έργο του βάρους σε μια κλειστή διαδρομή είναι μηδέν.

Γ. Η δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα και το έργο της δύναμης για μια μετατόπιση είναι μεγέθη διανυσματικά.

Δ. Ένα σώμα που πέφτει κατακόρυφα μπορεί να έχει δυναμική ενέργεια, κινητική ενέργεια και έργο.

16. Η Σελήνη εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από τη Γη με την επίδραση του βάρους της. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

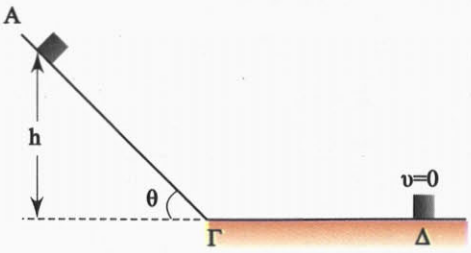
Α. Η ταχύτητα της Σελήνης είναι σταθερή.

Β. Η κινητική ενέργεια της Σελήνης είναι σταθερή.

Γ. Η ορμή της Σελήνης είναι μηδέν.

Δ. Το έργο της βαρυτικής έλξης της Γης στη Σελήνη για μια περιφορά είναι μηδέν.

17. Ένα σώμα μάζας m αφήνεται από το σημείο Α και κινείται κατά μήκος του λείου κεκλιμένου επιπέδου ΑΓ. Κατόπιν το σώμα κινείται στο οριζόντιο επίπεδο, όπου και τελικά σταματάει λόγω της τριβής, αφού διανύσει διαδρομή ΓΔ.

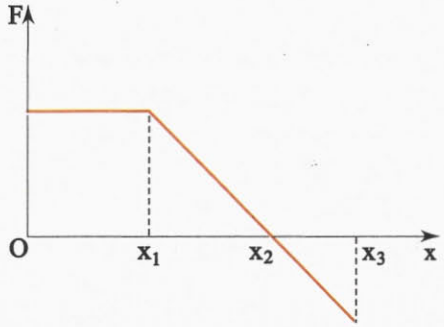


Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Το έργο του βάρους από το Α έως το Γ είναι mgh.
Β. Η κινητική ενέργεια του σώματος στο σημείο Γ είναι mgh.
Γ. Το έργο της τριβής από το Γ έως το Δ είναι mgh.
Δ. Το έργο της τριβής από το Α έως το Δ είναι mgh.
Ε. Το έργο του βάρους από το Α έως το Δ είναι mghημθ.

***18.** Ένα σώμα είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

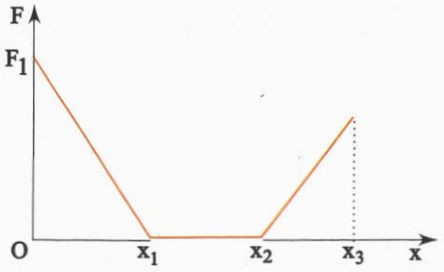
Ασκούμε στο σώμα οριζόντια δύναμη, που η τιμή της μεταβάλλεται, όπως φαίνεται στη γραφική παράσταση.



Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

Α. Από Ο έως x_1 η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.
Β. Από x_1 έως x_2 η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.
Γ. Από Ο έως x_1, στο σώμα προσφέρεται ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης με σταθερό ρυθμό.
Δ. Από x_1 έως x_2 η κινητική ενέργεια του σώματος ελαττώνεται.

***19.** Σ' ένα σώμα που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη που η τιμή της μεταβάλλεται όπως φαίνεται στη γραφική παράσταση.



Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή ή σωστές και γιατί.

Α. Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι μέγιστη στη θέση x_3.
Β. Από τη θέση Ο έως τη θέση x_1, η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.
Γ. Η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση x_1 είναι F_1x_1.
Δ. Η κινητική ενέργεια τους σώματος στη θέση x_1 είναι μικρότερη από την κινητική του ενέργεια στη θέση x_2.

20. Η μηχανική ενέργεια ενός συστήματος διατηρείται, αν στο σύστημα ασκούνται:

Α. Μόνο εσωτερικές δυνάμεις.
Β. Μόνο εξωτερικές δυνάμεις.
Γ. Μόνο συντηρητικές δυνάμεις.

***21.** Ένα μεταλλικό σφαιρίδιο κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω μέσα σ' ένα υγρό έχοντας, λόγω της αντίστασης του υγρού, σταθερή ταχύτητα υ=0,05m/s. Αν $g=10m/s^2$ και το σφαιρίδιο έχει μάζα 0,02kg, η ενέργεια που χάνει μέσα στο υγρό σε κάθε δευτερόλεπτο νομίζετε ότι είναι:

Α. 0,025mJ Β. 1,3mJ
Γ. 10mJ Δ. 8,2mJ

22. Ποιο από τα παρακάτω ζεύγη φυσικών μεγεθών αποτελείται από ένα μονόμετρο και ένα διανυσματικό μέγεθος;

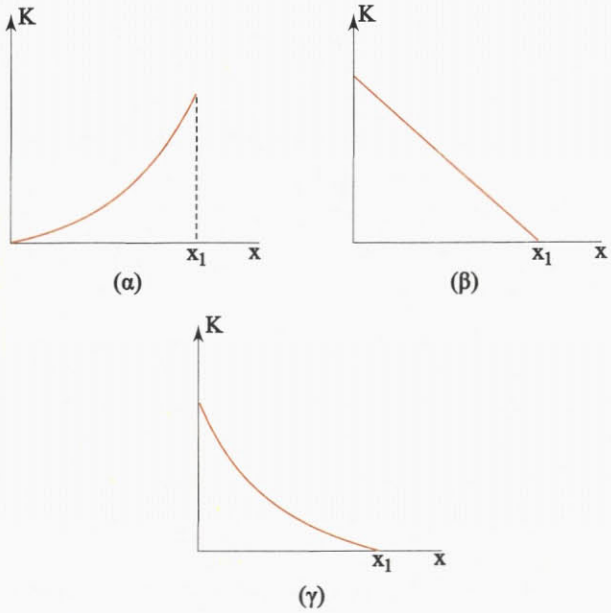
Α. Μετατόπιση, επιτάχυνση.
Β. Δυναμική ενέργεια, έργο.
Γ. Ταχύτητα, ισχύς.
Δ. Κινητική ενέργεια, δύναμη.
Ε. Ταχύτητα, ορμή.

***23.** Ένα αυτοκίνητο ξεκινώντας από την ηρεμία, επιταχύνεται ώστε να αποκτήσει ταχύτητα 20m/s σε χρόνο 10s. Αν η μάζα του αυτοκινήτου είναι 1.000kg, η μέση ισχύς που αναπτύχθηκε νομίζετε ότι είναι:

Α. 2 kW Β. 5kW
Γ. 18kW Δ. 20kW

24. Ένα σώμα ρίχνεται με οριζόντια ταχύτητα $υ_0$ πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παρι-

στάνει την κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με τη μετατόπισή του;



25. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Ένα αντικείκενο που είναι ακίνητο δεν μπορεί να έχει ενέργεια.

Β. Μια δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα παράγει έργο ακόμη και αν το σώμα δεν κινείται.

Γ. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι το μόνο είδος δυναμικής ενέργειας που εμφανίζεται στη φύση.

Δ. Ένα αντικείμενο το οποίο δεν κινείται μπορεί να έχει δυναμική ενέργεια.

Ε. Μια δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα δεν παράγει έργο, όταν το σώμα δεν κινείται, ή όταν η γωνία μεταξύ της δύναμης και της μετατόπισης είναι 90°.

26. Αν ένα αντικείμενο αφεθεί να πέσει ελεύθερα η βαρυτική δυναμική του ενέργεια μετατρέπεται:

Α. Ακαριαία σε κινητική ενέργεια.

Β. Σταδιακά σε κινητική ενέργεια.

Γ. Κατά ένα μέρος σε κινητική ενέργεια.

Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

Ποια από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστή;

27. Ένα αντικείμενο μάζας m βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης.

Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

Α. Το αντικείμενο έχει δυναμική ενέργεια mgh.

Β. Η Γη έχει δυναμική ενέργεια mgh.

Γ. Το σύστημα Γη - αντικείμενο έχει δυναμική ενέργεια mgh.

Δ. Το αντικείμενο δεν έχει δυναμική ενέργεια.

28. Ένα κινητό έχει μάζα m και ταχύτητα υ.

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Ο θεμελιώδης νόμος της δυναμικής συσχετίζει τη δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα με τη μεταβολή της ορμής του.

Β. Το θεώρημα κινητικής ενέργειας συσχετίζει το έργο των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σώμα με τη μεταβολή της κινητικής του ενέργειας.

Γ. Η διατήρηση της ορμής ενός συστήματος ισχύει όταν και η ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα αυτοκίνητο κινείται στην εθνική οδό με σταθερή ταχύτητα υ=30m/s. Αν η αντίσταση Α του αέρα δίνεται από τη σχέση Α=4υ (Α σε Ν και υ σε m/s), να βρείτε το έργο της για μετατόπιση του αυτοκινήτου κατά 50m.

2. Ένα σώμα μάζας m=10kg συγκρατείται σε ύψος h=20m από το έδαφος.

Α. Πόση είναι η δυναμική ενέργεια του σώματος, στο ύψος h;

Β. Αν αφήσουμε το σώμα ελεύθερο να πέσει, να παραστήσετε γραφικά τη δυναμική του ενέργεια σε συνάρτηση με το ύψος του από το έδαφος. Δίνεται $g=10m/s^2$.

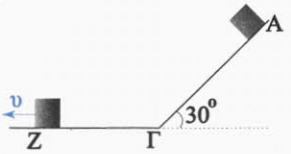
3. Ένα αυτοκίνητο μάζας m=1.000kg κινείται με σταθερή ταχύτητα 15m/s. Αν ο οδηγός εφαρμόσει τα φρένα, στο αυτοκίνητο αναπτύσσεται μια δύναμη τριβής ίση με 7.500N. Να βρεθεί σε πόση απόσταση θα σταματήσει το αυτοκίνητο.

4. Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος h=20m. Με τι ταχύτητα φτάνει το σώμα στο έδαφος; Τι ενέργεια είχε το σώμα σε ύψος h και σε ποια μορφή μετατρέπεται τελικά αυτή; Δίνεται $g=10m/s^2$.

5. Ένας γερανός ανεβάζει με σταθερή ταχύτητα ένα κιβώτιο μάζας 2.000kg σε ύψος h=60m. Αν η ανύψωση ολοκληρώθηκε σε χρόνο t=2min, να βρείτε την ισχύ που απέδωσε ο γερανός. Δίνεται $g=10m/s^2$.

6. Ένα σώμα αφήνεται να κινηθεί κατά μήκος του λείου κεκλιμένου επιπέδου. Το σώμα μετά από τη διαδρομή ΑΓ εισέρχεται στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2. Αν είναι ΑΓ=ΓΖ=6m, να βρείτε την ταχύτητα με την οποία φτάνει το σώμα στο σημείο Ζ.

Δίνεται $g=10m/s^2$.



7. Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα υ=4m/s με την επίδραση οριζόντιας σταθερής δύναμης F=40N. Να βρεθεί:

Α. Το έργο της τριβής για μετατόπιση x=5m.

Β. Ο ρυθμός με τον οποίο η προσφερόμενη στο σώμα ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα.

8. Μια μπάλα έχει μάζα m=2kg και αφήνεται από ύψος h_1=20m. Μόλις η μπάλα συγκρουστεί με το δάπεδο αναπηδά σε ύψος h_2=18m. Να βρείτε το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας της μπάλας που μετατράπηκε σε θερμότητα λόγω της σύγκρουσής της με το δάπεδο. Δίνεται $g=10m/s^2$.

9. Ένας μαθητής σπρώχνει ένα κιβώτιο μάζας m=100kg πάνω σ' έναν οριζόντιο δρόμο με τον οποίο το κιβώτιο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Πόση ενέργεια προσφέρει ο μαθητής στο κιβώτιο, αν το μετατοπίσει με σταθερή ταχύτητα, κατά 10m; ($g=10m/s^2$).

10. Ένας αθλητής ανέβηκε τρέχοντας τα 300 σκαλοπάτια ενός πολυόροφου κτιρίου σε χρόνο 10min. Τα σκαλοπάτια έχουν ύψος 20cm. Αν η μάζα του αθλητή ήταν 80kg, να βρείτε:

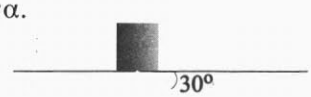
Α. Το έργο του βάρους του.

Β. Με ποιο ρυθμό αυξήθηκε η δυναμική ενέργεια του αθλητή ($g=10m/s^2$).

11. Να βρείτε το έργο μιας δύναμης η οποία μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά x=10m, κατά τη διευθυνσή της αν το μέτρο της είναι:

Α. F=4N Β. F=(10-x)N

12. Σ' ένα σώμα μάζας m=20kg, που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται δύναμη F=50N, υπό γωνία θ=60°, όπως φαίνεται στην εικόνα.



Α. Πόσο είναι το έργο της δύναμης για μετατόπιση του σώματος κατά x=10m;

Β. Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος όταν x=10m;

13. Ένας μαθητής πετάει μια πέτρα κατακόρυφα προς τα επάνω και το μέγιστο ύψος, που φτάνει αυτή είναι h=40m.

Α. Σε ποιο ύψος η κινητική ενέργεια της πέτρας είναι η μισή της αρχικής της;

Β. Σε ποιο ύψος η ορμή της πέτρας είναι η μισή της αρχικής της;

14. Ένα σώμα μάζας m=4kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα υ_0=10m/s. Από τη χρονική στιγμή t=0, ασκούμε στο σώμα δύναμη F=10N αντίθετης κατεύθυνσης με εκείνη της ταχύτητάς του.

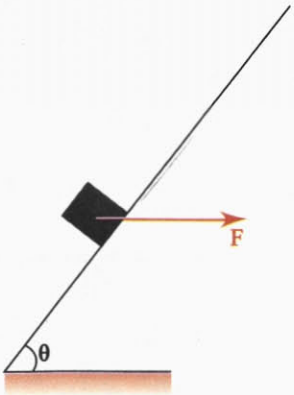
Να βρεθεί:

Α. Η ταχύτητα του σώματος μετά από διαδρομή x_1=7,2m.

Β. Η απόσταση που θα διανύσει το σώμα μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του.

***15.** Ένα σώμα μάζας m, είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο σώμα οριζόντια δύναμη, που η τιμή της μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση F = 8-x (x σε m, F σε N). Αν η ταχύτητα του σώματος μετά από μετακίνησή του κατά 10m είναι υ=2m/s, να βρείτε τη μάζα m του σώματος.

***16.** Ένα μικρό κιβώτιο με μάζα m=5kg συγκρατείται ακίνητο πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,4 όπως φαίνεται στην εικόνα.



Αν αυξήσουμε την τιμή της δύναμης, ώστε να γίνει F=100N το σώμα ολισθαίνει προς τα επάνω. Πόση ταχύτητα θα έχει μετά από μετατόπιση x=5m;

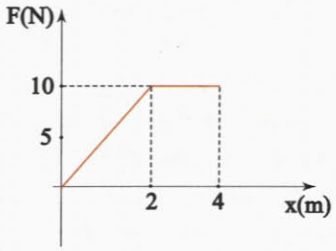
Δίνεται ότι g=10m/s^2, ημθ=0,6 συνθ=0,8 και ότι $\mu_{στmax}=\mu_{ολ}$.

***17.** Μια μπάλα έχει μάζα m=1kg και αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος H=20m.

Α. Με πόση ταχύτητα φτάνει η μπάλα στο έδαφος;

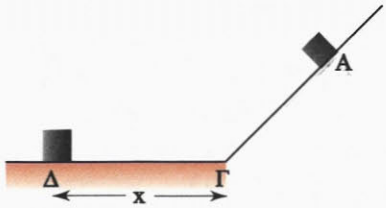
Β. Η ελάττωση της δυναμικής ενέργειας της μπάλας δίνεται όπως γνωρίζουμε από το έργο του βάρους. Να εκφράσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε το αντίστοιχο διάγραμμα. Δίνεται g=10m/s^2.

18. Ένα κιβώτιο μάζας m=2kg είναι ακίνητο, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Υποθέστε ότι στο κιβώτιο ασκούμε οριζόντια δύναμη, που η τιμή της μεταβάλλεται όπως φαίνεται στην εικόνα.



Πόση είναι η ταχύτητα του κιβωτίου όταν η μετατόπισή του είναι 4m;

***19.** Το σώμα μάζας m=2kg αφήνεται στο σημείο Α του λείου κεκλιμένου επιπέδου και μετά από διαδρομή x=5m, σταματάει στο σημείο Δ του οριζόντιου επιπέδου με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,6.



Α. Με πόση ταχύτητα φτάνει το σώμα στο σημείο Γ;

Β. Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια που

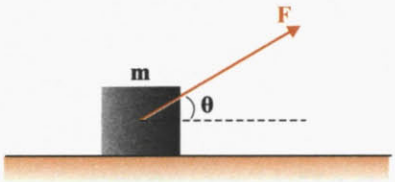
απαιτείται για να επαναφέρουμε το σώμα στο σημείο Α; Δίνεται $g=10m/s^2$.

***20.** Ένα κρουαζιερόπλοιο με μάζα $m=65\cdot10^7kg$ αποπλέει από την αποβάθρα με τις μηχανές του να αποδίδουν ισχύ ίση με $44\cdot10^3HP$. Αν η απώλεια ισχύος λόγω διαφόρων αιτιών, π.χ. τριβές ή ανατάραξη των νερών, ανέρχεται στο 50% και το σκάφος αποκτά ταχύτητα 32km/h σε χρόνο t, να βρείτε:

Α. Την κινητική ενέργεια του σκάφους τη χρονική στιγμή t.

Β. Το χρόνο t που χρειάσθηκε το σκάφος για να αποκτήσει την παραπάνω ταχύτητα.

***21.** Ένα σώμα μάζας m=2kg ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχει μ=0,25. Ασκούμε στο σώμα δύναμη F, που η τιμή της μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη μετατόπιση x του σημείου εφαρμογής της, σύμφωνα με τη σχέση F=10+5x (x σε m, F σε N).



Να υπολογίσετε:

Α. Κατά πόσο θα μετακινηθεί το σώμα, πριν εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο;

Β. Την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται: ημθ=0,8, συνθ=0,6 και $g=10m/s^2$.

22. Ένα σώμα μάζας m=1kg ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο σώμα κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα επάνω, που η τιμή της είναι F=30-x (x σε m, F σε N). Αν η δύναμη καταργείται αμέσως μετά το μηδενισμό της, να υπολογίσετε:

Α. Το έργο της δύναμης.

Β. Τη μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα ανεβαίνοντας.

Γ. Τη μέγιστη ανύψωση του σώματος.

Δ. Την ταχύτητα με την οποία το σώμα επιστρέφει στο οριζόντιο επίπεδο. ($g=10m/s^2$).

Κεφάλαιο 2.1

1. Η αντίσταση του αέρα λόγω της σταθερής ταχύτητας ανά σταθερή δύναμη και κατά συνέπεια το έργο της είναι:

$W = Ax = 4\upsilon x$ ή $W = 4 \cdot 30 \cdot 50J$ ή $W = 6000J$

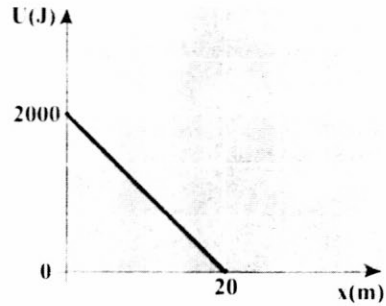
2. Α. Η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι:

$U = m g h = 10 \cdot 10 \cdot 20J$ ή $U = 2.000J$.

Β. Η δυναμική ενέργεια μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$U = m g x$

Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα είναι το παρακάτω:



3. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2} m\upsilon^2 - W_T = 0 \text{ ή } \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = T \cdot x \text{ ή}$$

$$x = \frac{\frac{1}{2} m\upsilon_0^2}{T} \text{ ή } x = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1000\, 15^2}{7500} m \text{ ή } x = 15m$$

4. Το σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του. Έτσι βρίσκουμε:

$$0 + W_B = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \text{ ή } mgh = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$\upsilon = \sqrt{2gh}$ και με αντικατάσταση $\upsilon = 20m/s$

Στο ύψος h το σώμα είχε μόνο δυναμική ενέργεια η οποία μετατρέπεται αρχικά σε κινητική ενέργεια και τελικά σε θερμότητα.

5. Επειδή ο γερανός ανεβάζει το κιβώτιο με σταθερή ταχύτητα, πρέπει να ασκεί δύναμη

$F = B$ ή $F = m\,g$ (α)

Επίσης για τη σταθερή ταχύτητα ανόδου έχουμε:

$$\upsilon = \frac{s}{t} \text{ ή } \upsilon = \frac{h}{t} \quad (\beta)$$

Έτσι η ζητούμενη ισχύς είναι $P = F\upsilon$ που με τη βοήθεια των (α) και (β) γίνεται:

$$P = mg\frac{h}{t} = 2000 \cdot 10\frac{60}{120}\,W \text{ ή } P = 10.000W$$

6. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$0 + W_B - W_T = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } mgh - T(A\Gamma) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$mg(A\Gamma)\eta\mu 30 - \mu mg \cdot (A\Gamma) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$2g(A\Gamma)\eta\mu 30 - 2\mu g(A\Gamma) = \upsilon^2$ και με αντικατάσταση: $\upsilon = 6m/s$.

7. Α. Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι $T = F$ και κατά συνέπεια:

$W_T = W_F = F \cdot x = 40 \cdot 5J$ ή $W_T = 200J$.

Β. Ο ζητούμενος ρυθμός αφού η εμφανιζόμενη θερμότητα εκφράζεται από το έργο της τριβής είναι:

$\frac{W_T}{t}$ που επειδή $t = \frac{x}{\upsilon}$ γίνεται:

$$\frac{W_T}{t} = \frac{W_T \cdot \upsilon}{x} = \frac{200 \cdot 4}{5}\,J/s \text{ ή } W_T = 160J/s$$

8. Η διατήρηση της ενέργειας για την αρχική και την τελική θέση της μπάλας μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την εμφανιζόμενη θερμότητα Q ως εξής:

$mgh_1 + 0 = mgh_2 + 0 + Q$ ή

$Q = mg\,(h_1 - h_2) = 2 \cdot 10\,(20 - 18)J$ ή $Q = 40J$

Έτσι το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\frac{Q}{mgh_1} \cdot 100 = \frac{40}{400} \cdot 100 = 10\%$$

9. Η οριζόντια δύναμη F που ασκεί ο μαθητής είναι ίση με την τριβή T, ώστε το κιβώτιο να κινείται με σταθερή ταχύτητα.
Δηλαδή: $F = T = \mu mg = 0{,}5 \cdot 100 \cdot 10N$ ή
$F = 500N$

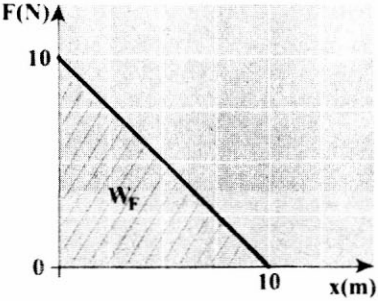
Η προσφερόμενη ενέργεια είναι ίση με το έργο της δύναμης F.
Έτσι βρίσκουμε:
Προσφερόμενη ενέργεια = $WF = F \cdot x = 500 \cdot 10J = 5.000J$.

10. Α. Το έργο του βάρους το οποίο είναι δύναμη συντηρητική εξαρτάται από την κατακόρυφη απόσταση της αρχικής και της τελικής θέσης και όχι από τη διαδρομή.
Έτσι βρίσκουμε:
$W_B = Bh = mgh = 80 \cdot 10 \cdot 300 \cdot 0{,}2J$ ή
$W_B = 48000J$.

Β. Ο ζητούμενος ρυθμός είναι:

$$\frac{W_B}{t} = \frac{48000}{10 \cdot 60} J/s \text{ ή } \frac{W_B}{t} = 80J/s$$

11. Α. Επειδή η δύναμη είναι σταθερή έχουμε:
$W_F = F \cdot x = 4 \cdot 10J$ ή $W_F = 40J$.



Β. Στην περίπτωση αυτή το έργο της δύναμης υπολογίζεται γραφικά από το διάγραμμα F-x.

Έτσι $W_F = \frac{1}{2} 10 \cdot 10J$ ή $W_F = 50J$

12. Α. Το έργο της F είναι ίσο με το έργο της παράλληλης προς την κίνηση συνιστώσα της F_x.

Δηλαδή: $W_F = W_{Fx} = F \cdot \sigma\upsilon\nu 60 \cdot x = 50 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10J$ ή $W_F = 250J$

Β. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$0 + W_F = \frac{1}{2} m\upsilon^2$ ή $\upsilon = \sqrt{\frac{2W_F}{m}}$ και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$\upsilon = 5m/s$.

13. Α. Από την εξίσωση της κινηματικής $h_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$ βρίσκουμε για την αρχική ταχύτητα υ_0 της πέτρας:

$\upsilon_0 = \sqrt{2gh_{max}}$ ή $\upsilon_0\sqrt{800}m/s$.

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + mgx \text{ ή } \frac{1}{4}m\upsilon_0^2 = mgx$$

$$\text{ή } x = \frac{\frac{1}{4}800}{10}m \text{ ή } x = 20m$$

Β. Στο ζητούμενο ύψος x΄ το σώμα έχει ταχύτητα υ, ώστε

$$m\upsilon = \frac{1}{2}m\upsilon_0 \text{ ή } \upsilon = \frac{1}{2}\sqrt{800}m/s.$$

Έτσι από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgx' \text{ ή}$$

$$x' = \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}{29} = \frac{800 - 200}{20}m \text{ ή } x' = 30m$$

14. Α. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - F \cdot x = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{m\upsilon_0^2 - 2F_x}{m}}$$ και με αντικατάσταση υ=8m/s.

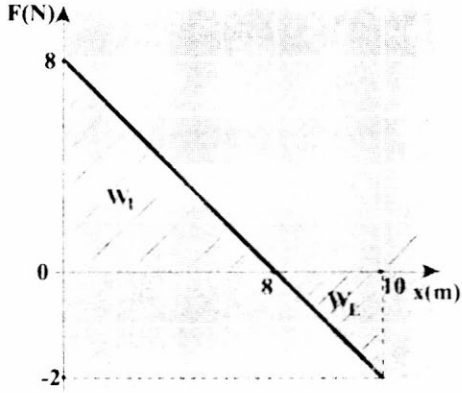
Β. Για τη ζητούμενη απόσταση έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - F \cdot x = 0 \text{ ή } x = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2}{F} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^2}{10}m \text{ ή } x=20m$$

15. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + W_F = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad (\alpha)$$

Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται γραφικά:



F	X
8	0
0	8
-2	10

$$W_F = W_1 - W_2 = \left(\frac{1}{2}8\cdot 8 - \frac{1}{2}2\cdot 2\right)J \text{ ή } W_F = 30J.$$

Έτσι από τη σχέση (α) βρίσκουμε:

$$m = \frac{2W_F}{\upsilon^2} = \frac{2\cdot 30}{4}kg \text{ ή } m = 15kg$$

16. Το σώμα επιταχύνεται πρός τα επάνω με την επίδραση των δυνάμεων Fσυνθ, T και mgημθ. Για την τριβή T βρίσκουμε:

$T = \mu F_x$ ή

$T = \mu(F\eta\mu\theta + mg\sigma\upsilon\nu\theta) = 0{,}4\,(100\cdot 0{,}6 + 5\cdot 100{,}8)N$ ή

$T = 40N$

Έτσι από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + F\sigma\upsilon\nu\theta\cdot x - T\cdot x - mg\eta\mu\theta x = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2F\sigma\upsilon\nu\theta\cdot x - 2T\cdot x - 2mg\eta\mu\theta\cdot x}{m}}$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε: $\upsilon = \sqrt{20}m/s$

17. Α. Η μπάλα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους, οπότε:

$$0 + mgH = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } \upsilon = \sqrt{2gH} \text{ ή } \upsilon = 20m/s$$

Β. Έχουμε ότι:

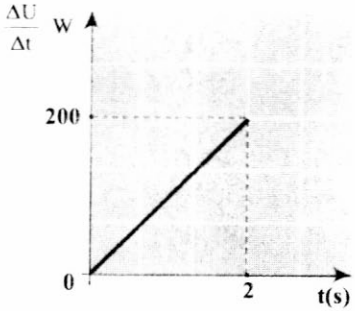
$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{W_B}{\Delta t} = P_B = B\cdot\upsilon = mg\upsilon.$$

Αλλά η μπάλα κάνει ελεύθερη πτώση, οπότε: $\upsilon = gt$.
Έτσι καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = mg \cdot gt = mg^2 t \text{ ή } \frac{\Delta U}{\Delta t} = 100t \qquad (\alpha)$$

Από τη σχέση $H = \frac{1}{2} gt^2$ βρίσκουμε ότι ο χρόνος κίνησης της μπάλας είναι: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ ή $t = 2s$.

Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα (σχέση α) είναι:



18. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + W_F = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \quad (\alpha)$$

Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται από το αντίστοιχο εμβαδό. Έτσι:

$$W_F = \frac{4+2}{2} \cdot 10J \text{ ή } W_F = 30J.$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (α) βρίσκουμε:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2W_F}{m}} \text{ ή } \upsilon = \sqrt{30} m/s$$

19. Α. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μεταξύ των σημείων Γ και Δ έχουμε:

$$\frac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2 - W_T = 0 \text{ ή } \frac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2 - \mu mgx = 0 \text{ ή}$$

$\upsilon_\Gamma = \sqrt{2\mu gx}$ και με αντικατάσταση $\upsilon_\Gamma = \sqrt{60} m/s$.

Β. Αρκεί να φέρουμε το σώμα στο σημείο Α με μηδενική ταχύτητα. Αυτό σημαίνει ότι η απαιτούμενη ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του σώματος στο σημείο Α και το έργο της τριβής W_T από το Δ έως το Γ. Δηλαδή:

$W_{απαιτ} = U_A + W_T$.

Αλλά $U_A = \frac{1}{2}mυ_Γ^2$ όπως και $W_T = \frac{1}{2}mυ_Γ^2$.

Έτσι: $W_{απαιτ} = 2\frac{1}{2}mυ_Γ^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 60J$ ή

$W_{απαιτ} = 120J$

20. Α. Για τη ζητούμενη κινητική ενέργεια έχουμε:

$$K = \frac{1}{2}mυ^2 = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{32 \cdot 10^3}{3600}\right)^2 J \text{ ή}$$

$K = 2{,}57 \cdot 10^{10}J$

Β. Η ωφέλιμη ισχύς είναι το 50% της αποδιδόμενης, δηλαδή:

$P = 22 \cdot 10^3 HP = 22 \cdot 745{,}7 \cdot 10^3 W$ ή

$P = 16405 \cdot 10^3 W$.

Όμως η ωφέλιμη ενέργεια που αποδίδουν οι μηχανές μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του κρουαζερόπλοιου. Έτσι:

$$P = \frac{K}{t} \text{ ή } t = \frac{K}{P} = \frac{2{,}57 \cdot 10^{10}}{16405 \cdot 10^3} s \text{ ή}$$

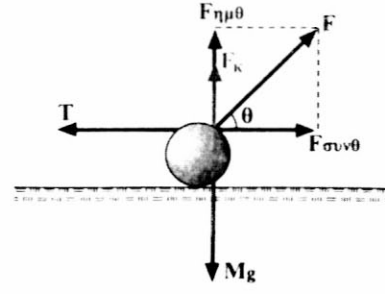
$t = 1{,}57 \cdot 10^3 s$ ή $t = 26min$

21. Α. Το σώμα θα εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο όταν η κατακόρυφη συνιστώσα της F γίνει ίση με το βάρος του, οπότε $F_κ = 0$.

Δηλαδή όταν:

$F_{ημθ} = mg$ ή $(10 + 5x)0{,}8 = 20$, από την οποία βρίσκουμε $x = 3m$.

Β. Γράφουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη διαδρομή των 3m και έχουμε:



$0 + W_{Fσυνθ} - W_T = \frac{1}{2}mυ^2$ (α)

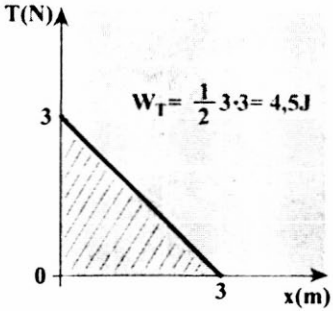
Για την τριβή Τ έχουμε:

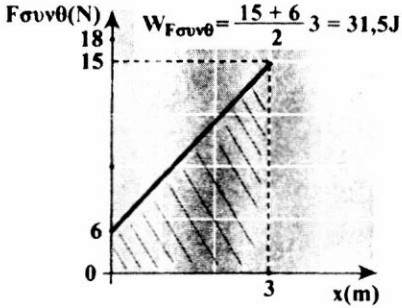
$T = μF_κ = μ(mg - Fημθ)$ ή

$T = 0{,}25[20 - (10 + 5x)0{,}8]$ ή

$T = 3 - x$

Επίσης Fσυνθ = (10 + 5x)0,6 ή Fσυνθ = 6 + 3x.
Από τα αντίστοιχα διαγράμματα βρίσκουμε το έργο της T και της Fσυνθ.

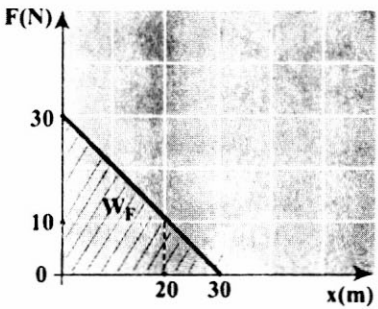




Αντικαθιστούμε στην (α) και βρίσκουμε:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2W_{F\sigma\upsilon\nu\theta} - 2W_T}{m}} \text{ ή } \upsilon = 3\sqrt{3}m/s$$

22. Α. Το ζητούμενο έργο υπολογίζεται γραφικά:



$$W_F = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 30J \text{ ή } W_F = 450J$$

Β. Το σώμα αποκτά μέγιστη ταχύτητα, όταν:
ΣF = 0 ή mg = 30 - x ή x = 20m.
Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη διαδρομή x έχουμε:

$$0 + W_F - mgx = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\frac{30+10}{2} 20 - 10 \cdot 20 = \frac{1}{2} 1\upsilon^2 \text{ ή } \upsilon = 20m/s$$

Γ. Μέγιστη ανύψωση x_μ έχουμε όταν η ταχύτητα γίνει μηδέν.
$0 + W_F - mgx_\mu = 0$ ή

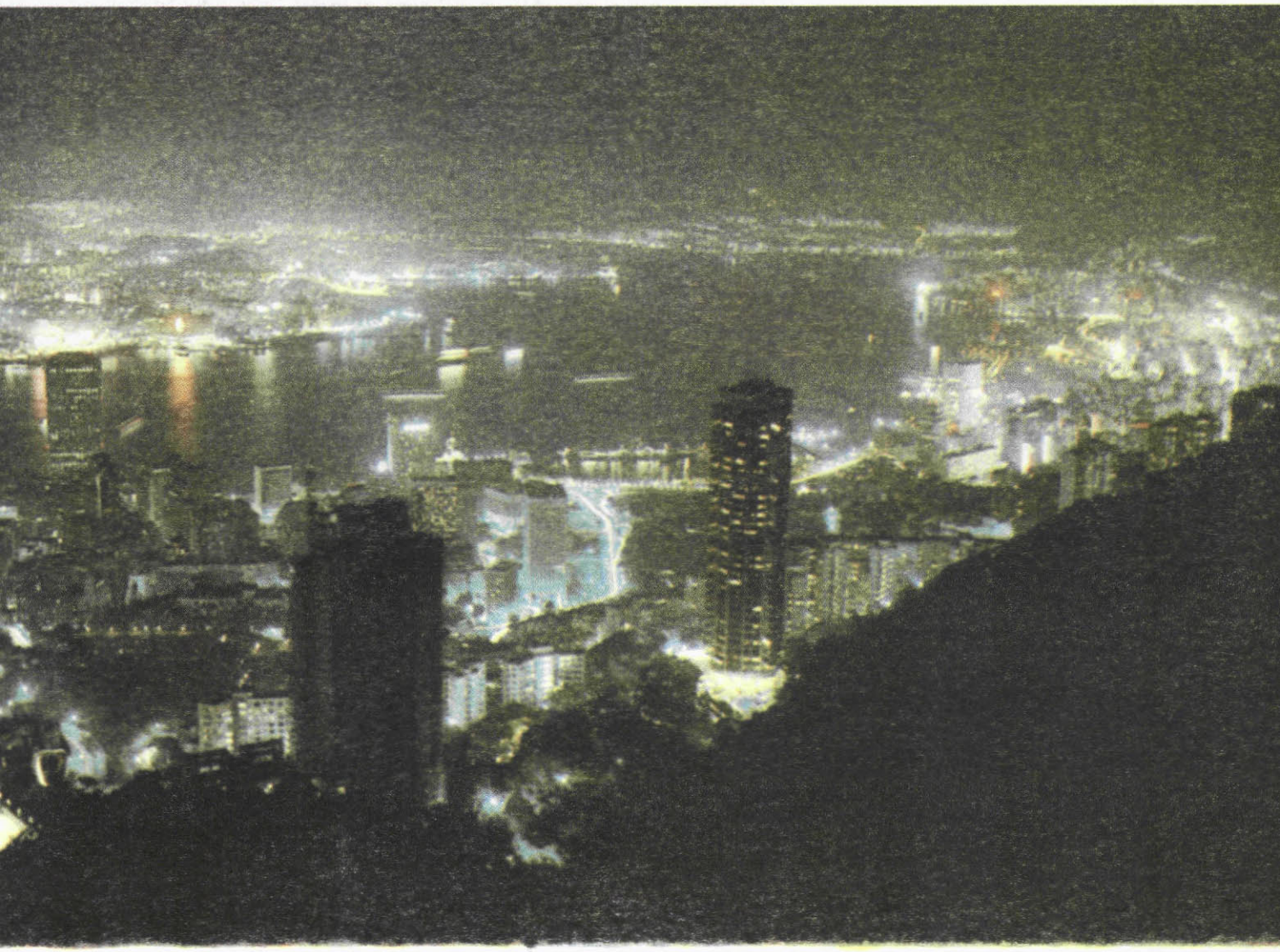
$$x_\mu = \frac{W_F}{mg} = \frac{\frac{1}{2} 30 \cdot 30}{1 \cdot 10} m \text{ ή } x_\mu = 45m$$

Δ. Το σώμα επιστρέφει εκτελώντας ελεύθερη πτώση από ύψος x_μ. Έτσι:

$$0 + mgx_\mu = \frac{1}{2} m\upsilon'^2 \text{ ή } \upsilon' = \sqrt{2gx_\mu} \text{ ή}$$

$$\upsilon' = 30m / s.$$

2.2 Διατήρηση της ολικής ενέργειας και υποβάθμιση της ενέργειας



Στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε διάφορες μορφές ενέργειας για να θερμάνουμε ή να ψύξουμε σώματα, για να φωτίσουμε τους διάφορους χώρους, για να θέσουμε σε λειτουργία διάφορες συσκευές κ.λπ. Η θέρμανση και η ψύξη των σωμάτων αποτέλεσαν ένα πρόβλημα στην ιστορία της επιστήμης του οποίου η επίλυση έφερε σημαντικές αλλαγές στην τεχνολογία και την κοινωνία γενικότερα μέσα από επιτεύγματα όπως η ατμομηχανή και οι μηχανές εσωτερικής καύσης. Το θεωρητικό υπόβαθρο των σημαντικών αυτών επιτευγμάτων είναι η σωματιδιακή δομή της ύλης και οι δύο βασικές μορφές της ενέργειας: η κινητική και η δυναμική.

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τη σχέση της θερμότητας με τη θερμοκρασία και με τις αλλαγές στην κινητική ενέργεια των δομικών λίθων των διαφόρων σωμάτων. Θα ερμηνεύσουμε τις ιδιότητες των αερίων (π.χ. σχέση πίεσης-όγκου) αναφερόμενοι στο πλήθος, στις ιδιότητες των μορίων και την κινητική τους ενέργεια.

Με τη βοήθεια της κινητικής θεωρίας της ύλης, μπορούμε να κατανοήσουμε τη μετατροπή των διαφόρων μορφών ενέργειας οι οποίες συμβαίνουν στις μηχανές, καθώς επίσης και την υποβάθμισή της, τη μετατροπή δηλαδή όλων των μορφών ενέργειας σε θερμότητα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ας θυμηθούμε ότι... 199
2.2.1 Η κινητική θεωρία της ύλης και η θερμότητα 203
2.2.2 Ιδιότητες των αερίων 205
Ένθετο. Νόμος του Boyle 207
2.2.3 Εσωτερική ενέργεια 209
2.2.4 Θερμότητα και διατήρηση της ολικής ενέργειας 210
2.2.5 Η θερμότητα και η μηχανική ενέργεια 212
2.2.6 Μηχανές και ενέργεια 214
Ένθετο: Ο κινητήρας του αυτοκινήτου 215
2.2.7 Απόδοση μηχανής 216
2.2.8 Υποβάθμιση της ενέργειας 218
Ένθετο: Αειμίνητο 220
Ένθετο: Η εσωτερική ενέργεια της ατμόσφαιρας και ο καιρός 222
Περίληψη 226
Ερωτήσεις 227
Ασκήσεις - Προβλήματα 231

Ας θυμηθούμε ότι...

Στην καθημερνή ζωή χρησιμοποιούμε διάφορους τρόπους για να θερμάνουμε ή να ψύξουμε τα υλικά σώματα. Οι τρόποι αυτοί, σύμφωνα με την επιστημονική άποψη είναι μόνο τρεις:

1 Θέρμανση/ψύξη με αγωγή.

Θέρμανση-ψύξη με αγωγή έχουμε στις περιπτώσεις που δύο σώματα με διαφορετική θερμοκρασία βρίσκονται σε επαφή μεταξύ τους. Τότε θερμότητα από το σώμα που βρίσκεται σε υψηλή θερμοκρασία μεταφέρεται στο σώμα που βρίσκεται σε χαμηλή θερμοκρασία. Με τον τρόπο αυτό π.χ. ερμηνεύεται γιατί θερμαίνεται το περιεχόμενο των μαγειρικών σκευών όταν τοποθετούνται στην εστία της ηλεκτρικής κουζίνας (μάτι της κουζίνας). Τα μαγειρικά σκεύη και το περιεχόμενό τους έχουν συνήθως τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος ενώ στην ηλεκτρική εστία η θερμοκρασία αυξάνεται λόγω μετατροπής της ηλεκτρικής ενέργειας σε θερμότητα. Με τον ίδιο τρόπο εξηγείται η ψύξη του φαγητού όταν "κλείσουμε το μάτι της κουζίνας". Το φαγητό και το μαγειρικό σκεύος βρίσκονται σε υψηλότερη θερμοκρασία από ότι ο ατμοσφαιρικός αέρας που τα περιβάλλει.

2 Θέρμανση/ψύξη με μεταφορά.

Θέρμανση-ψύξη με μεταφορά έχουμε στις περιπτώσεις όπου ένα ρευστό (υγρό ή αέριο) μεταφέρει θερμότητα από το σώμα που βρίσκεται σε υψηλή θερμοκρασία σε αυτό που βρίσκεται σε χαμηλότερη. Με τον τρόπο αυτό οι ζεστές αέριες μάζες, δηλαδή ο ζεστός άνεμος, προερχόμενος από μια περιοχή με υψηλή θερμοκρασία θερμαίνει μιαν άλλη που έχει χαμηλή θερμοκρασία. Με τον ίδιο επίσης τρόπο στα συστήματα κεντρικής θέρμανσης των πολυκατοικιών μεταφέρονται ποσά θερμότητας από το λέβητα του καλοριφέρ στα διαμερίσματα, μέσω του νερού που κυκλοφορεί στο σύστημα σωληνώσεων.

3 Θέρμανση/ψύξη με ακτινοβολία.

Για τη θέρμανση ή την ψύξη με ακτινοβολία δεν είναι προϋπόθεση η διαμεσολάβηση κάποιου υλικού μέσου όπως στις δύο προηγούμενες. Η ενέργεια μεταφέρεται από το ένα σώμα στο άλλο μέσω ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Τα σώματα που βρίσκονται σε υψηλότερη θερμοκρασία

ακτινοβολούν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία σε διάφορα μήκη κύματος. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η θέρμανση της γης από τον ήλιο μέσω της ορατής (φως) και της αόρατης, δηλαδή της υπεριώδους και της υπέρυθρης ακτινοβολίας.

Οι τρεις αυτοί τρόποι θέρμανσης συνυπάρχουν σε όσα φαινόμενα παρατηρούμε στην καθημερινή μας ζωή, μιας και όλα τα σώματα βρίσκονται σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα ο οποίος τα θερμαίνει ή τα ψύχει με τους δύο πρώτους τρόπους. Για παράδειγμα κατά τη λειτουργία του ηλεκτρικού λαμπτήρα πυράκτωσης τα σώματα που βρίσκονται γύρω από αυτόν θερμαίνονται διότι:

α) ο λαμπτήρας ακτινοβολεί φως,

β) ο λαμπτήρας βρίσκεται σε επαφή με τον αέρα και τον θερμαίνει,

γ) ρεύματα μεταφοράς του αέρα μεταφέρουν τη θερμότητα στα ψυχρότερα μέρη του χώρου.

Διαστολή των σωμάτων.

Ανεξάρτητα από τον τρόπο θέρμανσης τα υλικά σώματα διαστέλλονται όταν αυξάνεται η θερμοκρασίας τους. Όταν μία διάσταση ενός σώματος είναι πολύ μεγάλη σε σύγκριση με τις άλλες (όπως στην περίπτωση μιας λεπτής και μεγάλου μήκους ράβδου) εξετάζουμε τη διαστολή του σώματος μόνο κατά τη διάσταση αυτή.

Η διαστολή του σώματος κατά μία διάστασή του ονομάζεται **γραμμική διαστολή**.

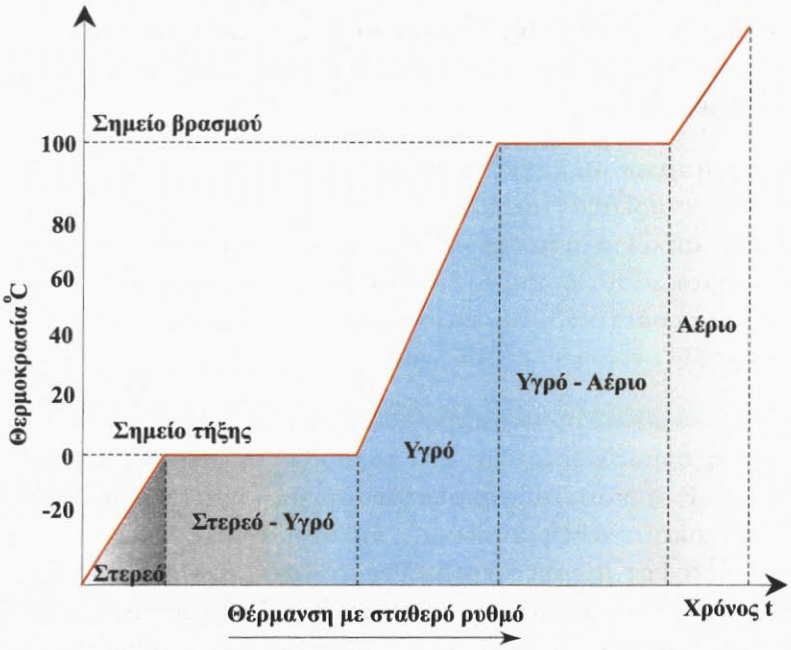
Πειραματικά έχει βρεθεί ότι η διαστολή είναι ανάλογη της θερμοκρασίας του σώματος, δεδομένο που αξιοποιείται στην κατασκευή των θερμομέτρων τα οποία περιέχουν υδράργυρο ή οινόπνευμα. Στα θερμόμετρα της κλίμακας Κελσίου η τιμή 0 °C αντιστοιχεί στην τήξη του πάγου ενώ η τιμή 100 °C στο βρασμό του νερού σε κανονικές συνθήκες πίεσης, δηλαδή τη μία Ατμόσφαιρα (1atm) που επικρατεί στην επιφάνεια της θάλασσας. Το διάστημα μεταξύ αυτών των δύο θέσεων διαιρείται σε 98 ίσα τμήματα τα οποία αντιστοιχούν στις υπόλοιπες τιμές της κλίμακας Κελσίου. Η μονάδα μέτρησης της θερμοκρασίας είναι ο ένας βαθμός Κελσίου (1 °C) που αντιστοιχεί σε μία από τις 100 υποδιαιρέσεις της κλίμακας που κατασκευάζατε με τον τρόπο που περιγράψαμε.

Αλλαγές φάσεων.

Τοποθετώντας ένα θερμόμετρο σε επαφή με ένα στερεό

ή μέσα σε ένα ρευστό π.χ. υγρό ή αέριο αυτό μετά από λίγο, λόγω επαφής, αποκτά τη θερμοκρασία του υλικού. Η διαστολή ή συστολή του υγρού που περιέχει το θερμόμετρο μας επιτρέπει να μετρήσουμε τη θερμοκρασία του υγρού ή του αερίου χρησιμοποιώντας την κλίμακα με την οποία το έχει εφοδιάσει ο κατασκευαστής του.

Με τη βοήθεια ενός θερμομέτρου μπορούμε να καταγράψουμε τις αλλαγές που συμβαίνουν σε ένα σώμα, όπως σ' ένα στερεό. Έτσι θα παρακολουθήσουμε τη σταδιακή του μετατροπή αρχικά σε υγρό και στη συνέχεια σε αέριο ή σύμφωνα με την επιστημονική ορολογία την **αλλαγή φάσης** από τη φάση του στερεού στη φάση του υγρού και από τη φάση του υγρού στην αέρια φάση. Στο διάγραμμα της εικόνας 1, φαίνονται οι αλλαγές φάσης ενός κομματιού πάγου από τη φάση του στερεού έως και την αέρια φάση.



Εικόνα 1

Στο διάγραμμα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι:

1. Κατά τη θέρμανση αυξάνεται η θερμοκρασία του σώματος μέχρις ότου αρχίσει η μετατροπή του σε υγρό.
2. Η μετατροπή του στερεού σε υγρό, ή σύμφωνα με την επιστημονική ορολογία η **τήξη** του, γίνεται χωρίς να αυξηθεί η θερμοκρασία η οποία παραμένει σταθερή έως ότου μετατραπεί ολόκληρη η ποσότητα σε υγρό.
3. Στη συνέχεια αυξάνει η θερμοκρασία του υγρού και

εμφανίζονται ατμοί στην επιφάνειά του, εμφανίζεται δηλαδή το φαινόμενο της εξάτμισης. Καθώς αυξάνει η θερμοκρασία του υγρού σχηματίζονται φυσαλίδες στο εσωτερικό του των οποίων ο αριθμός διαρκώς αυξάνει.

4. Όταν οι φυσαλίδες παράγονται από ολόκληρη τη μάζα του υγρού, σύμφωνα με την επιστημονική ορολογία συμβαίνει το φαινόμενο του **βρασμού.** Κατά το βρασμό η θερμοκρασία του υγρού παραμένει σταθερή ενώ αυτό σταδιακά μετατρέπεται σε αέριο.
5. Αν το αέριο που παράγεται από την παραπάνω διαδικασία συλλεγεί σε κατάλληλα διαμορφωμένο δοχείο μπορούμε να αυξήσουμε ακόμα περισσότερο τη θερμοκρασία του. Η αντίστροφη πορεία, δηλαδή η σταδιακή μείωση της θερμοκρασίας θα επαναφέρει το υλικό που βρίσκεται στην αέρια φάση στη φάση του υγρού, δηλαδή θα προκαλέσει την **υγροποίησή** του. Αν συνεχιστεί η μείωση της θερμοκρασίας τελικά το υγρό θα στερεοποιηθεί και το σώμα θα επανέλθει στη φάση του στερεού.

Οι παραπάνω αλλαγές καθώς επίσης και πολλά άλλα φαινόμενα επηρεάζονται από την πίεση. Για παράδειγμα η πίεση που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας στο υγρό επηρεάζει τη θερμοκρασία βρασμού του νερού με αποτέλεσμα αυτή να είναι διαφορετική στην επιφάνεια της θάλασσας από ότι στην κορυφή ενός ψηλού βουνού.

Πίεση.

Η **πίεση** συμβολίζεται με P, υπολογίζεται από το πηλίκο F/S, όπου F η κάθετα ασκούμενη δύναμη και S η επιφάνεια στην οποία αυτή ασκείται, δηλαδή P=F/S.

Η μονάδα της πίεσης στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων S.I. είναι το 1Pa (1 Πασκάλ, προς τιμήν του Γάλλου επιστήμονα Blaise Pascal). Το 1Pa είναι η πίεση μιας δύναμης 1 Νιούτον που ασκείται κάθετα σε επιφάνεια ενός τετραγωνικού μέτρου. Επειδή η μονάδα 1Pa είναι πολύ μικρή, στην πράξη χρησιμοποιούνται πολλαπλάσιά της όπως το 1kPa ($1kPa=10^3Pa$). Στην πράξη, χρησιμοποιείται επίσης η μονάδα 1atm (1 ατμόσφαιρα) η οποία αντιστοιχεί στην πίεση του ατμοσφαιρικού αέρα στην επιφάνεια της θάλασσας. Η αντιστοιχία μεταξύ των δύο αυτών μονάδων είναι

$$1atm=1{,}013\cdot 10^5\,\frac{N}{m^2}=1{,}013\cdot 10^5 Pa.$$

2.2.1 Η κινητική θεωρία της ύλης και η θερμότητα

Όλοι μας έχουμε εμπειρία των τρόπων με τους οποίους μπορούμε να θερμάνουμε ή να ψύξουμε ένα σώμα. Επίσης όλοι γνωρίζουμε τις αλλαγές που θα συμβούν λόγω θέρμανσης (τήξη, βρασμός, διαστολή) ή λόγω ψύξης (υγροποίηση, συστολή, πήξη). Τις αλλαγές αυτές (φυσικά φαινόμενα) τις περιγράφουμε χρησιμοποιώντας τις έννοιες της ***θερμότητας*** και της ***θερμοκρασίας***. Έτσι μπορούμε να συσχετίσουμε τη θέρμανση με τη αύξηση της θερμοκρασίας και την ψύξη με την μείωση της θερμοκρασίας ή να λέμε ότι η θέρμανση γίνεται με προσφορά θερμότητας και η ψύξη με αφαίρεση θερμότητας από ένα σώμα. Αλλά τι ακριβώς είναι η θερμότητα και τι είναι η θερμοκρασία;

Τα ερωτήματα για τη φύση της θερμότητας και τη σχέση της με την ενέργεια, απασχόλησαν έντονα τους επιστήμονες του 17ου, 18ου και 19ου αιώνα. Οι απαντήσεις που δόθηκαν σχετίζονται με τις εξελίξεις σε διάφορους τομείς, όπως η μελέτη των αερίων στη Φυσική, οι θεωρίες για τα άτομα και τα μόρια στη Χημεία, η κατασκευή των θερμικών μηχανών (ατμομηχανές) στην τεχνολογία κ.α.

Η συνεισφορά της Χημείας στην απάντηση των ερωτημάτων είναι ότι η ύλη οικοδομείται από άτομα τα οποία σχηματίζουν μόρια. Τόσο τα άτομα όσο και τα μόρια έχουν δυο βασικά χαρακτηριστικά: α) να κινούνται β) να αλληλεπιδρούν ασκώντας ελκτικές και απωστικές δυνάμεις. Σύμφωνα με όσα αναφέραμε στις ενότητες 1.3 και 2.2, εφόσον τα μόρια κινούνται θα έχουν κινητική ενέργεια, ενώ για την αλλαγή της ταχύτητας τους απαιτείται να ασκηθεί δύναμη. Επίσης, εφόσον τα μόρια ή τα άτομα αλληλεπιδρούν, έχουν δυναμική ενέργεια.

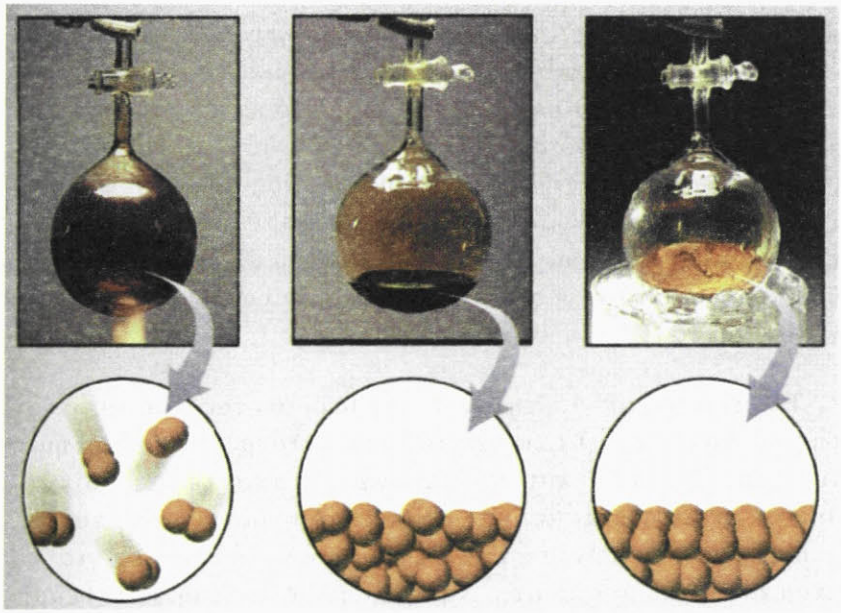
Στην περίπτωση των αερίων θεωρούμε τα μόρια ως συμπαγείς σφαίρες που κινούνται ατάκτως προς όλες τις κατευθύνσεις.

Στα *αραιά* αέρια, σ' αυτά δηλαδή που οι αποστάσεις μεταξύ των μοριών θεωρούνται σχετικά μεγάλες, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ασκούνται δυνάμεις μόνο κατά τη διάρ-

κεια των συγκρούσεων μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο βρίσκονται. Κατά συνέπεια *η ενέργεια που έχουν τα μόρια είναι μόνο κινητική.*

Στις περιπτώσεις των πυκνών αερίων καθώς επίσης και στα υγρά, τα μόρια εκτός από κινητική ενέργεια, λόγω της άτακτης κίνησής τους, έχουν και δυναμική. Η δυναμική ενέργεια οφείλεται στις δυνάμεις που ασκούνται διαρκώς μεταξύ τους και όχι μόνο κατά τη διάρκεια των κρούσεων. Στα στερεά δεν υπάρχει αυτή η άτακτη κίνηση των μορίων, αλλά σ' αυτά τα μόρια ταλαντώνονται γύρω από τη θέση ισορροπίας τους.

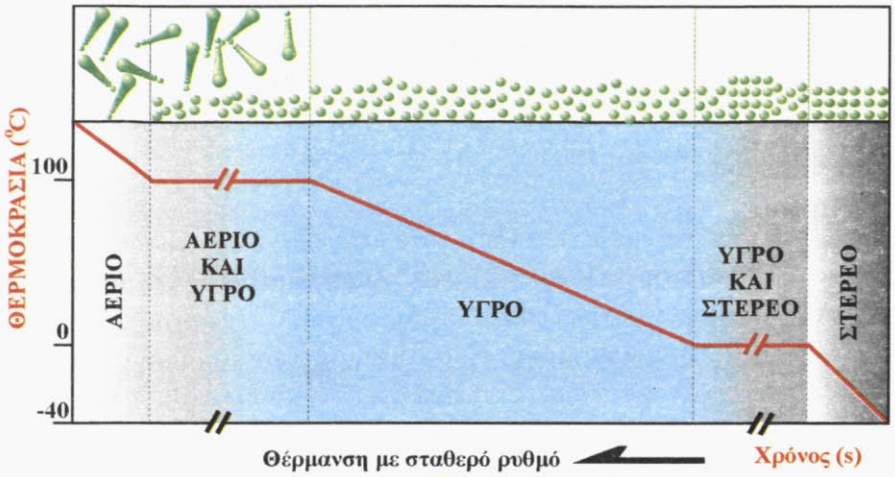
Στην εικόνα 2.2.1 έχουν αναπαρασταθεί ένα αέριο, ένα υγρό και ένα στερεό. Επίσης στην εικόνα 2.2.2 αναπαρίστανται οι αλλαγές κατάστασης ενός υλικού.



Εικόνα 2.2.1

Εκτός από τα αέρια και στα υγρά και στερεά τα μόρια ή τα άτομα κινούνται. Στην παραπάνω εικόνα δεν σημειώνεται η κίνηση αυτή.

Όπως φαίνεται στις εικόνες 2.2.1 και 2.2.2, τα μόρια των σωμάτων αναπαρίστανται με σφαιρίδια, ενώ η μεταξύ τους απόσταση αντιπροσωπεύει το κενό που υπάρχει μεταξύ των μορίων. Η κίνηση των μορίων δείχνεται με βέλη που αντιπροσωπεύουν την ταχύτητα ή με σκιές που δείχνουν τις προηγούμενες θέσεις τους. Πρέπει να τονίσουμε ότι τα χρώματα δεν αντιπροσωπεύουν το χρώμα των μορίων ούτε το μέγεθος των σφαιριδίων, το μέγεθος των μορίων. Πρόκειται για ζωγραφιές του σωματιδιακού προτύπου της ύλης που μας διευκολύνουν να κατανοήσουμε το μικρόκοσμο.



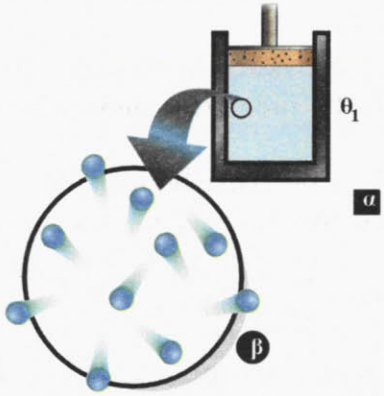
Εικόνα 2.2.2

2.2.2 Ιδιότητες των αερίων

α) Η πίεση

Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε τις ιδιότητες των αερίων με τη βοήθεια της κινητικής θεωρίας της ύλης.

Το μεγάλο κενό μεταξύ των μορίων, που φαίνεται στην εικόνα 2.2.3β, είναι αναμενόμενο διότι η εμπειρία δείχνει ότι τα αέρια συμπιέζονται πολύ εύκολα.



Εικόνα 2.2.3

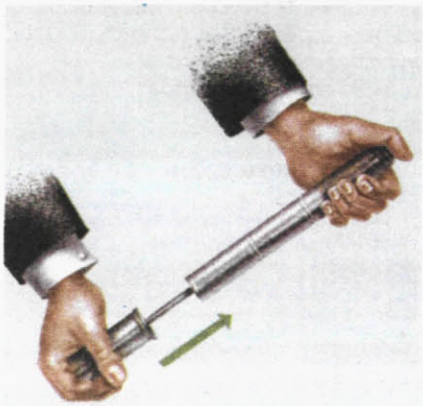
Εικόνα 2.2.3α
Φαίνεται ένας κύλινδρος που περιέχει ένα αέριο αεροστεγώς κλεισμένο με έμβολο βάρους Β. Το έμβολο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές.

Εικόνα 2.2.3β
Έχει αναπαρασταθεί σε μεγέθυνση μέρος του αερίου της εικόνας 2.2.3α. Στην αναπαράσταση αυτή τα μόρια του αερίου συμβολίζονται με μπλε σφαιρίδια.

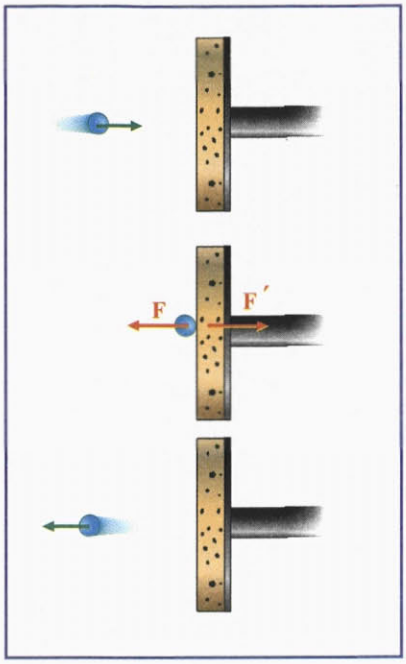
Η εμπειρία μας αυτή εναρμονίζεται με τα πειραματικά ευρήματα σύμφωνα με τα οποία ο ατμοσφαιρικός αέρας μπορεί να συμπιεστεί, εικόνα 2.2.4. Με κατάλληλες διατάξεις ο αέρας μπορεί να συμπιεστεί στο 1/800 του αρχικού του όγκου προκειμένου να αποκτήσει συμπεριφορά υγρού.

Παρατηρούμε ότι παρά το μεγάλο κενό μεταξύ των μορίων, το αέριο που υπάρχει στον κύλινδρο "σηκώνει" το βάρος του εμβόλου.

Θα μας ήταν εύκολο να κατανοήσουμε αυτό που συμβαίνει, αν το βάρος του εμβόλου υποστηριζόταν από κάποιο υγρό, που είναι πρακτικά ασυμπίεστο, επειδή τα μόρια του είναι σε επαφή μεταξύ τους.



Εικόνα 2.2.4
Ο ατμοσφαιρικός αέρας και γενικά όλα τα αέρια είναι συμπιεστά.



Εικόνα 2.2.5

Η δύναμη F από το έμβολο είναι αυτή που προκάλεσε την αλλαγή της ορμής του μορίου, ενώ στο έμβολο ασκήθηκε από το μόριο η δύναμη F′.

Πώς όμως μπορεί να στηρίξει ένα τόσο αραιό σώμα, όπως ο αέρας, το βάρος του εμβόλου;

Ας θεωρήσουμε ένα μόριο του αερίου το οποίο κινείται προς την επιφάνεια του εμβόλου και ανακλάται στην αντίθετη κατεύθυνση (Εικ. 2.2.5).

Αν σκεφτούμε ότι ακόμα και μια ελάχιστη ποσότητα αερίου π.χ. όση περιέχεται στο χώρο που καταλαμβάνει η κεφαλή μιας καρφίτσας, περιέχει 10^{17} μόρια, (δηλαδή 100.000 τρισεκατομμύρια) ο αριθμός των μορίων στον κύλινδρο είναι ασύλληπτα μεγάλος. Τα μόρια που υπάρχουν στο δοχείο συγκρούονται μεταξύ τους καθώς επίσης και με τα τοιχώματα του δοχείου. Συνεπώς κάθε χρονική στιγμή ένας αριθμός από το τεράστιο πλήθος των μορίων συγκρούεται με το έμβολο.

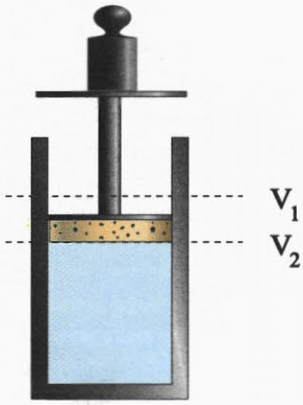
Η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούν τα μόρια στο έμβολο, είναι υπεύθυνη για τη στήριξη του εμβόλου.

Τι άραγε θα συμβεί αν τοποθετήσουμε ένα σώμα βάρους Β πάνω στο έμβολο και αυξηθεί η πίεση που ασκείται στο αέριο; Αν πραγματοποιήσουμε το πείραμα θα διαπιστώσουμε ότι:

α) ο όγκος του αερίου γίνεται μικρότερος,

β) το έμβολο ισορροπεί πάλι (Εικ. 2.2.6).

Συνεπώς, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούν τα μόρια στο έμβολο, συνολικά, εξισορροπεί την αυξημένη δύναμη που ωθεί το έμβολο προς τα κάτω. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί ως εξής:



Εικόνα 2.2.6

Επειδή μειώθηκε ο όγκος του αερίου μίκρυναν οι διαδρομές που διανύουν τα μόρια μεταξύ δυο διαδοχικών συγκρούσεων με το έμβολο. Έτσι οι συγκρούσεις έγιναν συχνότερες και η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκείται στο έμβολο έγινε μεγαλύτερη.

Η ιδιότητα των αερίων να ασκούν δυνάμεις στα τοιχώματα των δοχείων που τα περιέχουν περιγράφεται με την έννοια της **πίεσης**.

Όπως γνωρίζουμε η πίεση, P, ορίζεται από το πηλίκο της κάθετης δύναμης F, που ασκείται σε μια επιφάνεια, προς το εμβαδόν S της επιφάνειας αυτής. Δηλαδή: $P = \frac{F}{S}$.

Στα παραδείγματα που εξετάσαμε η πίεση που ασκεί το αέριο στο έμβολο είναι:

$$P = P_{atm} + \frac{B_{ολ}}{S}$$

όπου: $B_{ολ}$ το βάρος του σώματος και του εμβόλου, S το εμβαδόν του εμβόλου και P_{atm} η ατμοσφαιρική πίεση.

Πρέπει να τονίσουμε ότι λόγω της τυχαίας κίνησης των μορίων προς κάθε κατεύθυνση, η πίεση στο έμβολο είναι ίση με την πίεση στα τοιχώματα του κυλίνδρου και είναι τόσο μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός των κρούσεων.

Νόμος του Boyle

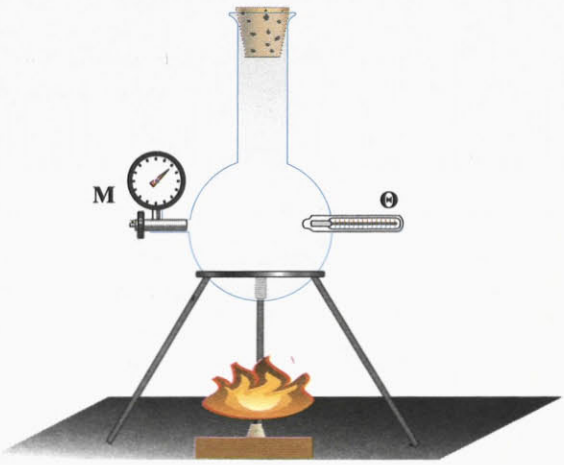
Στην παράγραφο 2.2.2 μάθαμε ότι, αν ο όγκος ενός αερίου ελλατωθεί, έχουμε αύξηση των συγκρούσεων των μορίων του με τα τοιχώματα του δοχείου, δηλαδή αύξηση της πίεσης του αερίου. Αυτό αποτελεί μια ποιοτική ερμηνεία του πειραματικού νόμου του Boyle σύμφωνα με τον οποίο:

Υπό σταθερή θερμοκρασία το γινόμενο της πίεσης και του όγκου του αερίου είναι σταθερό.

Δηλαδή: PV = σταθερό (για T = σταθερό).

β) Η θερμοκρασία

Στην εικόνα 2.2.7 έχουμε σχεδιάσει ένα κλειστό δοχείο μέσα στο οποίο υπάρχει αέριο. Το δοχείο είναι εφοδιασμένο με μανόμετρο M, που μετράει την πίεση και με θερμόμετρο Θ που μετράει τη θερμοκρασία.



Εικόνα 2.2.7

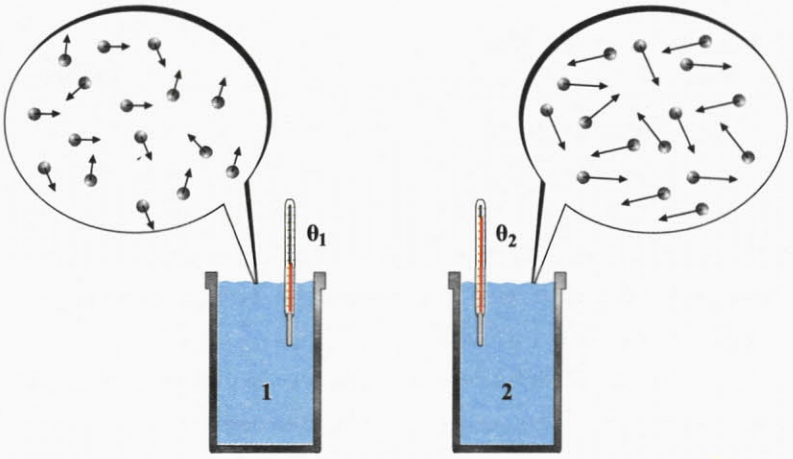
Τι θα παρατηρήσουμε αν θερμάνουμε το αέριο και αυξηθεί η θερμοκρασία του;

Το πείραμα δείχνει ότι αυξάνεται η έν-

δειξη του μανόμετρου δηλαδή η πίεση του αερίου. Πώς μπορεί να ερμηνευθεί αυτή η μεταβολή με δεδομένο ότι ο όγκος του αερίου έμεινε πρακτικά αμετάβλητος;

Σύμφωνα με όσα αναφέραμε προηγουμένως για την ερμηνεία της πίεσης στα αέρια, είναι λογικό να δεχθούμε ότι αυξήθηκε η ταχύτητα των μορίων. Κατά συνέπεια, η έννοια της θερμοκρασίας είναι συνυφασμένη με την ταχύτητα των μορίων.

Έτσι η αύξηση της θερμοκρασίας σχετίζεται με την αύξηση της ταχύτητας των μορίων. Το λογικό αυτό συμπέρασμα ελέγχθηκε πειραματικά και βρέθηκε ότι είναι σωστό και ισχύει εκτός από τα αέρια στα υγρά (Εικ. 2.3.8) και στα στερεά ανεξάρτητα από το είδος των σωματιδίων που αυτά αποτελούνται, δηλαδή άτομα, ιόντα ή μόρια.



Εικόνα 2.2.8

Το δοχείο 1 περιέχει κρύο νερό και το δοχείο 2 ζεστό (δηλαδή $\theta_1<\theta_2$). Τα μόρια του νερού απεικονίζονται με σφαιρίδια και οι ταχύτητές τους με βέλη. Στο ζεστό νερό τα μόρια κινούνται με μεγαλύτερες ταχύτητες, οι οποίες παριστάνονται με βέλη μεγαλύτερου μήκους.

Ο προσδιορισμός της σχέσης μεταξύ θερμοκρασίας και κίνησης των σωματίων από τα οποία αποτελούνται τα υλικά σώματα αποτέλεσε σημαντικό σταθμό στην ιστορία της Φυσικής.

2.2.3 Εσωτερική ενέργεια

Όπως είναι γνωστό, στα αέρια τα μόρια βρίσκονται σε συνεχή κίνηση, με τις ταχύτητές τους και κατά συνέπεια τις κινητικές τους ενέργειες συνεχώς να μεταβάλλονται.

Ορίζουμε ως μέση κινητική ενέργεια $\overline{K}$ των μορίων του αερίου το άθροισμα των κινητικών ενεργειών K_1, K_2, ...K_N των μορίων του αερίου δια του πλήθους των N

Δηλαδή: $$\overline{K} = \frac{K_1 + K_2 + ... + K_N}{N}$$

Στα αραιά μονοατομικά αέρια τα μόρια θεωρούνται ως σωμάτια, τα οποία μπορούν να έχουν, μόνο μεταφορική κίνηση. Αυτό σημαίνει πως η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου αυτού, είναι μεταφορική κινητική ενέργεια.

Εάν πολλαπλασιάσουμε τη μέση κινητική ενέργεια $\overline{K}$ των μορίων του αερίου λόγω της μεταφορικής τους κίνησης με το πλήθος τους N, προκύπτει η συνολική κινητική ενέργεια όλων των μορίων του αερίου.

Η ενέργεια αυτή ονομάζεται **εσωτερική ενέργεια U** και είναι αποτέλεσμα των θερμικών κινήσεων των μορίων του. Δηλαδή:

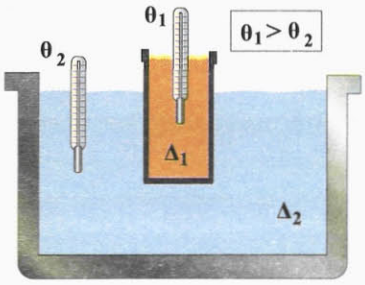
$$U = N\,\overline{K} \qquad (2.2.1)$$

Συνεπώς, η εσωτερική ενέργεια των αερίων αποδίδεται στη θερμική κίνηση των μορίων τους, αφού θεωρούμε την αλληλεπίδραση και κατά συνέπεια τη δυναμική ενέργεια, μηδέν. Επιπλέον, πρέπει να τη διακρίνουμε από οποιαδήποτε άλλη ενέργεια που είναι δυνατόν να έχει το αέριο, π.χ. ένεκα της κίνησης του δοχείου στο οποίο περιέχεται.

Σημείωση: Στα υγρά και στα στερεά, επειδή τα μόριά τους αλληλεπιδρούν, εκτός από την κινητική έχουν και δυναμική ενέργεια. Έτσι, στην περίπτωση των σωμάτων αυτών, εσωτερική ενέργεια είναι το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας των δομικών τους λίθων. Όταν υπολογίζουμε μόνο τη συνολική κινητική ενέργεια των δομικών λίθων την ονομάζουμε θερμική ενέργεια του σώματος και είναι μέρος της εσωτερικής του ενέργειας.

Θέρμανση ενός σώματος, *σημαίνει αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας* εις βάρος της εσωτερικής ενέργειας κάποιου άλλου σώματος, του οποίου η εσωτερική ενέργεια μειώνεται και συνεπώς αυτό ψύχεται. Η αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του ενός σώματος και η ταυτόχρονη μείωση της εσωτερικής ενέργειας του άλλου, συνεχίζονται έως ότου αυτά αποκτήσουν την ίδια θερμοκρασία.

Τη διαδικασία αυτή μπορούμε να τη διαπιστώσουμε πειραματικά με τη βοήθεια της διάταξης που φαίνεται στην εικόνα 2.3.9. Πρόκειται για δυο δοχεία τα οποία περιέχουν νερό σε διαφορετικές θερμοκρασίες. Το μικρό δοχείο έχει



Εικόνα 2.2.9

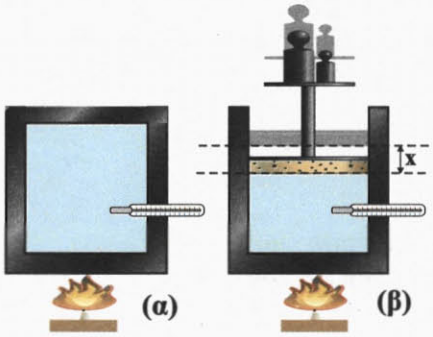
Μια μητέρα λέει στο παιδί της:
α) Κλείσε το ψυγείο, για να μην φύγει η ψύξη.
β) Κλείσε την πόρτα του σπιτιού για να μην μπει το κρύο.
Να σχολιάσετε τις προτάσεις αυτές.

μεταλλικά λεπτά τοιχώματα και περιέχει ζεστό νερό θερμοκρασίας θ_1 (σε °C). Το μεγάλο δοχείο έχει κρύο νερό θερμοκρασίας θ_2 (σε °C). Στα δύο δοχεία υπάρχουν θερμόμετρα με τα οποία μετράμε τις θερμοκρασίες του νερού των δυο δοχείων. Αρχικά οι θερμοκρασίες είναι θ_1 και θ_2. Στη συνέχεια η θερμοκρασία του νερού στο δοχείο Δ_1 μειώνεται ενώ αυξάνεται η θερμοκρασία στο δοχείο Δ_2. Η μεταβολή των θερμοκρασιών συνεχίζεται έως ότου το νερό στα δυο δοχεία αποκτήσει την ίδια θερμοκρασία.

Όσο χρόνο οι θερμοκρασίες είναι διαφορετικές, γίνεται ανακατανομή στις εσωτερικές ενέργειες, το αποτέλεσμα της οποίας το ονομάζουμε "απορρόφηση θερμότητας" από το νερό στο δοχείο Δ_2. Όταν οι θερμοκρασίες γίνουν ίσες σταματά η ανακατανομή των εσωτερικών ενεργειών και τότε ούτε προσφέρεται ούτε απορροφάται θερμότητα.

Η κατάσταση αυτή ονομάζεται ***θερμική ισορροπία***.

2.2.4 Θερμότητα και διατήρηση της ολικής ενέργειας



Εικόνα 2.2.10

Παρόλο που πολλές φορές μέχρι τώρα σε προηγούμενα κεφάλαια αναφερθήκαμε στην αρχή διατήρησης της ενέργειας, σε καμία περίπτωση δε λάβαμε υπόψη μας την εσωτερική ενέργεια του αερίου. Στην εικόνα 2.2.10 φαίνονται δυο ίσες ποσότητες αερίου σε διαφορετικά δοχεία.

Εάν θερμάνουμε και τα δύο αέρια εξίσου, δηλαδή προσφέρουμε και στα δύο την ίδια ποσότητα θερμότητας θα έχουμε το ίδιο αποτέλεσμα;

Στο πρώτο δοχείο και με την προϋπόθεση πως αυτό διατηρεί τον όγκο του σταθερό, το αέριο θερμαίνεται χωρίς καμία μεταβολή στον όγκο του. Αυτό σημαίνει πως η προσφερόμενη θερμότητα απορροφήθηκε εξολοκλήρου από τα μόρια του αερίου, τα οποία αύξησαν έτσι την κινητική τους ενέργεια, δηλαδή ότι αυξήθηκε η εσωτερική ενέργεια του αερίου. Μπορούμε λοιπόν να διατυπώσουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας με την απλή εξίσωση:

Προσφερόμενη θερμότητα = αύξηση εσωτερικής ενέργειας αερίου

ή

$$Q = \Delta U \qquad (2.2.2)$$

Στο δεύτερο δοχείο η θερμοκρασία του αερίου αυξάνεται λιγότερο και διαστελλόμενο ανυψώνει σιγά - σιγά το έμβο-

λο, βάρους B και εμβαδού S, κατά μικρό ύψος x. Το γεγονός πως το έμβολο ισορροπεί και μετά τη διαστολή, σημαίνει πως η πίεση P του αερίου περέμεινε σταθερή, ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη ισορροπίας:

$$PS = P_{atm}S + B$$

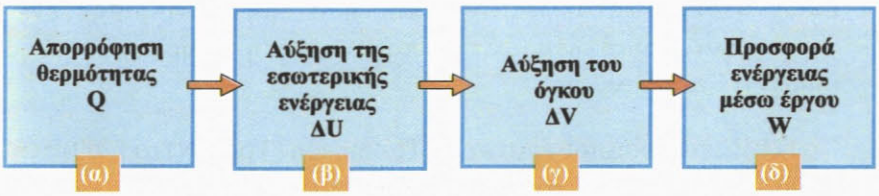
Αντίθετα λοιπόν με ότι συμβαίνει στο πρώτο δοχείο όπου η προσφερόμενη θερμότητα μετατράπηκε εξ' ολοκλήρου σε εσωτερική ενέργεια του αερίου, στο δεύτερο δοχείο η εξέλιξη είναι διαφορετική. Συγκεκριμένα η ανύψωση του εμβόλου κατά x, σημαίνει πως το αέριο διαστελλόμενο πρόσφερε ενέργεια ίση με το έργο της σταθερής δύναμης PS, το οποίο είναι W = PSx και επειδή Sx = ΔV, προκύπτει:

$$W = P\Delta V \qquad (2.2.3)$$

Στη σχέση (2.2.3), ΔV είναι η αύξηση του όγκου του αερίου κατά τη θέρμανσή του.

Αν λοιπόν αγνοήσουμε κάθε άλλη ενέργειακή μεταβολή, εκτός από τη θερμανση του αερίου και την ανύψωση του εμβόλου, η διατήρηση της ενέργειας περιγράφεται από την εξίσωση:

Προσφερόμενη θερμότητα = αύξηση της εσωτερικής ενέργειας αερίου και ενέργεια απαιτούμενη για την ανύψωση του εμβόλου, εικόνα 2.2.11.



Εικόνα 2.2.11
Η θερμότητα που απορροφήθηκε προκάλεσε αύξηση της εσωτερικής ενέργειας και παραγωγή έργου.

Η μαθηματική έκφραση της εξίσωσης αυτής είναι:

$$Q = \Delta U + W \qquad (2.2.4)$$

Μέχρι τώρα κάθε φορά που αναφερόμαστε στη θερμότητα Q, θεωρούμε πως αυτή είναι μια μορφή ενέργειας όπως τόσες άλλες. Ωστόσο η άποψη αυτή μπορεί να εξυπηρετεί τη μελέτη μιας σειράς φαινομένων (και για το λόγο αυτό παραμένει σε χρήση) δε φαίνεται όμως πως είναι και ορθή.

Πράγματι αυτό που σήμερα αποδεχόμαστε για τη θερμότητα είναι πως αυτή ως φυσικό μέγεθος χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της ποσότητας της ενέργειας που με-

Ένας μαθητής υποστηρίζει την παρακάτω άποψη:

Αν ένα αντικείμενο έχει υψηλή θερμοκρασία έχει και μεγάλη θερμότητα.

Ποια είναι η δική σας άποψη;

ταφέρεται από ένα σώμα σε κάποιο άλλο λόγω διαφοράς θερμοκρασίας. Δηλαδή, όπως το έργο μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε κάποιο άλλο λόγω άσκησης δύναμης, έτσι και η θερμότητα Q **μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε κάποιο άλλο, λόγω διαφοράς θερμοκρασίας.**

Παραδείγματος χάρη, καθώς ανυψώνουμε με το χέρι μας μια μεταλλική σφαίρα έχουμε μεταφορά ενέργειας W λόγω της δύναμης που της ασκούμε και μεταφορά ενέργειας Q λόγω διαφοράς θερμοκρασίας ανάμεσα στο χέρι μας και στη σφαίρα. Η ενέργεια W εμφανίζεται ως μηχανική ενέργεια της σφαίρας, ενώ η ενέργεια Q ως αύξηση της εσωτερικής της ενέργειας, δηλαδή ως αύξηση της θερμοκρασίας της.

Benjamin Thompson, Count Rumford (1753-1814). Γεννήθηκε στην Αμερική αλλά εργάστηκε στην Ευρώπη. Ασχολήθηκε με την κατασκευή πολεμικών όπλων (κανονιών).

2.2.5 Η θερμότητα και η μηχανική ενέργεια

Η πορεία της επιστήμης προς τη διατύπωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας δεν ήταν ούτε απλή ούτε εύκολη, καθώς έπρεπε να διευκρινιστεί η σημασία των μεγεθών, όπως η θερμότητα, το έργο και η σχέση εσωτερικής ενέργειας και θερμότητας. Στην πορεία αυτή υπήρξαν οι εξής σημαντικοί σταθμοί:

α) Η διαπίστωση που έκανε ο B. Thompson (Τόμσον) το 1799 ότι η θέρμανση δεν αυξάνει το βάρος των σωμάτων.

β) Η πρόταση του J.R. Mayer (Μάγιερ) το 1842 ότι, "η ενέργεια είναι αιτία των φαινομένων και ως τέτοια δεν μπορεί να πάψει να υπάρχει αλλά θα μετατρέπεται από την μια μορφή στην άλλη, λειτουργώντας ως αιτία άλλων φαινομένων".

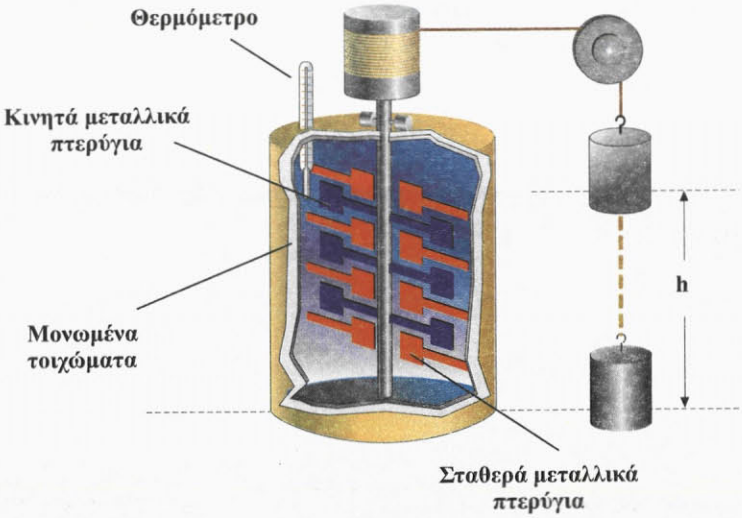
Julius Robert Mayer (1814-1878). Ιατρός γερμανικής καταγωγής, με μεγάλο ενδιαφέρον για τη φυσιολογία των οργανισμών. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η θερμότητα του σώματος των ζωντανών οργανισμών σχετίζεται με τη χημική ενέργεια των τροφών που αυτοί καταναλώνουν.

γ) Τα πειράματα του J.P. Joule (Τζάουλ) που θα αναφέρουμε παρακάτω, με τα οποία έδειξε ότι η μηχανική ενέργεια μπορεί να μετατραπεί σε θερμότητα και προσδιόρισε την ποσοτική σχέση μεταξύ μηχανικής ενέργειας και θερμότητας. Ίσως φανεί παράξενο ή και απλοϊκό το επίτευγμα του Joule αλλά ήταν σημαντικό, γιατί την περίοδο εκείνη η μηχανική ενέργεια και η θερμότητα εθεωρούντο διαφορετικά μεγέθη και για τη μέτρησή τους χρησιμοποιούσαν διαφορετικές μονάδες. Η μονάδα θερμότητας ήταν το calorie (καλορί), μονάδα που χρησιμοποιούμε ακόμα και σήμερα. Ένα calorie (cal) είναι η ποσότητα της θερμότητας που

απαιτείται προκειμένου να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός γραμμαρίου καθαρού νερού κατά 1^0C. Ακριβέστερα από τους 14,5°C στους 15,5°C.

Η μονάδα μέτρησης της μηχανικής ενέργειας ήταν αυτή που χρησιμοποιούμε και σήμερα, το 1Joule = 1N1m, χωρίς να είχε τότε το σημερινό όνομα.

Ο Joule κατασκεύασε διάταξη που φαίνεται σχηματικά στην εικόνα 2.2.12.



Εικόνα 2.2.12

Αφήνοντας το σώμα να πέσει από γνωστό ύψος γνώριζε τη δυναμική του ενέργεια. Η ενέργεια αυτή έθετε σε κίνηση τα μεταλλικά πτερύγια τα οποία ανάδευαν το νερό. Έτσι πρόσθετε κινητική ενέργεια στα μόριά του, αυξάνοντας τη θερμοκρασία του υγρού του οποίου γνώριζε τη μάζα. Μπορούσε επίσης, να υπολογίσει το ποσόν της θερμότητας Q που απορρόφησε το νερό με βάση τη μεταβολή της θερμοκρασίας του σύμφωνα με τη γνωστή σχέση $Q=cm\Delta\theta$. Αφήνοντας το σώμα να πέσει αρκετές φορές υπολόγισε τη συνολική μηχανική ενέργεια W που μετατράπηκε σε θερμότητα. Για να προσδιορίσει τη σχέση μεταξύ θερμότητας και έργου υπολόγισε το λόγο Q/W και βρήκε ότι ήταν ίσος με 4,18. Το αποτέλεσμα αυτό σημαίνει ότι η ποσότητα θερμότητας 1cal ισοδυναμεί με 4,18Joule. Επανέλαβε το πείραμα με διαφορετικά υγρά και με παραλλαγές της συσκευής. Τελικά προσδιόρισε ότι η τιμή 4,18 είναι σταθερή και ανεξάρτητη από τα υλικά και τις πειραματικές διατάξεις.

James Prescott Joule (1818-1889). Άγγλος Φυσικός, γόνος οικογένειας παραγωγών μπύρας. Ως μαθητής είχε δάσκαλο τον J. Dalton. Ασχολήθηκε συστηματικά με τον προσδιορισμό της σχέσης μεταξύ του έργου μίας δύναμης και της θερμότητας.

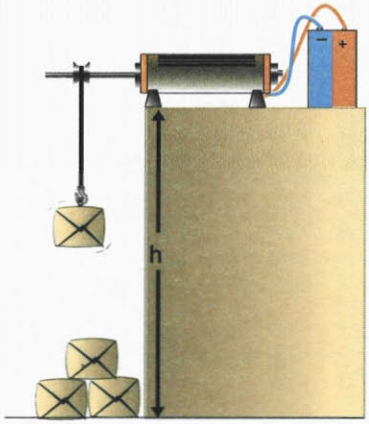
Παρόλο, που η μονάδα ενέργειας στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι το 1Joule, χρησιμοποιούμε ακόμη και σήμερα ως μονάδα θερμότητας το cal και το παράγωγο του kcal, διότι είναι πιο κατάλληλη μονάδα σε διάφορους κλάδους όπως η θερμοδυναμική, η θερμοχημεία, η τεχνολογία καυσίμων κ.α.

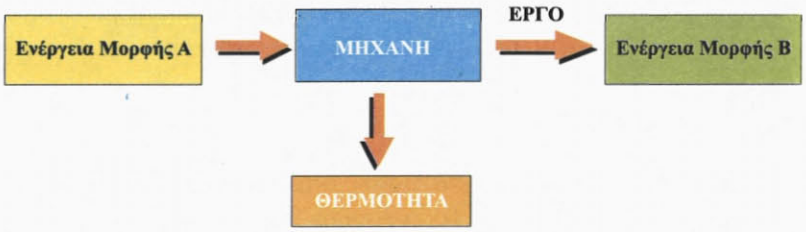
2.2.6 Μηχανές και ενέργεια

Η ιστορία του ανθρώπου σχετίζεται άμεσα με τις προσπάθειές του να επιτύχει την παραγωγή έργου χωρίς ο ίδιος να κουράζεται. Έτσι εξημέρωσε ζώα για να εργάζονται εκείνα αντί γι' αυτόν, κατασκεύασε εργαλεία π.χ. τον τροχό, τον μοχλό, επινόησε διατάξεις για να αξιοποίηση την ενέργεια του άνεμου (ιστιοφόρα, πλοία, ανεμόμυλους) ή του νερού (νερόμυλους) κ.τ.λ.

Σημαντικούς σταθμούς στην εξέλιξη της προσπάθειας για "λιγότερη κούραση" αποτέλεσαν οι ανακαλύψεις της ατμομηχανής, της μηχανής εσωτερικής καύσης και του ηλεκτρικού κινητήρα.

Σχηματικά, μια μηχανή π.χ. ο ηλεκτρικός κινητήρας, μπορεί να αναπαρασταθεί με τον τρόπο που φαίνεται στην εικόνα 2.2.13.

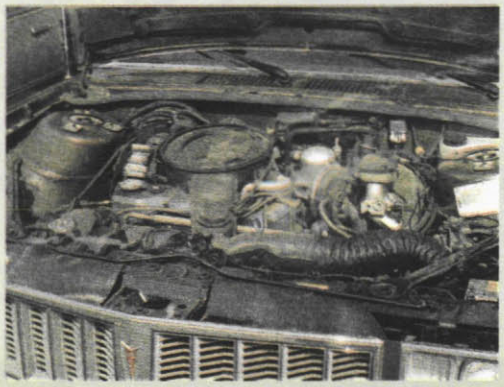




Εικόνα 2.2.13

Μια μηχανή (π.χ. ηλεκτρικός κινητήρας) απορροφά μια ποσότητα ενέργειας μορφής Α (ηλεκτρική) και μέσω έργου την αποδίδει υπό μορφή Β (μηχανική) στον αποδέκτη (σώμα που ανυψώνεται). Ταυτόχρονα λόγω τριβών στα κινούμενα εξαρτήματα του κινητήρα και αντιστάσεων παράγεται θερμότητα.

Ο κινητήρας του αυτοκινήτου



Ο κινητήρας ενός αυτοκινήτου είναι μια μηχανή η οποία χρησιμοποιεί χημική ενέργεια (δυναμική ενέργεια των ατόμων στα μόρια της βενζίνης), ενώ ο αποδέκτης του έργου είναι το ίδιο το αυτοκίνητο το οποίο αποκτά κινητική ενέργεια.

Στην εικόνα φαίνονται οι 4 φάσεις ενός κυλίνδρου σε ένα βενζινοκινητήρα.

Στη φάση Α, στον κύλινδρο εισάγεται το μείγμα αέρα - βενζίνης.

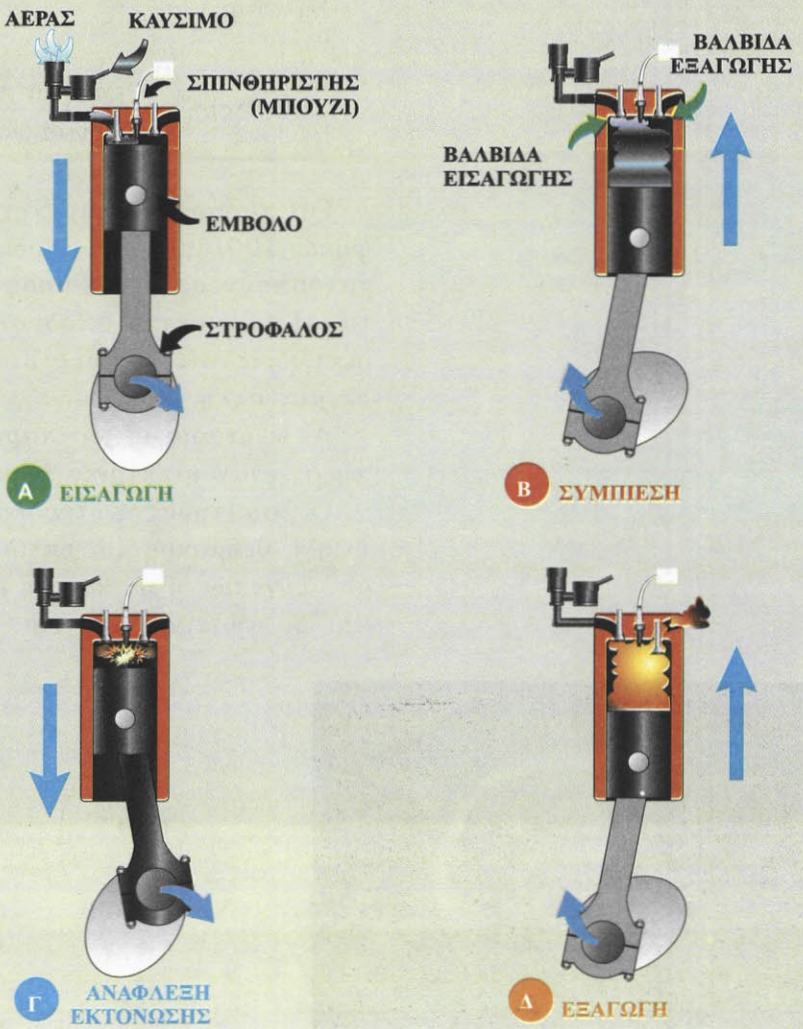
Στη φάση Β, το έμβολο συμπιέζει το μείγμα.

Στη φάση Γ, ο σπινθηριστής (μπουζί) παράγει σπινθήρα που προκαλεί ανάφλεξη στο μείγμα. Η ανάφλεξη προκαλεί απότομη αύξηση της θερμοκρασίας και συνεπώς αύξηση της πίεσης στα καυσαέρια. Έτσι το έμβολο οπισθοχωρεί μετατρέποντας μέρος της ενέργειας των καυσαερίων σε έργο και τελικά σε κινητική ενέργεια του στροφάλου, (φάση Γ).

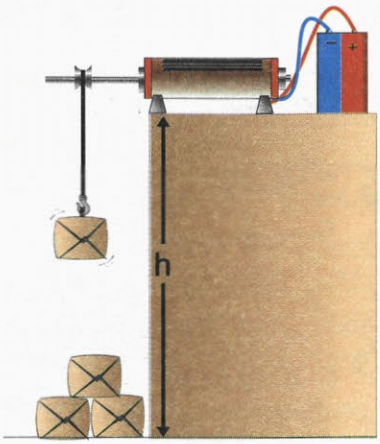
Τέλος στη φάση Δ, το έμβολο σπρώχνει τα καυσαέρια έξω από τον κύλινδρο, (φάση εξαγωγής).

Ο κύκλος αυτός των τεσσάρων φάσεων επαναλαμβάνεται συνεχώς και η χημική ενέργεια του καυσίμου μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια και θερμότητα.

Γνωρίζουμε ότι κατά τη λειτουργία εκπέμπονται καυσαέρια τα οποία έχουν υψηλή θερμοκρασία. Συνεπώς και από αυτή τη μηχανή δεν αξιοποιείται πλήρως η ενέργεια που απορροφήθηκε.



2.2.7 Απόδοση μηχανής



Εικόνα 2.2.14

Ας θεωρήσουμε ένα κινητήρα ο οποίος χρησιμοποιεί ηλεκτρική ενέργεια για να ανυψώσει σε ύψος h, τα κιβώτια που βρίσκονται σε έδαφος (Εικ. 2.2.14).

Για να ανυψώσει ο κινητήρας ένα κιβώτιο σε ύψος h απορροφά ενέργεια, έστω W_1, ενώ το σώμα αποκτά δυναμική ενέργεια W_2. Η ενέργεια W_2, όπως αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο, θα είναι μικρότερη από W_1 διότι υπάρχουν τριβές στα κινούμενα μέρη του κινητήρα και οι αγωγοί θερμαίνονται όταν διαρρέονται από ηλεκτρικό ρεύμα.

Η διαφορά W_1-W_2 είναι η ποσότητα ηλεκτρικής ενέργειας η οποία μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια. Η ποσότητα W_1-W_2 συνήθως αναφέρεται ως "απώλεια ενέργειας". Στη Φυσική και στην Τεχνολογία αντί για την απώλεια ενέργειας, δηλαδή το W_1-W_2, χρησιμοποιούμε το πηλίκο W_2/W_1 το οποίο ονομάζεται απόδοση της μηχανής και εκφράζεται σε ποσοστό επί τοις εκατό.

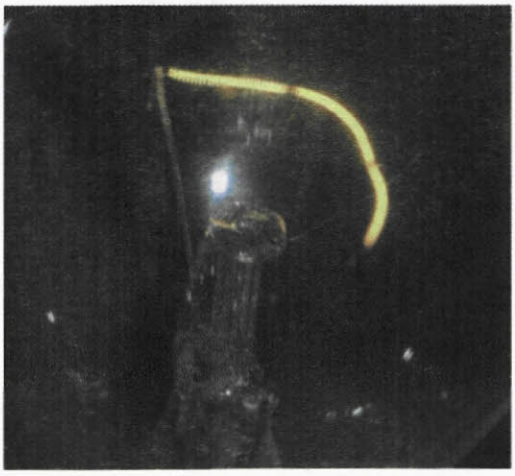
Δηλαδή:

$$\text{Απόδοση} = \frac{\text{ενέργεια που αποδίδεται}}{\text{ενέργεια που απορροφάται}} \cdot 100\% \qquad (2.2.5)$$

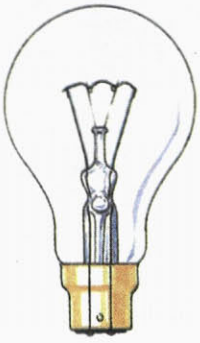
Για παράδειγμα μια μηχανή με απόδοση 70% αν απορροφήσει 100Joule, θα αποδώσει 70Joule και 30Joule θα μετατραπούν σε άλλες μορφές ενέργειας π.χ. ήχος, θερμότητα. Η έννοια της απόδοσης επεκτείνεται και σε άλλες περιπτώσεις στις οποίες μια μορφή ενέργειας μετατρέπεται σε μια άλλη.

Ας εξετάσουμε για παράδειγμα την ενεργειακή μετατροπή σ' έναν ηλεκτρικό λαμπτήρα πυράκτωσης (Εικ. 2.2.15).

Ο λαμπτήρας φωτοβολεί, όταν το νήμα, θερμαίνεται σε υψηλή θερμοκρασία, επειδή διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα. Συνεπώς η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική και σε φωτεινή ενέργεια.



Εικόνα 2.2.15



Η απόδοση του λαμπτήρα θα είναι:

$$\alpha = \frac{\text{φωτεινή ενέργεια}}{\text{ηλεκτρική ενέργεια}} \cdot 100\%$$

Για ένα τυπικό λαμπτήρα πυρακτώσεως η απόδοση είναι μόλις 5%. Αυτό σημαίνει ότι το 95% της προσφερόμενης ηλεκτρικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα!

Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται οι αποδόσεις διαφόρων συσκευών ή εξαρτημάτων.

Δραστηριότητα

Χρησιμοποίησε στοιχεία από τον πίνακα προκειμένου να απαντήσεις στα εξής ερωτήματα:

α) Πώς ερμηνεύεις την πρόταση της ΔΕΗ να αντικατασταθούν οι λαμπτήρες πυράκτωσης με λαμπτήρες φθορισμού;

β) Με βάση τις τιμές απόδοσης φαίνεται ότι τα ηλεκτρικά αυτοκίνητα πλεονεκτούν έναντι αυτών που έχουν κινητήρες εσωτερικής καύσης.
Πώς το ερμηνεύεις αυτό;

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Προσεγγιστικές τιμές της απόδοσης διαφόρων μηχανών, συσκευών και εξαρτημάτων.

Είδος μηχανής	Μετατρέπει την ενέργεια από:	Απόδοση %
Ηλεκτρική γεννήτρια	Κινητική σε ηλεκτρική	70–99
Ηλεκτρικός κινητήρας	Ηλεκτρική σε κινητική	50–93
Ξηρό ηλεκτρικό στοιχείο	Χημική σε ηλεκτρική	90
Φούρνος υγραερίου οικιακής χρήσης	Χημική σε θερμική στο σώμα που θερμαίνεται	70–85
Πυραυλοκινητήρας υγρού καυσίμου	Χημική σε κινητική	47
Τουρμπινοκινητήρας ατμού	Θερμική σε κινητική	35–46
Εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας	Χημική σε ηλεκτρική από λιγνίτη, άνθρακα	30–40
Εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας	Πυρηνική σε ηλεκτρική από πυρηνική ενέργεια	30–35
Τουρμπινοκινητήρας αεροπλάνου	Χημική σε κινητική	36
Laser στερεής κατάστασης	Ηλεκτρική σε φωτεινή	30
Μηχανή εσωτερικής καύσης π.χ. βενζινοκινητήρας	Χημική σε κινητική	20–30
Ηλιακό στοιχείο Αρσενικούχου γυαλιού	Φωτεινή σε ηλεκτρική	>20
Ηλιακό στοιχείο πυριτίου	Φωτεινή σε ηλεκτρική	12–16
Λάμπα φθορισμού	Ηλεκτρική σε φωτεινή	20
Λαμπτήρας πυράκτωσης	Ηλεκτρική σε φωτεινή	5
Ατμομηχανή	Θερμική σε κινητική	8

2.2.8 Υποβάθμιση της ενέργειας

Όπως είδαμε στην παράγραο 2.2.7 όπου ορίσαμε την απόδοση των μηχανών, σε κάθε μετατροπή ενέργειας υπάρχουν απώλειες. Έτσι σε οποιαδήποτε μηχανή το ωφέλιμο ποσό ενέργειας που θα πάρουμε θα είναι μικρότερο από αυτό που θα δαπανήσουμε. Η διαφορά ματαξύ των δύο αυτών ποσών ενέργειας θα μετατραπεί σε άλλες μορφές, π.χ. θερμική.

Θα μπορούσαμε άραγε να κατασκευάσουμε μηχανές με απόδοση 100%; Δηλαδή μηχανές που θα μετατρέπουν εξολοκλήρου την ποσότητα της ενέργειας με την οποία τις τροφοδοτούμε, στη μορφή ενέργειας που εμείς επιθυμούμε;

Τα στοιχεία του πίνακα της προηγούμενης παραγράφου μας δείχνουν ότι αυτό δεν έχει επιτευχθεί, αν και είναι δυνατό να κατασκευαστούν μηχανές με απόδοση περίπου 99%.

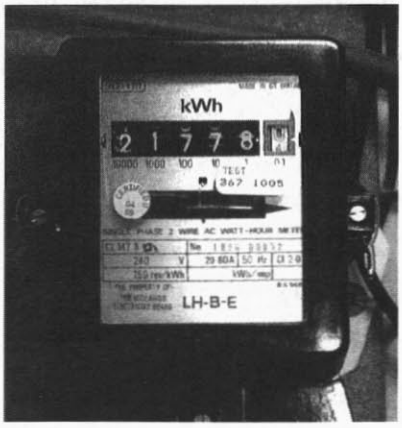
Γιατί όχι με απόδοση 100%;

Θα υπέθετε κανείς ότι στο μέλλον μπορεί να υπάρξουν τέτοιες μηχανές. Σύμφωνα όμως με τους επιστήμονες, αυτό δεν μπορεί να συμβεί.

Όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, οι απώλειες της ενέργειας σε μια μηχανή είναι το ποσό της αρχικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα. Όμως η θερμότητα που παράγεται από τη χρήση των μηχανών ν μπορεί να αξιοποιηθεί.

Το γεγονός αυτό χαρακτηρίζεται ως **υποβάθμιση της ενέργειας.**

α) Πρώτη μέτρηση.

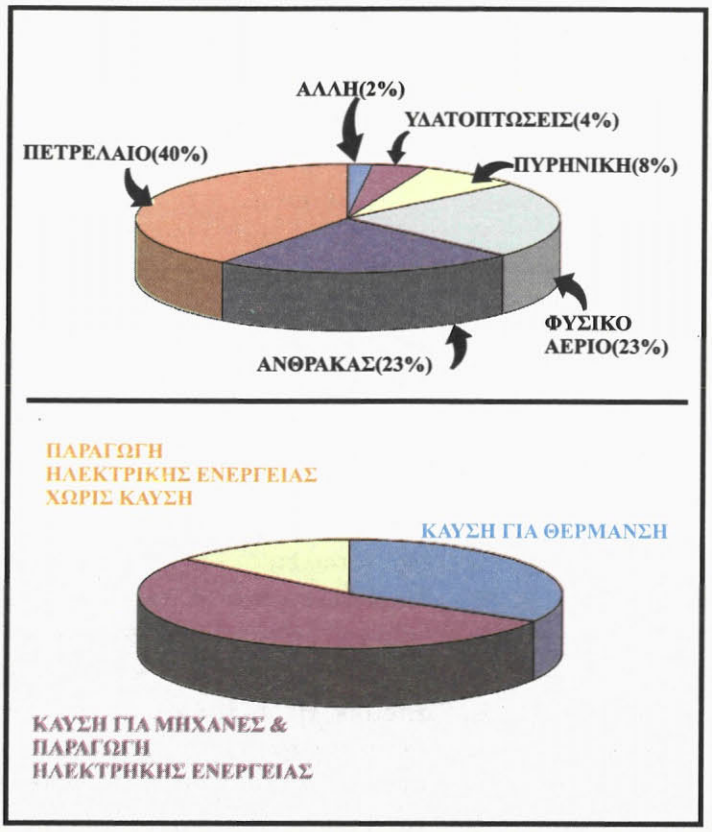


β) Μέτρηση μετά από μία εβδομάδα.

Έτσι μπορούμε να λέμε ότι πληρώνουμε το λογαριασμό της ΔΕΗ όχι επειδή "χαλάμε" ή "καίμε" ή "καταστρέφουμε" την ηλεκτρική ενέργεια, αλλά επειδή την υποβαθμίζουμε σε θερμότητα η οποία δεν μπορεί να αξιοποιηθεί.

Προκειμένου να ικανοποιηθούν οι ανάγκες του ανθρώπου σε ενέργεια χρησιμοποιείται ενέργεια από διάφορες πηγές.

Στην εικόνα 2.2.16 φαίνονται οι διάφορες πηγές ενέργειας και οι ανάγκες που ικανοποιούνται μ' αυτές.



Εικόνα 2.2.16

Δραστηριότητα

ΙΣΧΥΣ – ΔΙΑΤΡΟΦΗ

Για να πραγματοποιηθούν οι βασικές λειτουργίες του ανθρώπινου οργανισμού (αναπνοή, κυκλοφορία του αίματος, κίνηση σπλάχνων, κ.α.) απαιτείται ενέργεια. Η ενέργεια αυτή προέρχεται από τη χημική ενέργεια των τροφών, μέσο μιας πολύπλοκης διαδικασίας που πραγματοποιείται στα κύτταρα.

Χρησιμοποιείστε τα δεδομένα του Πίνακα 2 στην ακόλουθη δραστηριότητα. Υπολογίστε κατά προσέγγιση τις ενεργειακές σας ανάγκες σε kcal για μια συνηθισμένη μέρα σας. Υπολογίστε την αντίστοιχη μέση ισχύ.

Σε ποιες μορφές ενέργειας μετατράπηκε η ενέργεια που πήρατε κατά τη διάρκεια του εικοσιτετραώρου;

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Ενέργεια (kcal) που χρησιμοποιείται από τον άνθρωπο σε διάφορες δραστηριότητες (οι τιμές είναι κατά προσέγγιση)

Βάρος σώματος / Η δραστηριότητα διαρκεί μία ώρα	45kg	68kg	90kg	113kg
Ύπνος	40	60	80	105
Καθισμένος	65	95	130	165
Όρθιος	70	100	140	170
Περίπατος στο πάρκο	130	195	260	320
Γρήγορο τρέξιμο	290	440	580	730

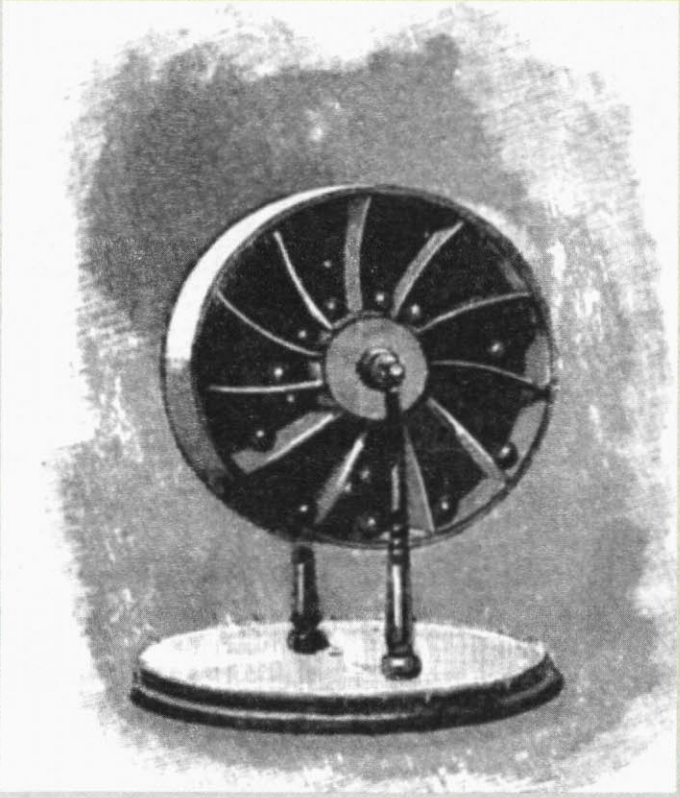
Αεικίνητο

Όλοι μας έχουμε την εμπειρία πως οποιοδήποτε σώμα και αν θέσουμε σε κίνηση, ανεξάρτητα από το είδος κίνησης, π.χ. βολή στον αέρα, ολίσθηση, κύλιση, κτλ., μετά από λίγο θα σταματήσει.

Αν χρησιμοποιήσουμε την έννοια της ενέργειας θα πούμε ότι η αρχική ενέργεια του σώματος (κινητική) μετατράπηκε μέσω του έργου των τριβών ή των αντιστάσεων σε θερμότητα.

Θα μπορούσε άραγε ένα σώμα να παραμείνει επ' άπειρο σε κίνηση;

Πολλοί εφευρέτες προσπάθησαν να αντισταθμίσουν τις απώλειες λόγω τριβών προτείνοντας "έξυπνες" διατάξεις όπως αυτές στις εικόνες 1 και 2. Οι διατάξεις αυτές ονομάστηκαν αεικίνητα γιατί οι εφευρέτες τους πίστευαν ότι θα συνεχίζουν να κινούνται επ' άπειρο. Η διάταξη στην εικόνα 2 οφείλεται στον Ιταλό καθηγητή J. Taisnierus που έζησε το 16° αιώνα. Αυτός πίστευε ότι ο μαγνητισμός θα ήταν η λύση στο πρόβλημα της ακατάπαυστης κίνησης.

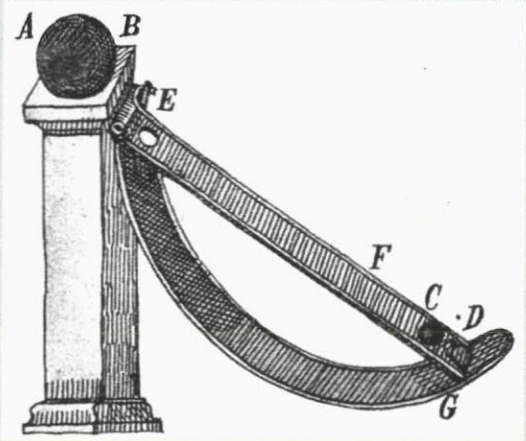


Εικόνα 1

Η δυναμική ενέργεια των μεταλλικών σφαιρών μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του τροχού.

Αν αφήναμε τη μεταλλική σφαίρα λίγο πιο κάτω από το σημείο Ε αυτή θα άρχιζε να κινείται λόγω βαρύτητας και αφού έπεφτε στην οπή D θα συνέχιζε την κίνηση της στην καμπύλη τροχιά ανεβαίνοντας κοντά στο σημείο απ' όπου ξεκίνησε, χωρίς να το φτάνει λόγω τριβών.

Αν τοποθετούσαμε ένα μαγνήτη στη βάση Β, τότε η έλξη του θα έδινε ενέργεια στην σφαίρα φέρνοντας την πάλι στο σημείο Ε. Εκεί λόγω βαρύτητας η σφαίρα θα άρχιζε πάλι να κινείται και το φαινόμενο θα συνεχιζόταν ακατάπαυστα.

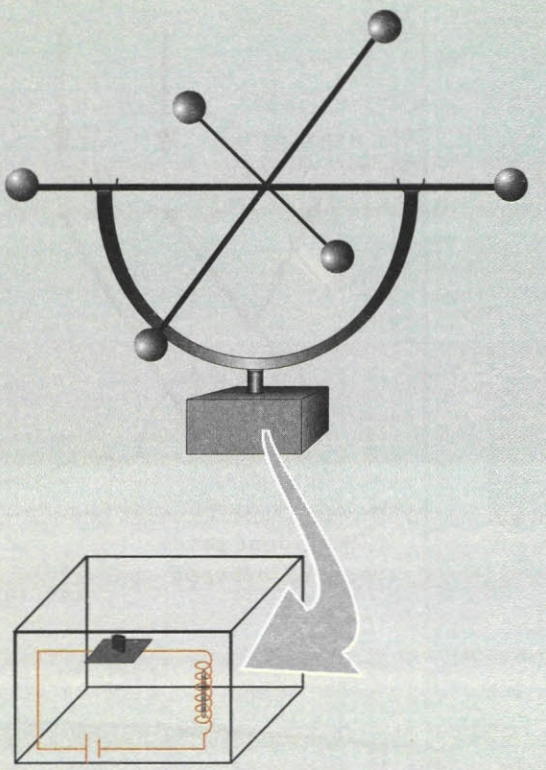


Εικόνα 2

Το πείραμα έδειξε ότι κάτι τέτοιο δεν μπορεί να συμβεί. Ο μαγνήτης ο οποίος υπερνικώντας τη βαρυτική έλξη θα ανέβαζε τη σφαίρα στο Ε, δεν θα την ελευθέρωνε όταν αυτή είχε ανέβει πάλι στο κεκλιμένο επίπεδο ED.

Εκατοντάδες εφευρέτες προσπάθησαν να κατασκευάσουν αεικίνητα, πλην όμως το πείραμα έδειχνε πάντα ότι μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, μικρό ή μεγάλο, η κίνηση σταματούσε. Όσα αεικίνητα φάνηκε ότι λειτουργούν για μεγάλα χρονικά διαστήματα, στο τέλος αποδείχθηκε ότι οι εφευρέτες είχαν κρύψει σε κάποιο εξάρτημα μια πηγή ενέργειας, συνήθως κάποιο συσσωρευτή ηλεκτρικής ενέργειας.

Τέτοια "αεικίνητα" υπάρχουν και σήμερα και πωλούνται ως αξιοπερίεργα τεχνολογικά επιτεύγματα. Ένα από αυτά φαίνεται στην εικόνα 3. Αν εξετάσουμε το κουτί στο οποίο στηρίζεται θα βρούμε ότι περιέχει ένα συσσωρευτή ένα πηνίο και ένα ηλεκτρονικό εξάρτημα. Το κινούμενο στέλεχος το οποίο βρίσκεται πάνω από το κουτί περιέχει έναν μαγνήτη. Όταν ο μαγνήτης πλησιάζει στο πηνίο, το ηλεκτρονικό εξάρτημα επιτρέπει τη δίοδο του ηλεκτρικού ρεύματος και συνεπώς το πηνίο γίνεται ηλεκτρομαγνήτης. Έτσι έλκει το μαγνήτη δίνοντάς του επιπλέον κινητική ενέργεια. Όταν ο μαγνήτης βρίσκεται μακριά από το εξάρτημα ή είναι ακίνητος τότε το εξάρτημα λειτουργεί ως διακόπτης, παύει η δίοδος του ρεύματος από το πηνίο και η δαπάνη της ηλεκτρικής ενέργειας του συσσωρευτή. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται: α) η περιοδική προσφορά ενέργειας για να αντισταθμίζονται οι απώλειες που οφείλονται στις τριβές και β) οικονομία στην ηλεκτρική ενέργεια διότι το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα για μικρό χρονικό διάστημα σε κάθε ταλάντωση.

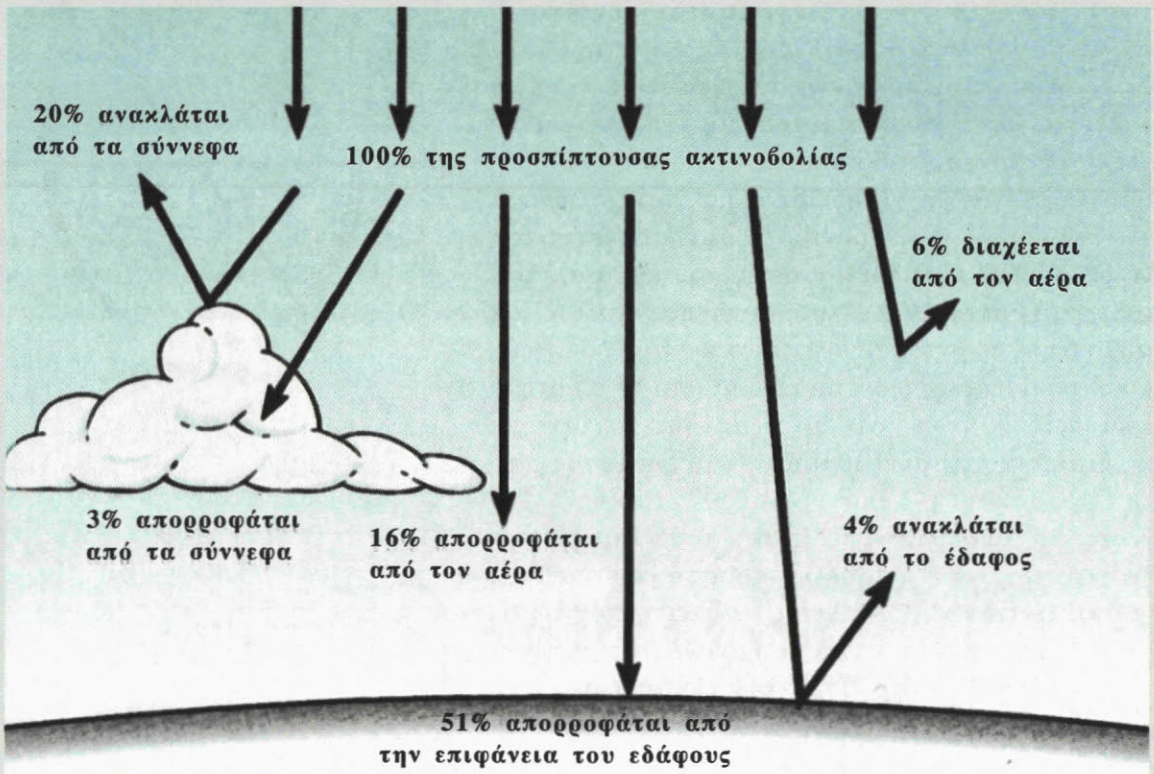

Εικόνα 3

Η εσωτερική ενέργεια της ατμόσφαιρας και ο καιρός

Οι περισσότεροι άνθρωποι συνηθίζουν να παρακολουθούν το δελτίο πρόγνωσης του καιρού και να προσαρμόζουν ανάλογα τις δραστηριότητες τους για την επόμενη μέρα. Έτσι γνωρίζουν αν πρόκειται να βρέξει, να αυξηθεί η θερμοκρασία, να φυσήξουν άνεμοι κτλ. Η αιτία των αλλαγών του καιρού και η δυνατότητα πρόβλεψης του απασχόλησαν τους ανθρώπους από την αρχαιότητα.

Σήμερα η επιστήμη της Μετεωρολογίας είναι σε θέση να κάνει αξιόπιστες προβλέψεις για τις αμέσως επόμενες ημέρες. Μπορούμε να περιγράψουμε τα καιρικά φαινόμενα αν κάνουμε αρκετές απλουστεύσεις οι οποίες θα μας στερήσουν τη δυνατότητα να εξηγήσουμε φαινόμενα όπως οι κυκλώνες ή η ανομβρία αλλά θα μας επιτρέψουν να κατανοήσουμε τους βασικούς μηχανισμούς οι οποίοι ευθύνονται για τα καιρικά φαινόμενα.

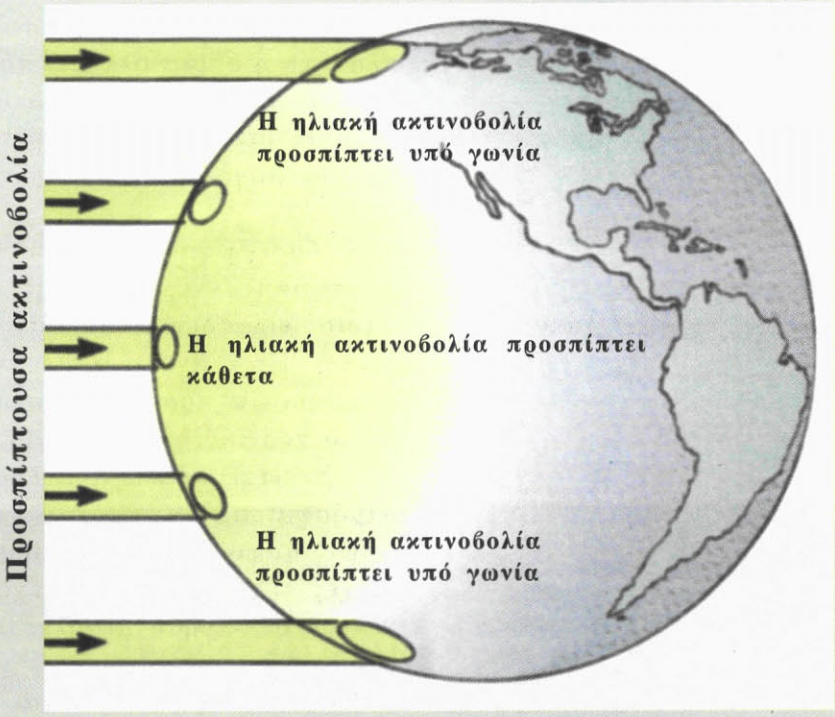
Στις περιγραφές μας θα χρησιμοποιήσουμε έννοιες τις οποίες συναντήσαμε σε αυτό το κεφάλαιο, όπως πίεση, θερμοκρασία, εσωτερική ενέργεια, θερμότητα, έργο και άλλες γνωστές από προηγούμενες τάξεις, όπως πυκνότητα, άνωση, εξάτμιση, υγροποίηση κτλ. Τρία είναι τα βασικά στοιχεία τα οποία εμπλέκονται στα καιρικά φαινόμενα:

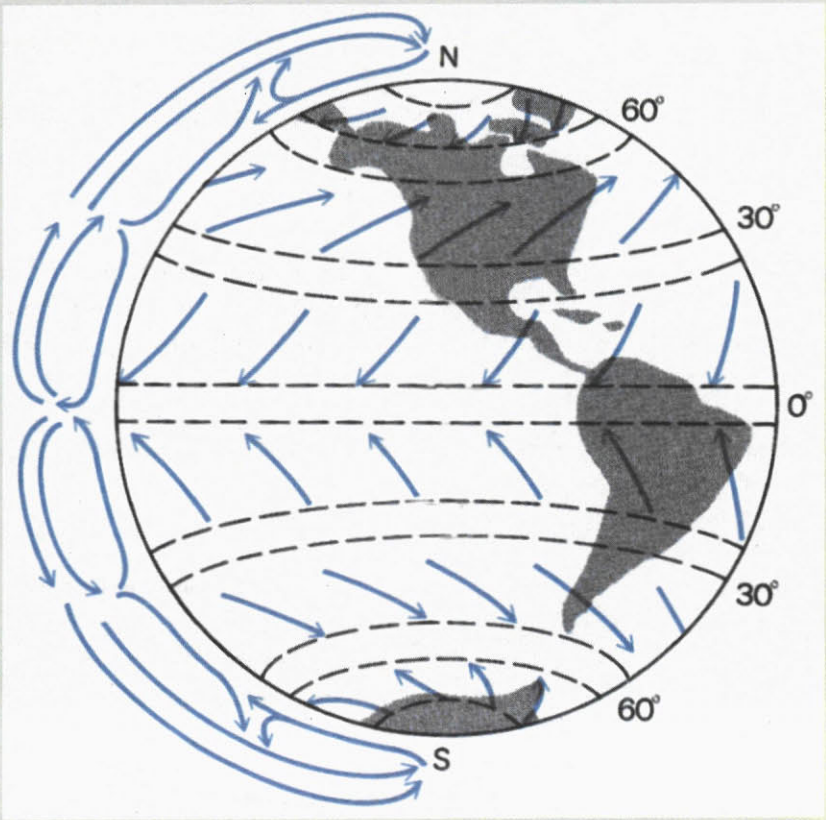


Α) Ο Ήλιος ο οποίος είναι μια τεράστια πηγή ενέργειας που θερμαίνει τη Γη. Η θέρμανση γίνεται με τις ακτινοβολίες που εκπέμπει και ειδικότερα με τρεις από αυτές: α) το ορατό φως, β) την αόρατη ακτινοβολία που ονομάζεται υπέρυθρη ακτινοβολία και γ) την επίσης αόρατη ακτινοβολία που ονομάζεται υπεριώδης ακτινοβολία.

Β) Η ατμόσφαιρα η οποία με τα αέρια που περιλαμβάνει, καθορίζει το βάθος στο οποίο θα φτάσουν οι διάφορες ακτινοβολίες και το αποτέλεσμα που αυτές θα επιφέρουν στα διάφορα συστατικά, όπως το O_2, το CO_2, το νερό, κ.α.

Γ) Η Γη η οποία έχει ένα συγκεκριμένο ανάγλυφο από όρη, ωκεανούς, πεδιάδες, κ.α. Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό της και ταυτόχρονα περιφέρεται γύρω από τον ήλιο. Ο άξονας περιστροφής της Γης παρουσιάζει κλίση 27,3° ως προς το επίπεδο της τροχιάς της με αποτέλεσμα να μη δέχονται το ίδιο ποσοστό ακτινοβολίας οι περιοχές που βρίσκονται σε διαφορετικά γεωγραφικά πλάτη. Η Γη, ενώ δέχεται ακτινοβολία από τον ήλιο με αποτέλεσμα να θερμαίνεται, ταυτόχρονα εκπέμπει ακτινοβολία με αποτέλεσμα να ψύχεται. Έτσι δια-





Λόγω διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ πόλων και ισημερινού, δημιουργούνται ρεύματα αέρα, με φορά από τον ισημερινό προς τους πόλους. Επίσης, δημιουργούνται ζώνες υψηλής και χαμηλής πίεσης, οι οποίες προσδιορίζουν τη φορά των ανέμων σε κάθε ημισφαίριο. Λόγω της περιστροφής της Γης, τα ρεύματα εκτρέπονται προς διαφορετικές κατευθύνσεις στο βόρειο και το νότιο ημισφαίριο.

μορφώνεται μια μέση τιμή θερμοκρασίας για όλο τον πλανήτη η οποία αλλάζει πολύ αργά και διαρκεί πολύ μεγάλα χρονικά διαστήματα προκαλώντας τεράστιες αλλαγές στο κλίμα της γης όπως π.χ. κατά την περίοδο των παγετώνων.

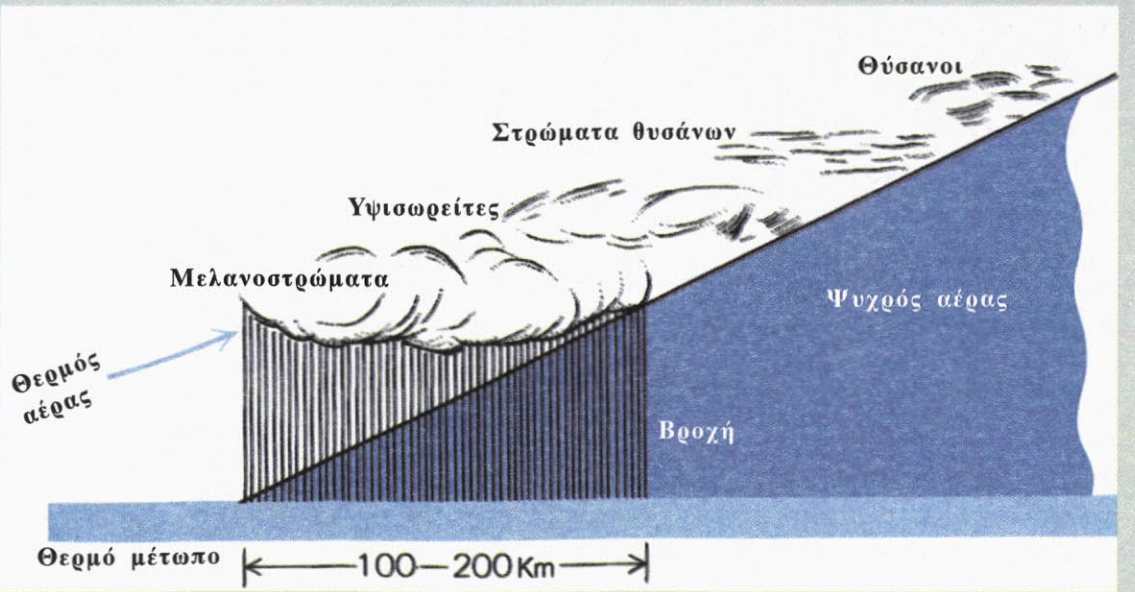
Η βασική επίδραση του ήλιου είναι η αύξηση της εσωτερικής ενέργειας της ατμόσφαιρας της Γης, η οποία όμως δεν είναι ούτε ομοιόμορφη, ούτε συμμετρική. Έτσι ανάλογα με τη γωνία με την οποία η ακτινοβολία προσπίπτει στην επιφάνεια της Γης και με το χρονικό διάστημα για το οποίο αυτό συμβαίνει, προκαλείται ανάλογη αύξηση της θερμοκρασίας της ατμόσφαιρας.

Οι διαφορές της θερμοκρασίας στις διάφορες περιοχές της ατμόσφαιρας έχουν ως αποτέλεσμα να τίθενται σε κίνηση μεγάλες ποσότητες ατμοσφαιρικού αέρα.

Οι κινήσεις αυτές είναι ανυψωτικές, σε περιοχές όπου η θερμοκρασία είναι υψηλή και καθοδικές σε περιοχές όπου η θερμοκρασία είναι χαμηλή.

Επίσης λόγω της περιστροφής της γης, οι αέριες μάζες τίθενται σε κυκλοτερή κίνηση σχηματίζοντας τεράστια ρεύματα αέρα τα οποία κινούνται μεταξύ περιοχών με διαφορετικές τιμές πίεσης και θερμοκρασίας.

Σε τοπικό επίπεδο τα ρεύματα αυτά κινούνται προς κατευθύνσεις οι οποίες προσδιορίζονται εκτός από τις διαφορές πίεσης και από τα στοιχεία του ανάγλυφου



της Γης όπως πεδιάδες, οροσειρές, ωκεανοί, κ.α.

Τα ρεύματα ατμοσφαιρικού αέρα τα οποία έχουν διαφορετικές θερμοκρασίες και διαφορετικά ποσοστά υδρατμών, συνήθως αναφέρονται ως **μέτωπα**. Στις περιοχές όπου συναντιόνται τα μέτωπα συμβαίνουν αλλαγές στον καιρό και προκαλούνται φαινόμενα όπως βροχές, χιονοπτώσεις, καύσωνας, κ.τ.λ.

Τα ρεύματα αέρα, η εξάτμιση του νερού, η μεταφορά του αέρα και των υδρατμών από μια περιοχή σε άλλη απαιτούν τεράστια ποσά ενέργειας τα οποία προέρχονται από τον Ήλιο. Για να εκτιμήσουμε τα ποσά αυτά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα εξής δεδομένα:

1. Ο Ήλιος μετακινεί και συντηρεί σε διαρκή κίνηση 5.600.000.000.000.000 τόνους ατμοσφαιρικού αέρα.

2. Η ταχύτητα με την οποία γίνεται η κίνηση του ατμοσφαιρικού αέρα μπορεί να είναι ή πολύ μικρή ή πάρα πολύ μεγάλη. Έχουν όμως μετρηθεί και ταχύτητες έως και 600km/h.

3. Μετακινεί τεράστιες ποσότητες σκόνης που συχνά φθάνουν τα 500.000.000 τόνους.

4. Ανυψώνει και συντηρεί στην ατμόσφαιρα τεράστιες ποσότητες νερού. Ένα συνηθισμένο σύννεφο περιέχει 100 έως 1000 τόνους νερού.

5. Η ενέργεια που εκλύεται σε μια καλοκαιρινή καταιγίδα είναι μεγαλύτερη από αυτή που ισοδυναμεί με 10 ατομικές βόμβες όπως αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στη Χιροσίμα.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Φαινόμενα όπως τήξη, βρασμός, διαστολή περιγράφονται με τις έννοιες της θερμότητας και της θερμοκρασίας.

Η ύλη αποτελείται από άτομα και μόρια που έχουν δύο βασικά χαρακτηριστικά:

α) κινούνται και

β) αλληλεπιδρούν.

Άρα τα μόρια θα έχουν κινητική και δυναμική ενέργεια. Εφ' όσον πρόκειται όμως για αραιά αέρια η δυναμική τους ενέργεια μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Στην περίπτωση αυτή ορίζουμε την **εσωτερική ενέργεια** U με τη σχέση: $U = N\overline{K}$, όπου $\overline{K}$ η μέση κινητική ενέργεια των μορίων.

Η ιδιότητα των αερίων να ασκούν δυνάμεις στα τοιχώματα των δοχείων που τα περιέχουν περιγράφεται με τη χρήση του φυσικού μεγέθους της πίεσης. Η **πίεση** είναι το μονόμετρο μέγεθος που ορίζεται από το πηλίκο της κάθετης δύναμης F, προς την επιφάνεια S, στην οποία αυτή ασκείται δηλαδή $P = F/S$ με μονάδα μέτρησης στο διεθνές σύστημα $1N/m^2 = 1$ Pascal.

Αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία ενός αερίου αυξάνεται η πίεσή του. Η αύξηση αυτή οφείλεται στην αύξηση της ταχύτητας του κάθε μορίου του.

Αν Q ονομάσουμε το ποσό της θερμότητας που απορροφάται από ένα αέριο, ΔU η αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας και W το έργο, τότε ισχύει η σχέση $Q = \Delta U + W$ που περιγράφει την **αρχή διατήρησης της ενέργειας**.

Μια μηχανή που χρησιμοποιεί ηλεκτρική ενέργεια απορροφά ενέργεια W_1 ενώ το έργο που παρέχει ένα W_2.

Το πηλίκο W_2/W_1 ονομάζεται **απόδοση** της μηχανής.

Δηλαδή:

$$\text{απόδοση} = \frac{\text{ενέργεια που αποδίδεται}}{\text{ενέργεια που απορροφάται}} \cdot 100\%$$

Ο ρυθμός με τον οποίο μια μορφή ενέργειας μετατρέπεται σε κάποια άλλη, ονομάζεται **ισχύς** και συμβολίζεται με το P.

Έτσι αν μια ποσότητα ενέργειας W μετατρέπεται σε άλλη στη χρονική διάρκεια t, η ισχύς είναι $P = \frac{W}{t}$ με μονάδα μέτρησης στο S.I. το 1 Watt$=\frac{1\text{Joule}}{s}$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Τι μορφή ενέργειας έχουν τα μόρια των αραιών αερίων;
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

2. Τι σημαίνει η έκφραση "τα αέρια είναι συμπιεστά";

3. Πώς ερμηνεύεται η πίεση που ασκεί ένα αέριο στα τοιχώματα του δοχείου που το περιέχει;

4. Πού οφείλεται η δύναμη που "τεντώνει" τα τοιχώματα ενός μπαλονιού;

5. Με ένα απλό πείραμα να εξηγήσετε πώς φτάνουμε στο συμπέρασμα ότι αύξηση της θερμοκρασίας μιας ποσότητας αερίου συνεπάγεται αύξηση των ταχυτήτων των μορίων;

6. Τι ονομάζουμε εσωτερική ενέργεια μιας ποσότητας αερίου; Πώς εξηγείται ότι η εσωτερική ενέργεια μιας ποσότητας αερίου πρέπει να είναι ανάλογη της θερμοκρασίας του;

7. Πώς σχετίζεται το μέγεθος θερμότητα με το μέγεθος εσωτερική ενέργεια;

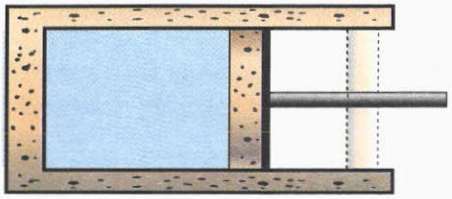
8. Να εξηγήσετε τον όρο "απορρόφηση θερμότητας" από ένα σώμα.

9. Πότε δυο σώματα λέμε ότι βρίσκονται σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας; Αναφέρατε ένα παράδειγμα στο οποίο να εξηγήσετε τη διαδικασία με την οποία δύο σώματα φτάνουν σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας.

10. Γράψτε τη σχέση που εκφράζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας. Να εξηγήσετε τα μεγέθη που υπεισέρχονται στη σχέση αυτή.

11. Μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε δοχείο με αγώγιμα και ανένδοτα (σταθερά) τοιχώματα. Θερμαίνουμε το δοχείο.
Πώς εφαρμόζεται η αρχή διατήρησης της ενέργειας στην περίπτωση αυτή;

12. Ο κύλινδρος της εικόνας έχει μονωμένα τοιχώματα και περιέχει μια ποσότητα αερίου. Το έμβολο είναι μονωμένο και μπορεί να κινείται χωρίς τριβή.



Το έμβολο κινείται προς τα δεξιά λόγω της πίεσης του αερίου. Συμφωνείτε με την άποψη ότι μειώθηκε η εσωτερική ενέργεια του αερίου;

13. Ποιες μονάδες θερμότητας γνωρίζετε; Ποια είναι η σχέση μεταξύ τους;

14. Να κάνετε ένα απλό σχεδιάγραμμα με το οποίο να αναπαριστάνονται οι ενεργειακές μετατροπές μιας μηχανής.

15. Πώς ορίζεται η απόδοση μιας μηχανής; Τι εννοούμε όταν λέμε για παράδειγμα, ότι μια μηχανή έχει απόδοση 65%;

16. Πώς ερμηνεύετε την πρόταση της ΔΕΗ, να αντικατασταθούν οι λαμπτήρες πυράκτωσης με λαμπτήρες φθορισμού; Στην απάντησή σας, να λάβετε υπόψη τα στοιχεία του πίνακα με τις τιμές απόδοσης διαφόρων μηχανών και συσκευών.

17. Τι εννοούμε με τον όρο υποβάθμιση της ενέργειας; Αναφέρατε ένα παράδειγμα για να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

18. Σε μια μηχανή έχουμε πάντα απώλειες ενέργειας.
Α. Τι εννοούμε με τον όρο "απώλειες ενέργειας";
Β. Σε μια μηχανή εξακολουθεί να ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας;

19. Να συμπληρώσετε τα κενά στο παρακάτω κείμενο:

Τόσο τα μόρια όσο και τα άτομα έχουν δύο βασικά χαρακτηριστικά:

Α. Να ..... και

Β. Να ..... ασκώντας ελκτικές και απωστικές δυνάμεις. Στα αραιά αέρια οι αποστάσεις μεταξύ των μορίων είναι σχετικά μεγάλες και κατά συνέπεια θεωρούμε ότι τα μόρια έχουν μόνο ..... ενέργεια.

20. Να συμπληρώσετε τα κενά στο παρακάτω κείμενο:

Α. Η πίεση που προκαλεί ένα αέριο στα τοιχώματα του δοχείου που το περιέχει οφείλεται στις ..... που ασκούν τα μόρια του αερίου στα τοιχώματα του δοχείου κατά την πρόσκρουσή τους σε αυτά.

Β. Η θερμοκρασία εξαρτάται από το μέτρο της μέσης τιμής των ..... των μορίων ενός αερίου.

Γ. Εσωτερική ενέργεια μιας ποσότητας αερίου είναι η ..... των μορίων του.

21. Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) τις σωστές και με το γράμμα (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις:

Α. Τα μόρια μιας ποσότητας αερίου έχουν μόνο κινητική ενέργεια αν το αέριο είναι αραιό.

Β. Η θερμότητα είναι το ποσό ενέργειας που περιέχει ένα σώμα.

Γ. Όταν δύο σώματα που βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία, έλθουν σε επαφή, τότε ποσό θερμότητας "ρέει" από το ένα στο άλλο.

22. Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) τις σωστές και με το γράμμα (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις:

Α. Η σχέση: $Q=W+\Delta U$ αποτελεί την έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας για τις μεταβολές που υφίσταται ένα αέριο.

Β. Μονάδα κινητικής ενέργειας είναι το 1cal και είναι: 1cal=4,18Joule.

Γ. Απόδοση 70% ενός ηλεκτροκινητήρα σημαίνει ότι 100Joule ηλεκτρικής ενέργειας μετατρέπονται σε 70Joule κινητικής ενέργειας.

Δ. Μια ποσότητα ενέργειας δεν χάνεται σε οποιαδήποτε μετατροπή της αλλά μπορεί να υποβαθμιστεί.

23. Η εσωτερική ενέργεια μιας ποσότητας ενός αραιού αερίου είναι:

Α. Το άθροισμα των δυναμικών ενεργειών των μορίων.

Β. Το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των μορίων.

Γ. Το άθροισμα των κινητικών και δυναμικών ενεργειών των μορίων.

24. Δύο αντικείμενα βρίσκονται απαραίτητα στην ίδια θερμοκρασία αν:

Α. Περιέχουν ίσες ποσότητες θερμότητας.

Β. Χάνουν θερμότητα με τον ίδιο ρυθμό.

Γ. Δεν συμβαίνει μεταφορά ενέργειας από το ένα στο άλλο όταν έρθουν σε επαφή.

Δ. Τα μόριά τους έχουν την ίδια ατομική δομή.

25. Κατά την πειραματική διαδικασία με τη συσκευή του Joule αφήνουμε ένα σώμα να πέσει από γνωστό ύψος και η δυναμική του ενέργεια ελαττώνεται κατά 5J.

Με ποια από τις παρακάτω προτάσεις συμφωνείτε;

Α. Στα πτερύγια μεταβιβάζεται ενέργεια 5J.

Β. Η εσωτερική ενέργεια του νερού μεγαλώνει κατά 5J.

Γ. Μειώθηκε η κινητική ενέργεια των μορίων του υγρού.

26. Με το ένα χέρι σας ακουμπείστε το μεταλλικό πόδι του θρανίου σας και με το άλλο ακουμπείστε το ξύλινο μέρος του.

Α. Ποιο από τα δύο μέρη του θρανίου αισθάνεστε να είναι πιο ψυχρό;

Β. Πώς εξηγείτε τη διαφορά που αισθάνεστε;

Γ. Η θερμοκρασία των μερών του θρανίου είναι ίδια με του περιβάλλοντος ή όχι;

27. Α. Αναμιγνύουμε το νερό δύο ποτη-

ριών που περιέχουν ίσες ποσότητες νερού. Οι θερμοκρασίες τους είναι 20°C και 60°C. Το νερό που θα προκύψει θα έχει θερμοκρασία:

i) 60°C
ii) 40°C
iii) 20°C
iv) 50°C

Β. Αν η ποσότητα του νερού θερμοκρασίας 20°C είναι διπλάσια από την ποσότητα του νερού θερμοκρασίας 60°C, να υπολογίσετε τη θερμοκρασία του νερού που θα προκύψει από την ανάμειξή τους.

28. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένες;

Α. Η ενέργεια "χάνεται" αν μετασχηματίζεται από μια μορφή σε άλλη.
Β. Η ενέργεια μπορεί να ανακυκλωθεί μετατρεπόμενη συνεχώς από μια μορφή σ' άλλη.
Γ. Η ενέργεια διατηρείται αν μετασχηματίζεται από μια μορφή σε άλλη.
Δ. Η ενέργεια υποβαθμίζεται κατά τη μετατροπή από μια μορφή σε άλλη και έτσι δεν μπορεί να ανακυκλώνεται συνεχώς.
Ε. Ένα αντικείμενο μπορεί μόνο να παίρνει ή να δίνει ενέργεια.

29. Ωθούμε ένα βιβλίο που βρίσκεται πάνω σε ένα οριζόντιο θρανίο. Το βιβλίο αρχίζει να κινείται και σχεδόν αμέσως σταματά, λόγω τριβών.

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Η κινητική του ενέργεια μετατράπηκε σε θερμότητα.
Β. Αυξήθηκε η θερμότητα του βιβλίου και του τραπεζιού.
Γ. Αυξήθηκε η θερμοκρασία του βιβλίου και του τραπεζιού.

30. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

Α. Κλείνουμε την πόρτα το χειμώνα για να μη μπει το κρύο.
Β. Τα αέρια μπορούν να συμπιεστούν μέχρι να αποκτήσουν μηδενικό όγκο.
Γ. Ένα αέριο έχει έργο W.
Δ. Ένα σύστημα έχει εσωτερική ενέργεια U.
Ε. Ένα υγρό έχει θερμοκρασία θ.
ΣΤ. Ένα στερεό έχει θερμότητα Q.

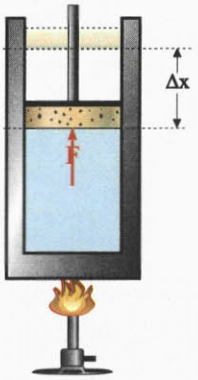
ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ιδανικό αέριο απορροφά θερμότητα 80J ενώ ταυτόχρονα παράγει έργο 30J. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου.

2. Πόση θερμότητα ανταλλάσσεται μεταξύ αερίου - περιβάλλοντος σε μια διαδικασία κατά την οποία το παραγόμενο έργο είναι 50J και η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου είναι 30J;

3. Κατά τη συμπίεση ενός αερίου, η εσωτερική του ενέργεια διατηρείται σταθερή, ενώ στο αέριο μεταβιβάζεται ενέργεια μέσω έργου 50J. Πόση θερμότητα ανταλλάσσεται μεταξύ αερίου και περιβάλλοντος;

4. Κατά τη θέρμανση αερίου μέσα σε δοχείο με έμβολο, μεταβιβάζεται στο αέριο θερμότητα 400J. Η εσωτερική ενέργεια του αερίου μεταβάλλεται κατά 250J. Το αέριο ασκεί στο έμβολο σταθερή δύναμη 1.500N, όπως φαίνεται στην εικόνα.



Πόσο θα μετακινηθεί το έμβολο;

5. Ένα σώμα μάζας 0,8kg αφήνεται από ύψος 3m, πέφτει σε άμμο και ακινητοποιείται.

Πόσο αυξάνεται η εσωτερική ενέργεια του συστήματος;

Δίνεται $g=10m/s^2$ και ότι στο σώμα κατά την πτώση του επενεργεί μόνο το βάρος του.

6. Έστω ότι θέλετε να μειώσετε το βάρος σας και κάποιος σας προτείνει να μειώσετε κατά 10% το ποσοστό θερμίδων στο καθημερινό σας διαιτολόγιο, διατηρώντας την ίδια καθημερινή σας δραστηριότητα. Λάβετε υπόψη ότι η καύση 1g λίπους αποδίδει 9,5kcal. Ας υποθέσουμε ότι με ένα κανονικό διαιτολόγιο 3.500kcal την ημέρα, το βάρος σας παραμένει σταθερό.
Σε πόσο χρόνο θα χάσετε 2kg;

7. Ένα αυτοκίνητο έχει μάζα 1.000kg και κινείται σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα 108km/h. Η συνολική δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση του αυτοκινήτου είναι 450N.

Α. Πόση είναι η κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου;

Β. Πόση ενέργεια απαιτείται για να διανύσει το αυτοκίνητο 1km με την ταχύτητα αυτή;

Γ. Ένα λίτρο βενζίνης όταν καεί αποδίδει $3\cdot10^7$Joule και ο κινητήρας του αυτοκινήτου έχει απόδοση 30%. Πόση απόσταση διανύει το αυτοκίνητο κινούμενο με 108km/h όταν καταναλώσει 1L βενζίνης;

Κεφάλαιο 2.2

1. Από τη γνωστή σχέση $Q = \Delta U + W$ βρίσκουμε:
$\Delta U = Q - W = (80 - 30)J$ ή $\Delta U = 50J$.

2. Έχουμε $Q = \Delta U + W$ οπότε:
$Q = (30 + 50)J$ ή $Q = 80J$.

3. Στη σχέση $Q = \Delta U + W$ έχουμε $\Delta U = 0$.
Έτσι: $Q = 0 + W$ ή $Q = 50J$.

4. Από τη σχέση $Q = \Delta U + W$ βρίσκουμε πως το παραγόμενο από το αέριο έργο είναι:
$W = Q - \Delta U = (400 - 250)J$ ή $W = 150J$.

Αλλά $W = F\,\Delta x$ ή $\Delta x = \dfrac{W}{F} = \dfrac{150}{1.500}m$ ή $\Delta x = 0,1m$.

5. Το σώμα αρχικά έχει δυναμική ενέργεια, η οποία μετατρέπεται κατά την πτώση του, σε κινητική και τελικά σε εσωτερική ενέργεια του σώματος.
Δηλαδή: $\Delta U = mgh = 0,8 \cdot 10 \cdot 3J$ ή $\Delta U = 24J$.

6. Καθημερινά το ποσοστό των θερμίδων είναι ελαττωμένο κατά 350kcal. Για να διατηρείται η ίδια δραστηριότητα, οι θερμίδες αυτές αναπληρώνονται από την καύση του λίπους του οργανισμού.
Συγκεκριμένα για κάθε ημέρα πρέπει ο οργανισμός να μειώνει το λίπος κατά $\dfrac{350}{9,5}$ gr. Έτσι προκειμένου να καούν 2kg, δηλαδή 2.000gr

απαιτούνται $\dfrac{2.000}{\dfrac{350}{9,5}}$ ημέρες ή $\dfrac{2.000 \cdot 9,5}{350} = 54,28$ ημέρες.

7. Α. Για την κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου που η ταχύτητα του είναι

$$\upsilon = \frac{108 \cdot 10^3}{3.600} m/s = 30m/s,$$ βρίσκουμε:

$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.000 \cdot 30^2 J \text{ ή } K = 4,5 \cdot 10^5 J.$$

Β. Για να διατηρείται η ταχύτητα σταθερή, απαιτείται ενέργεια ίση με αυτή που γίνεται θερμότητα, μέσω του έργου της δύναμης F η οποία αντιστέκεται στην κίνηση.
Δηλαδή $E = W_F = F\,x = 450 \cdot 1.000 J$ ή $E = 4,5 \cdot 10^5 J$.

Γ. Από την καύση ενός λίτρου βενζίνης προκύπτει ενέργεια $3 \cdot 10^7 J$ από την οποία ωφέλιμη είναι το 30%, δηλαδή $0,9 \cdot 10^7 J$. Τόση ακριβώς ενέργεια γίνεται θερμότητα μέσω του έργου της F, αφού η ταχύτητα εξακολουθεί να παραμένει σταθερή.

Δηλαδή $E_{\omega\varphi} = F\,x'$ ή $x' = \dfrac{E_{\omega\varphi}}{F} = \dfrac{0,9 \cdot 10^7}{450} m$ ή $x' = 2 \cdot 10^4 m$.

ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

3.1 Συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα

Σε όλες τις οικιακές συσκευές, στους ραδιοφωνικούς και τηλεοπτικούς πομπούς και δέκτες, στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, στα βιομηχανικά συστήματα διανομής ενέργειας υπάρχουν ηλεκτρικά κυκλώματα. Στα κυκλώματα αυτά τα ηλεκτρικά φορτία κινούνται προσανατολισμένα. Η προσανατολισμένη αυτή κίνηση των φορτίων λέγεται ηλεκτρικό ρεύμα.

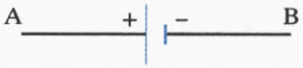
Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε το συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα, το αίτιο και τα αποτελέσματά του, καθώς και τους νόμους που ισχύουν στα ηλεκτρικά κυκλώματα. Τέλος, θα αναφερθούμε σε χρήσιμες συμβουλές για την προστασία από τους κινδύνους του ηλεκτρικού ρεύματος.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

3.1.1. Ηλεκτρικές πηγές 235
3.1.2. Ηλεκτρικό ρεύμα 235
3.1.3. Κανόνες του Kirchhoff 240
3.1.4. Αντίσταση (ωμική) - Αντιστάτης 244
3.1.5. Συνδεσμολογία αντιστατών (αντιστάσεων) 252
3.1.6. Ρυθμιστική (μεταβλητή) αντίσταση 258
3.1.7. Ενέργεια και ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος 260
3.1.8. Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ) πηγής 268
3.1.9. Νόμος του Ohm για κλειστό κύκλωμα 270
3.1.10. Αποδέκτες 274
3.1.11. Δίοδος 274
Ερωτήσεις - Δραστηριότητες 291
Ασκήσεις - Προβλήματα 301

3.1.1. Ηλεκτρικές πηγές

Στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε ηλεκτρικές στήλες (στοιχεία) για τη λειτουργία φορητών ραδιοφώνων, ρολογιών και φακών, χρησιμοποιούμε ηλεκτρικούς συσσωρευτές (μπαταρίες) για τη λειτουργία των ηλεκτρικών οργάνων του αυτοκινήτου, χρησιμοποιούμε φωτοστοιχεία για τη λειτουργία των μικρών αριθμομηχανών, χρησιμοποιούμε ηλεκτρικές γεννήτριες για το φωτισμό των εξοχικών σπιτιών. Όλες αυτές οι συσκευές είναι **ηλεκτρικές πηγές**.



Εικόνα 3.1-1. Συμβολισμός πηγής συνεχούς τάσης.

Ποιος είναι ο ρόλος της ηλεκτρικής πηγής στις παραπάνω λειτουργίες; Η ηλεκτρική πηγή δημιουργεί στα άκρα της διαφορά δυναμικού (τάση) και προσφέρει στο κύκλωμα την ενέργειά της.

Τα άκρα της πηγής ονομάζονται **πόλοι** της πηγής. Ο πόλος που βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό λέγεται **θετικός πόλος** (+) και ο πόλος που βρίσκεται σε χαμηλότερο δυναμικό λέγεται **αρνητικός πόλος** (–).

Έχουμε δύο είδη ηλεκτρικών πηγών:

α) **πηγές συνεχούς τάσης**, στις οποίες ο θετικός και ο αρνητικός πόλος είναι καθορισμένοι. Στην εικόνα 1 φαίνεται ο συμβολισμός μιας πηγής συνεχούς τάσης.

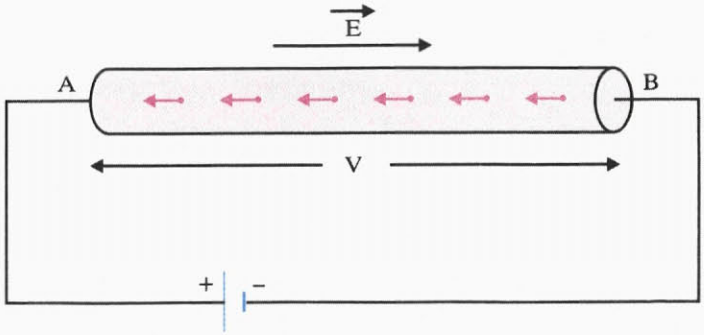
Εικόνα 3.1-2. Συμβολισμός πηγής εναλλασσόμενης τάσης.

β) **πηγές εναλλασσόμενης τάσης**, στις οποίες ο θετικός και ο αρνητικός πόλος εναλλάσσονται. Στην εικόνα 2 φαίνεται ο συμβολισμός μιας πηγής εναλλασσόμενης τάσης.

3.1.2. Ηλεκτρικό ρεύμα

Το ηλεκτρικό ρεύμα στους μεταλλικούς αγωγούς

Τι συμβαίνει σ' ένα μεταλλικό αγωγό, αν συνδέσουμε τα άκρα του με μια πηγή συνεχούς τάσης; Τώρα, στα άκρα του υπάρει διαφορά δυναμικού και στο εσωτερικό του ηλεκτρικό πεδίο. Το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί δύναμη στα ελεύθερα ηλεκτρόνια. Με την επίδραση αυτής της δύναμης τα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται προσανατολισμένα, με φορά από τον αρνητικό πόλο της πηγής (χαμηλότερο δυναμικό) προς το θετικό πόλο της πηγής (υψηλότερο δυναμικό), δηλαδή με φορά αντίθετη της φοράς της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου (εικ. 3).



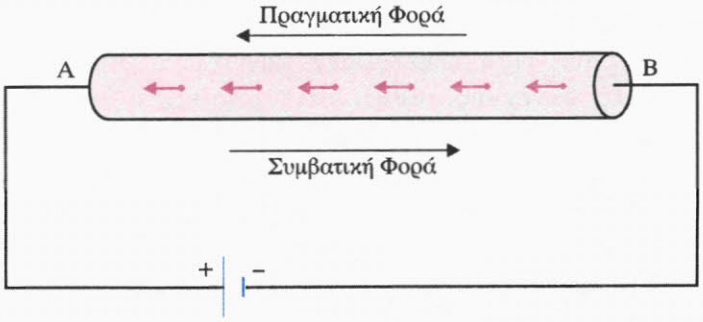
Εικόνα 3.1-3.
Ηλεκτρικό ρεύμα σε μεταλλικό αγωγό.

Η προσανατολισμένη αυτή κίνηση των ηλεκτρονίων στο μεταλλικό αγωγό ονομάζεται ηλεκτρικό ρεύμα.

Γενικά, **ηλεκτρικό ρεύμα ονομάζεται η προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.**

Η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος

Η φορά κίνησης των ηλεκτρονίων λέγεται **πραγματική φορά** του ηλεκτρικού ρεύματος. Ωστόσο, έχει επικρατήσει να θεωρούμε ως **φορά** του ηλεκτρικού ρεύματος την αντίθετη από τη φορά κίνησης των ηλεκτρονίων, που λέγεται **συμβατική φορά** του ηλεκτρικού ρεύματος (εικ. 4).



Εικόνα 3.1-4.
Φορά του ηλεκτρικού ρεύματος.

Η σύμβαση αυτή υπάρχει, γιατί οι μεγάλοι πειραματικοί φυσικοί του προηγούμενου αιώνα, που μελετούσαν τα ηλεκτρικά φαινόμενα, δε γνώριζαν τη σημερινή δομή του ατόμου και χρησιμοποιούσαν ως φορά του ηλεκτρικού ρεύματος τη φορά κίνησης του θετικού φορτίου, δηλαδή αυτή που εμείς σήμερα θεωρούμε ως συμβατική. Απλά εμείς διατηρήσαμε την παράδοση. Βέβαια, αυτό μας βολεύει γιατί οι περισσότεροι άνθρωποι ευκολότερα αντιλαμβάνονται ότι μια ροή συμβαίνει «απ' τα ψηλά στα χαμηλά», παρά αντίθετα. Έτσι, τα περισσότερα ηλεκτρικά κυκλώματα χρησιμοποιούν τον αρνητικό πόλο ως γείωση (δηλαδή ως

σημείο αναφοράς, όπου το δυναμικό ισούται με μηδέν, V = 0). Έτσι, ο θετικός πόλος έχει θετικό δυναμικό, δηλαδή «βρίσκεται πιο ψηλά» από τον αρνητικό.

Αναλυτική περιγραφή του ηλεκτρικού ρεύματος στους μεταλλικούς αγωγούς

Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια δέχονται συνεχώς τη δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι επιταχύνονται συνεχώς, γιατί συγκρούονται με τα θετικά ιόντα του μεταλλικού αγωγού, οπότε χάνουν μέρος της κινητικής ενέργειας που είχαν τη στιγμή της σύγκρουσης. Μετά ξαναεπιταχύνονται μέχρι να ξανασυγκρουστούν με τα θετικά ιόντα. Η σύνθετη αυτή κίνηση μπορεί να θεωρηθεί πρακτικά ευθύγραμμη ομαλή, με σταθερή ταχύτητα της τάξης των mm/s, η οποία λέγεται **ταχύτητα διολίσθησης** και συμβολίζεται με $\mathbf{v_d}$.

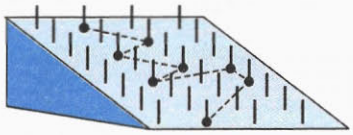
Η μείωση της κινητικής ενέργειας των ελεύθερων ηλεκτρονίων, λόγω των συγκρούσεων με τα θετικά ιόντα, έχει ως συνέπεια την αύξηση της ενέργειας ταλάντωσης (άρα και το πλάτος ταλάντωσης)των θετικών ιόντων, με αποτέλεσμα την αύξηση της θερμοκρασίας του μεταλλικού αγωγού. Συνέπεια αυτού είναι να μεταφέρεται θερμότητα από τον αγωγό στο περιβάλλον. Το φαινόμενο αυτό λέγεται **φαινόμενο Joule**. Φυσικά, η ηλεκτρική πηγή πρέπει να προσφέρει συνεχώς ενέργεια για τη συντήρηση του φαινομένου.

Η κίνηση όμως των ηλεκτρονίων δεν είναι τόσο απλή. Πριν από τη σύνδεση με την πηγή, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνταν άτακτα χωρίς προτίμηση προς κάποια κατεύθυνση με ταχύτητα της τάξης των Km/s. Ωστόσο, αυτή η άτακτη κίνησή τους, δε θεωρείται ηλεκτρικό ρεύμα.

Μετά τη σύνδεση με την πηγή, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια δε χάνουν την προηγούμενη άτακτη κίνησή τους, αλλά στην ταχύτητά τους προστίθεται και η μικρή ταχύτητα διολίσθησής τους. Έτσι, όλο το ηλεκτρονικό αέριο μετακινείται με μικρή ταχύτητα προς ορισμένη κατεύθυνση. Αυτό είναι το ηλεκτρικό ρεύμα. Στην εικ. 5, φαίνεται η τροχιά της άτακτης κίνησης ενός ελευθέρου ηλεκτρονίου σ' ένα μεταλλικό αγωγό χωρίς την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου και η τροχιά του ίδιου ελευθέρου ηλεκτρονίου με την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου.

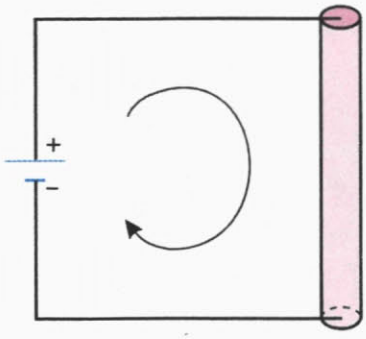
Ένα μηχανικό ανάλογο της κίνησης του ηλεκτρονίου είναι η κίνηση ενός σφαιριδίου, που κυλίεται σε κεκλιμένο επίπεδο μέσω μιας πυκνής διάταξης καρφιών (εικ. 6). Το σφαιρίδιο αντιστοιχεί σε ελεύθερο ηλεκτρόνιο, τα καρφιά αντιστοιχούν στα θετικά ιόντα και η συνιστώσα του βάρους του σφαιριδίου στη δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο.

Εικόνα 3.1-5.
Τροχιές ελεύθερου ηλεκτρονίου.



Εικόνα 3.1-6.
Μηχανικό ανάλογο κίνησης ελευθέρου ηλεκτρονίου σε ρευματοφόρο αγωγό.

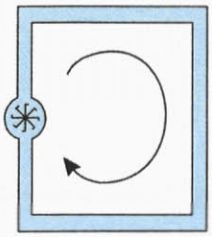
Μηχανικό ανάλογο και υδραυλικό ανάλογο της ηλεκτρικής πηγής και του ηλεκτρικού ρεύματος



Εικόνα 3.1-7.
Ηλεκτρική πηγή - αγωγός

Όπως είδαμε, η ηλεκτρική πηγή δεν παράγει ηλεκτρικά φορτία, αλλά δημιουργεί διαφορά δυναμικού, λόγω της οποίας γίνεται η ροή των ήδη υπαρχόντων ηλεκτρικών φορτίων. Φυσικά, είναι απαραίτητη η συνεχής προσφορά ενέργειας από την ηλεκτρική πηγή (εικ. 7).

Παρόμοιο είναι το φαινόμενο της εικόνας 8 (**υδραυλικό ανάλογο**), όπου η αντλία δεν παράγει νερό, αλλά δημιουργεί διαφορά πίεσης, λόγω της οποίας γίνεται η ροή του ήδη υπάρχοντος νερού. Φυσικά, είναι απαραίτητη η συνεχής προσφορά ενέργειας από την αντλία.

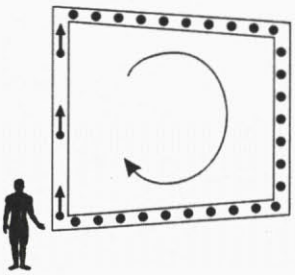


Εικόνα 3.1-8.
Υδραυλικό ανάλογο ηλεκτρικής πηγής.

Αντίστοιχο είναι το φαινόμενο της εικ. 9 (**μηχανικό ανάλογο**), όπου ο άνθρωπος δεν παράγει σφαιρίδια, αλλά δημιουργεί διαφορά δυναμικού, λόγω της οποίας γίνεται η ροή των ήδη υπαρχόντων σφαιριδίων. Φυσικά, είναι απαραίτητη η συνεχής προσφορά ενέργειας από τον άνθρωπο.

Αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος

Όταν το ηλεκτρικό ρεύμα διαρρέει τους αγωγούς, προκαλεί κάποια φαινόμενα, τα οποία ονομάζουμε **αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος** και είναι τα παρακάτω:



Εικόνα 3.1-9.
Μηχανικό ανάλογο ηλεκτρικής πηγής.

α) Θερμικά

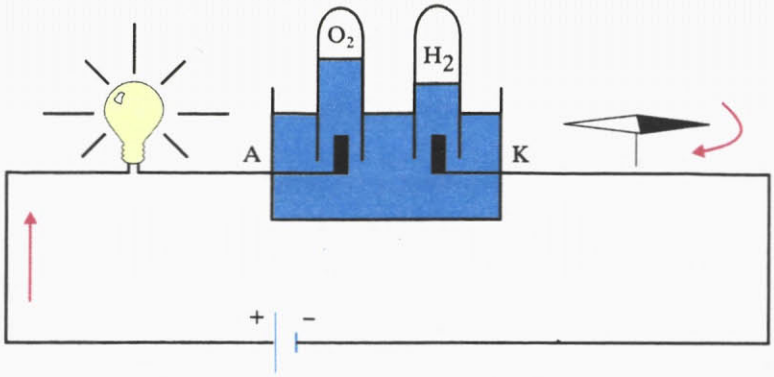
Παρατηρούνται κατά τη λειτουργία του θερμοσίφωνα, της ηλεκτρικής κουζίνας, του λαμπτήρα πυρακτώσεως κ.ά. Σ' αυτά τα φαινόμενα συμβαίνει αύξηση της θερμοκρασίας σε μεταλλικούς αγωγούς.

β) Χημικά

Παρατηρούνται κατά το άδειασμα μιας μπαταρίας, την ηλεκτρόλυση διαλύματος θειϊκού οξέος, την ηλεκτροπληξία κ.ά. Σ' αυτά συμβαίνουν χημικές αντιδράσεις.

γ) Μαγνητικά

Παρατηρούνται κατά τη λειτουργία κινητήρων π.χ. του πλυντηρίου, του ασανσέρ, του τρόλεϊ, κατά την εκτροπή μιας μαγνητικής βελόνας από τη θέση ισορροπίας της κ.ά. Σ' αυτά συμβαίνει αλληλεπίδραση ηλεκτρικών ρευμάτων και μαγνητών.



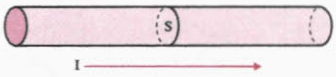
Εικόνα 3.1-10.
Αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος.

Ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος

Ακούμε στις ειδήσεις ότι το Σάββατο από τις 8:00 π.μ. έως τις 11:00 π.μ., δηλαδή σε χρονική διάρκεια 3 ωρών, πέρασαν από τα διόδια της Ελευσίνας 2.100 αυτοκίνητα. Είναι φανερό ότι δε μας ενδιαφέρει μόνο το πλήθος των αυτοκινήτων που πέρασαν, αλλά και σε πόσο χρόνο πέρασαν, δηλαδή ο ρυθμός διέλευσης των αυτοκινήτων.

Έτσι και στους αγωγούς δε μας ενδιαφέρει μόνο η ποσότητα του ηλεκτρικού φορτίου που περνά από μια διατομή του αγωγού, αλλά και σε πόσο χρόνο περνά δηλαδή ο ρυθμός διέλευσης του ηλεκτρικού φορτίου.

Θεωρούμε έναν αγωγό, ο οποίος διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα που έχει πάντα την ίδια φορά (συνεχές ρεύμα) και από μια διατομή του αγωγού περνά ίδια ποσότητα φορτίου σε ίσους χρόνους (χρονικά σταθερό ρεύμα) (εικ. 11).



Εικόνα 3.1-11.
Αγωγός που διαρρέεται από συνεχές και χρονικά σταθερό ηλεκτρικό ρεύμα.

Στην περίπτωση αυτή (του συνεχούς και χρονικά σταθερού ηλεκτρικού ρεύματος) ορίζουμε ως **ένταση I του ηλεκτρικού ρεύματος, που διαρρέει έναν αγωγό, το μονόμετρο μέγεθος που έχει μέτρο ίσο με το πηλίκο του φορτίου q, που περνά από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο t, προς το χρόνο t.**

Δηλαδή:

$$I = \frac{q}{t} \quad (1)$$

Στο διεθνές σύστημα μονάδων (S.I.) η ένταση του ρεύματος είναι θεμελιώδες μέγεθος με μονάδα το **1 A (Ampère)**, που είναι θεμελιώδης μονάδα.

Είναι: $1\ A = \frac{1C}{1s}$ ή $\left(1\ \text{Ampère} = \frac{1\ \text{Coulomb}}{1\ \text{second}}\right)$

Από τη σχέση (1) ορίζεται η μονάδα φορτίου 1 Coulomb (1C = 1A·1s). Δηλαδή 1C είναι το φορτίο, που περνά σε χρόνο 1s από μια διατομή ενός αγωγού, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα έντασης 1A.

Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος εκφράζει το ρυθμό διέλευσης του ηλεκτρικού φορτίου από μια διατομή ενός αγωγού.

Παράδειγμα 1

Ένας αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 4A. Να βρεθούν:

α) το φορτίο που περνά από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο t = 4s.

β) ο αριθμός των ηλεκτρονίων που περνά από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο t = 4s.

Δίνεται $|q_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C.

Λύση

α) Από τον ορισμό της έντασης I του ρεύματος έχουμε:

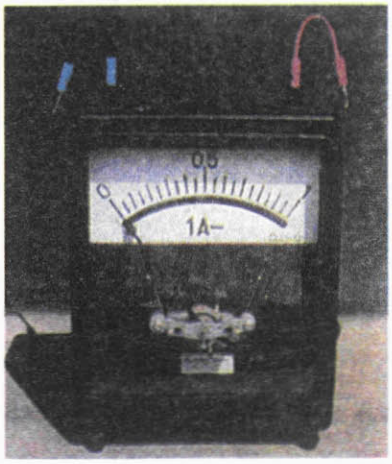
$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = It \Rightarrow q = 16C$$

β) Έστω N ο αριθμός των ηλεκτρονίων. Είναι:

$$q = N|q_e| \Rightarrow N = \frac{q}{|q_e|} \Rightarrow N = 10^{20} \text{ ηλεκτρόνια}$$

3.1.3. Κανόνες του Kirchhoff (Κίρχοφ)

Αμπερόμετρο



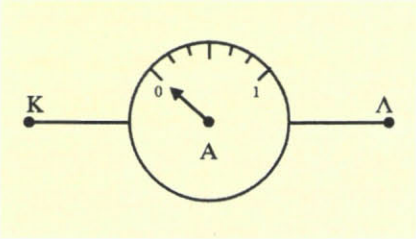
Εικόνα 3.1-12.
Αμπερόμετρο.

Αμπερόμετρο είναι το όργανο που χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος (εικ. 12). Το αμπερόμετρο λειτουργεί με βάση τα θερμικά ή τα μαγνητικά αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος. Έχει δύο ακροδέκτες Κ και Λ, που αντιστοιχούν στα σημεία εισόδου και εξόδου του ηλεκτρικού ρεύματος (εικ. 13).

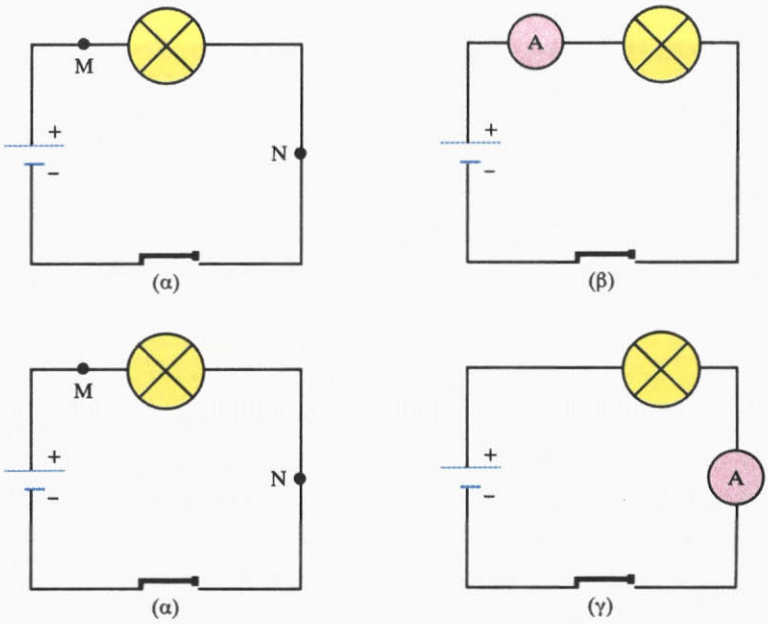
Για να μετρήσουμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος σ' ένα κύκλωμα (εικ. 14α), παρεμβάλλουμε το αμπερόμετρο στο σημείο ακριβώς που θέλουμε να τη μετρήσουμε. Δηλαδή, κόβουμε τον αγωγό του κυκλώματος στο σημείο Μ και στα δύο άκρα που δημιουργούνται, συνδέουμε τους δύο ακροδέκτες του αμπερομέτρου (εικ. 14β). Η σύνδεση αυτή του αμπερομέτρου λέγεται **σύνδεση σε σειρά**.

Αν το αμπερόμετρο θεωρηθεί ιδανικό (μηδενική εσωτερική αντίσταση), η σύνδεσή του δεν επηρεάζει το κύκλωμα, οπότε το αμπερόμετρο δείχνει την ένταση του ρεύματος, που διέρρεε το κύκλωμα, πριν τη σύνδεσή του.

Αν στο κύκλωμα της εικ. 14α παρεμβάλλουμε το αμπερόμετρο στο σημείο Ν, τότε παίρνουμε το κύκλωμα της εικ. 14γ και παρατηρούμε ότι η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι ίδια με την προηγούμενη. Αυτό σημαίνει ότι **η στιγμιαία ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος είναι ίδια σε όλα τα σημεία ενός αγωγού**. Αυτό είναι συνέπεια της **αρχής διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου. Όσο φορτίο διέρχεται από κάποια διατομή του αγωγού ανά μονάδα χρόνου, τόσο φορτίο διέρχεται από οποιαδήποτε άλλη διατομή ενός αγωγού ανά μονάδα χρόνου**. Επομένως, κατά μήκος ενός ρευματοφόρου αγωγού δεν υπάρχουν ούτε «πηγές», ούτε «καταβόθρες» ηλεκτρικών φορτίων.



Εικόνα 3.1-13.
Αμπερόμετρο.

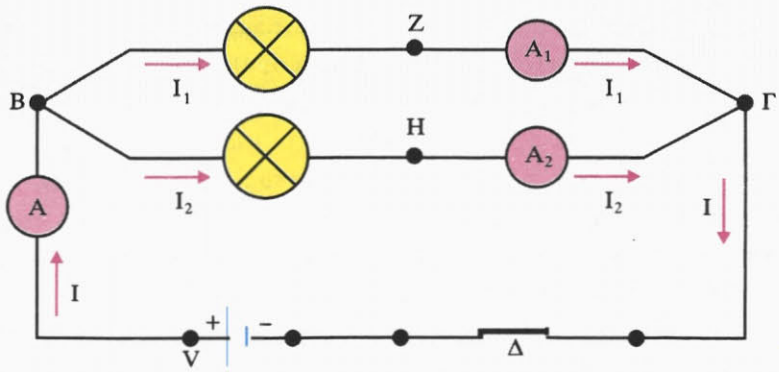


Εικόνα 3.2-14.
Σύνδεση αμπερομέτρου σε κύκλωμα.

1ος Κανόνας του Kirchhoff (Κίρχοφ)

Ας αναφερθούμε στο κύκλωμα που φαίνεται στην εικ. 15. **Κόμβος λέγεται το σημείο ενός κυκλώματος, στο οποίο συναντιούνται τουλάχιστον τρεις ρευματοφόροι αγωγοί**. Τα σημεία Β και Γ είναι κόμβοι του κυκλώματος. **Κλάδος λέγεται το τμήμα του κυκλώματος που βρίσκεται μεταξύ δύο κόμβων**. Οι αγωγοί ΒΖΓ, ΒΗΓ και ΓΔΒ είναι κλάδοι του κυκλώματος. Όλα τα στοιχεία ενός κλάδου διαρρέονται από την ίδια ένταση ηλεκτρικού ρεύματος.

Το αμπερόμετρο Α δείχνει την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κλάδο ΓΔΒ. Είναι I = 20 mA. Το αμπερόμετρο A_1 δείχνει την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κλάδο ΒΖΓ. Είναι I_1 = 8mA. Το αμπερόμετρο A_2 δείχνει την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κλάδο ΒΗΓ.



Εικόνα 3.1-15.
Πειραματική επαλήθευση 1ου κανόνα Kirchhoff.

Είναι I_2 = 12 mA. Παρατηρούμε ότι:

$$I = I_1 + I_2 \qquad (2)$$

Δηλαδή, **το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων, που** «εισέρχονται» **σ' ένα κόμβο, ισούται με το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων, που** «εξέρχονται» **απ' αυτόν.**

$$\Sigma(I_{\varepsilon\iota\sigma}) = \Sigma(I_{\varepsilon\xi})$$

Η προηγούμενη πρόταση είναι η διατύπωση του **1ου κανόνα του Kirchhoff**, οποίος είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου. Όσο φορτίο «φτάνει» στον κόμβο ανά μονάδα χρόνου, τόσο φορτίο «φεύγει» απ' αυτόν ανά μονάδα χρόνου. Οι κόμβοι δεν είναι ούτε «πηγές», ούτε «καταβόθρες» φορτίων.

Αν αυθαίρετα θεωρήσουμε τις εντάσεις των ρευμάτων, που φτάνουν στον κόμβο ως θετικές και τις εντάσεις των ρευμάτων, που φεύγουν από τον κόμβο ως αρνητικές, η σχέση (2) γράφεται:

$$I - I_1 - I_2 = 0$$

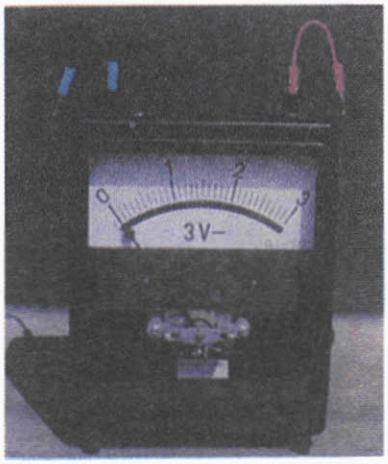
οπότε ο 1ος κανόνας του Kirchhoff διατυπώνεται και ως εξής:

Σ' ένα κόμβο το αλγεβρικό άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων ισούται με μηδέν, δηλαδή:

$$\Sigma I = 0$$

Βολτόμετρο

Βολτόμετρο είναι το όργανο που χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε τη διαφορά δυναμικού (τάση) **μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος** (εικ. 16). Το βολτόμετρο λειτουργεί με βάση τα θερμικά ή τα μαγνητικά αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος. Το βολτόμετρο (εικ. 17) έχει δύο



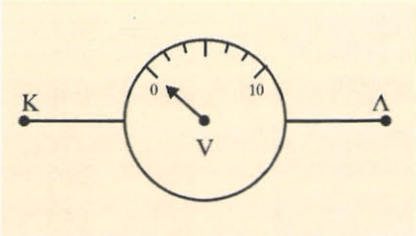
Εικόνα 3.1-16.
Βολτόμετρο.

ακροδέκτες Κ και Λ, που συνδέονται με τα σημεία του κυκλώματος, μεταξύ των οποίων θέλουμε να μετρήσουμε τη διαφορά δυναμικού (τάση).

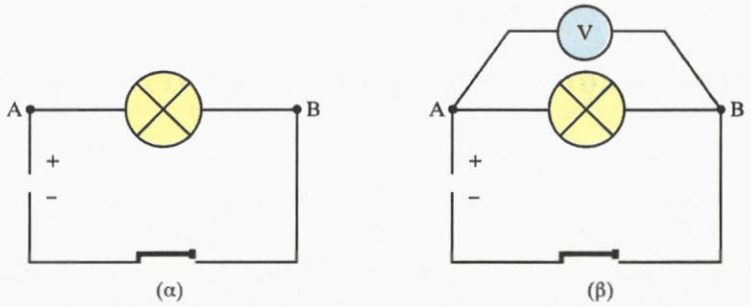
Για να μετρήσουμε τη διαφορά δυναμικού (τάση) μεταξύ δύο σημείων Α και Β ενός κυκλώματος (εικ. 18α), συνδέουμε αγώγιμα τους ακροδέκτες του βολτομέτρου με τα σημεία αυτά (εικ. 18β).

Το βολτόμετρο συνδέεται χωρίς να διακοπεί το κύκλωμα. Η σύνδεση αυτή του βολτομέτρου λέγεται **σύνδεση σε διακλάδωση** ή **παράλληλη σύνδεση**.

Αν το βολτόμετρο θεωρηθεί ιδανικό (άπειρη εσωτερική αντίσταση), η σύνδεσή του δεν επηρεάζει το κύκλωμα, οπότε το βολτόμετρο δείχνει την τάχη μεταξύ των σημείων Α και Β, πριν τη σύνδεσή του.

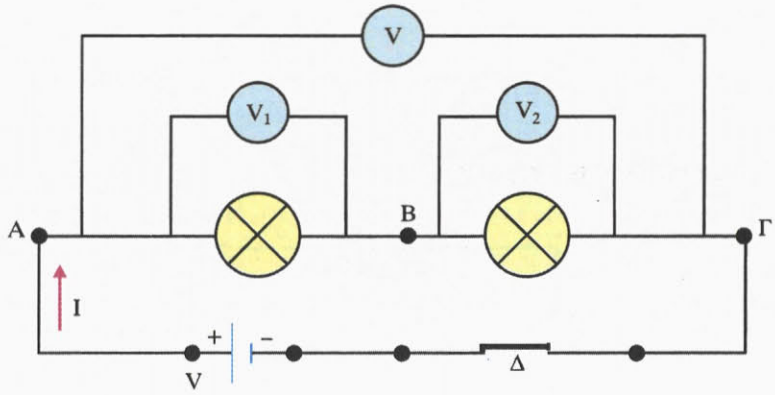


Εικόνα 3.1-17.
Βολτόμετρο.



Εικόνα 3.1-18.
Σύνδεση βολτομέτρου σε κύκλωμα.

2ος Κανόνας του Kirchhoff (Κίρχοφ)



Εικόνα 3.1-19.
Πειραματική επαλήθευση 2ου κανόνα Kirchhoff.

Ας αναφερθούμε στο κύκλωμα που φαίνεται στην εικ. 19. Το βολτόμετρο V δείχνει την τάχη $V_{AΓ}$, που είναι και η τάση στους πόλους της πηγής. Είναι $V_{AΓ}$ = 12V. Το βολτόμετρο V_1 δείχνει την τάση V_{AB}. Είναι V_{AB} = 9V. Το

βολτόμετρο V_2 δείχνει την τάση $V_{ΒΓ}$. Είναι $V_{ΒΓ}$ = 3V. Παρατηρούμε ότι:

$$V_{ΑΓ} = V_{ΑΒ} + V_{ΒΓ} \Leftrightarrow$$
$$V_{ΑΒ} + V_{ΒΓ} - V_{ΑΓ} = 0 \overset{V_{ΑΓ}=-V_{ΓΑ}}{\Leftrightarrow}$$
$$V_{ΑΒ} + V_{ΒΓ} + V_{ΓΑ} = 0$$

Δηλαδή, **κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής σ' ένα κύκλωμα το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού ισούται με μηδέν.**

$$\Sigma(\Delta V) = 0$$

Η προηγούμενη πρόταση είναι η διατύπωση του **2ου κανόνα του Kirchhoff**, ο οποίος είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

Κάθε κλειστή διαδρομή σ' ένα κύκλωμα λέγεται **βρόχος**.

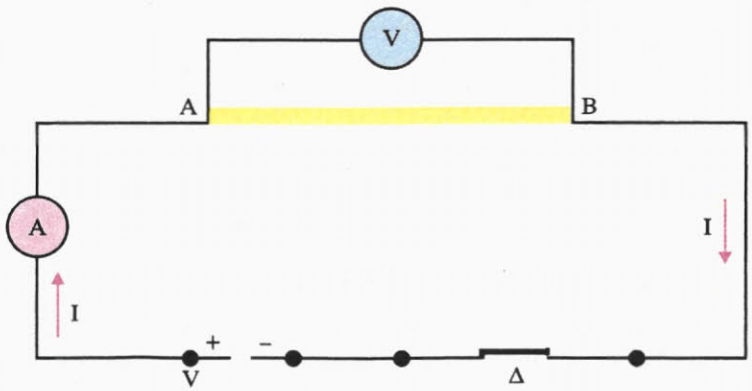
Δίπολο και χαρακτηριστική καμπύλη διπόλου

Ένα κύκλωμα μπορεί να περιέχει λαμπτήρες, αντιστάτες, πυκνωτές, πηνία, ηλεκτρικές πηγές και άλλα στοιχεία. Το κοινό τους χαρακτηριστικό είναι ότι καθένα έχει δύο άκρα, που λέγονται **πόλοι**. Γι' αυτό τα στοιχεία αυτά λέγονται **δίπολα**.

Η λειτουργία ενός διπόλου εξαρτάται από τις τιμές της τάσης που υπάρχει στα άκρα του. Αυτή καθορίζει τις τιμές της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει. Γενικά, για κάθε δίπολο υπάρχει μια συνάρτηση I = f(V). Η γραφική της παράσταση λέγεται **χαρακτηριστική καμπύλη του διπόλου**. Η γνώση της μας βοηθάει στη διάκριση των διπόλων μεταξύ τους και στην πρόβλεψη της λειτουργίας τους, όταν τα συνδέσουμε σε κάποιο κύκλωμα.

3.1.4. Αντίσταση - Αντιστάτης

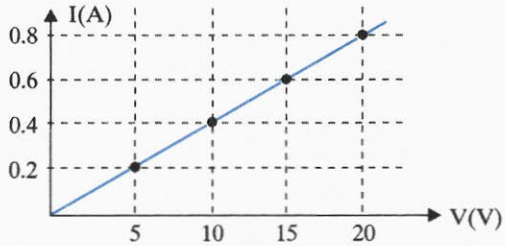
Αντίσταση αγωγή



Εικόνα 3.1-20.
Ηλεκτρικό κύκλωμα με πηγή διακόπτη και μεταλλικό αγωγό.

Θεωρούμε το κύκλωμα της εικόνας 20. Με το βολτόμετρο μετράμε την τάση που εφαρμόζεται στα άκρα του μεταλλικού αγωγού ΑΒ και με το αμπερόμετρο μετράμε την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει. Τα όργανα θεωρούνται ιδανικά. Μεταβάλλοντας την τιμή της τάσης V, παρατηρούμε ότι μεταβάλλεται η τιμή της έντασης I. Φροντίζουμε οι τιμές να είναι τέτοιες, ώστε να μη μεταβάλλεται η θερμοκρασία του αγωγού. Έτσι, έχουμε τον παρακάτω πίνακα τιμών και την αντίστοιχη χαρακτηριστική καμπύλη του αγωγού (εικ. 21).

V(V)	I(A)	V/I
0	0	–
5	0,2	25
10	0,4	25
15	0,6	25
20	0,8	25



Εικόνα 3.1-21.
Χαρακτηριστική καμπύλη μεταλλικού αγωγού.

Παρατηρούμε ότι το πηλίκο V/I έχει σταθερή τιμή για τον αγωγό και ίση με 25. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με άλλους μεταλλικούς αγωγούς και καταλήγουμε πάντα στο ίδιο συμπέρασμα, ότι το πηλίκο V/I έχει σταθερή τιμή, χαρακτηριστική για τον κάθε αγωγό. Το πηλίκο αυτό το ονομάζουμε αντίσταση του αγωγού.

Αντίσταση R ενός αγωγού ονομάζουμε το μονόμετρο μέγεθος, που ισούται με το πηλίκο της τάσης V, που εφαρμόζεται στα άκρα του, προς την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει. Δηλαδή:

$$R = \frac{V}{I} \qquad (3)$$

Στο διεθνές σύστημα μονάδων (S.I.) μονάδα μέτρησης της αντίστασης είναι το 1Ω (Ohm).

Είναι: $1\Omega = \frac{1V}{1A}$ ή $\left(1\ \text{Ohm} = \frac{1\text{Volt}}{1\text{Ampère}}\right)$

1Ω (Ohm) είναι η αντίσταση ενός αγωγού, ο οποίος διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης 1A, όταν στα άκρα του εφαρμόζεται τάση 1V.

Τι εκφράζει η αντίσταση ενός αγωγού;

Η αντίσταση ενός αγωγού εκφράζει τη δυσκολία που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα, όταν διέρχεται μέσα απ' αυτόν.

Πού οφείλεται η αντίσταση των μεταλλικών αγωγών;

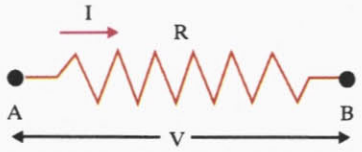
Η αντίσταση των μεταλλικών αγωγών οφείλεται στις «συγκρούσεις» των ελευθέρων ηλεκτρονίων με τα θετικά ιόντα.

Εδώ, πρέπει να τονίσουμε ότι με τον όρο **αντίσταση ή ωμική αντίσταση** εκφράζουμε τη δυσκολία που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα, όταν διέρχεται μέσα από τον μεταλλικό αγωγό. Ο ίδιος ο μεταλλικός αγωγός λέγεται **αντιστάτης**. Όμως, πολλές φορές, για χάρη συντομίας, χρησιμοποιούμε τον όρο αντίσταση ή ωμική αντίσταση και εννοούμε τον ίδιο το μεταλλικό αγωγό. Παραδείγματος χάρη, λέμε «στα άκρα μιας αντίστασης 5Ω» και εννοούμε «στα άκρα ενός αντιστάτη, που έχει αντίσταση 5Ω».

Νόμος του Ohm για αντιστάτη

Για τον αντιστάτη της εικόνας 20 διαπιστώσαμε πειραματικά ότι ισχύει:

$$R = \frac{V}{I} = \text{σταθερό}$$



Εικόνα 3.1-22.
Αντιστάτης.

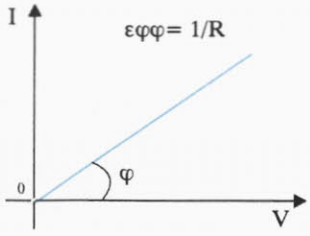
Η σχέση αυτή γράφεται ως εξής:

$$I = \frac{V}{R} \text{ με } R = \text{σταθερό} \qquad (4)$$

Η παραπάνω σχέση αποτελεί τη μαθηματική έκφραση του **νόμου του Ohm για αντιστάτη (μεταλλικό αγωγό)** ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν αντιστάτη (μεταλλικό αγωγό) **σταθερής θερμοκρασίας είναι ανάλογη της τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα του.**

Η χαρακτηριστική καμπύλη του αντιστάτη, δηλαδή η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος ως συνάρτηση της τάσης, φαίνεται στην εικ. 23.



Εικόνα 3.1-23.
Χαρακτηριστική καμπύλη αντιστάτη

Πρέπει να τονίσουμε ότι ο νόμος του Ohm δεν είναι γενικός νόμος για όλους τους αγωγούς. Στις λυχνίες αερίου, στις λυχνίες κενού, στα τρανζίστορ, στους ηλεκτρικούς κινητήρες και σε άλλα ηλεκτρονικά στοιχεία **δεν** ισχύει ο νόμος του Ohm.

Παράδειγμα 2

Η τάση στα άκρα ενός μεταλλικού αγωγού είναι V = 100V και η αντίστασή του R = 10Ω. Να βρεθεί η ένταση I του ρεύματος που τον διαρρέει.

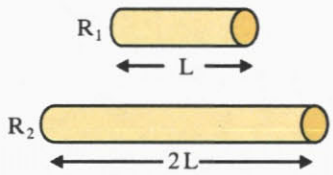
Λύση

Από το νόμο του Ohm έχουμε:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{100V}{10\Omega} \Rightarrow I = 10A$$

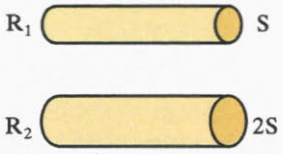
Παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η αντίσταση ενός αντιστάτη

α) Στο κύκλωμα της εικόνας 20, στη θέση του μεταλλικού αγωγού AB συνδέουμε διαδοχικά δύο χάλκινους αγωγούς, ίδιου εμβαδού διατομής S, με μήκη ℓ και 2ℓ αντίστοιχα (εικ. 24). Μετράμε τις αντιστάσεις τους και διαπιστώνουμε ότι ο δεύτερος έχει διπλάσια αντίσταση από τον πρώτο. Άρα, **η αντίσταση είναι ανάλογη του μήκους ℓ του αγωγού**. Η διαπίστωση αυτή είναι αναμενόμενη, γιατί όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος του αγωγού, τόσο περισσότερες είναι οι συγκρούσεις των ελευθέρων ηλεκτρονίων με τα θετικά ιόντα, άρα τόσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση του αγωγού.



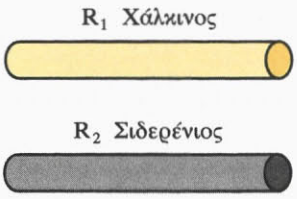
Εικόνα 3.1-24.
Η αντίσταση είναι ανάλογη του μήκους του αγωγού.

β) Στο κύκλωμα της εικόνας 20, στη θέση του μεταλλικού αγωγού AB συνδέουμε διαδοχικά δύο χάλκινους αγωγούς, ίδιου μήκους, με εμβαδά διατομής S και 2S αντίστοιχα (εικ. 25). Μετράμε τις αντιστάσεις τους και διαπιστώνουμε ότι ο δεύτερος έχει τη μισή αντίσταση από τον πρώτο. Άρα, **η αντίσταση είναι αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού S της διατομής του αγωγού**. Η διαπίστωση αυτή είναι αναμενόμενη, γιατί όσο μεγαλύτερο είναι το εμβαδό διατομής του αγωγού, τόσο λιγότερες είναι οι συγκρούσεις των ελευθέρων ηλεκτρονίων με τα θετικά ιόντα, άρα τόσο μικρότερη είναι η αντίσταση του αγωγού.

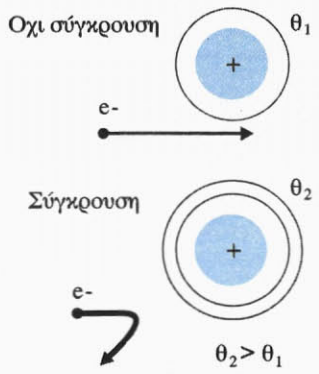


Εικόνα 3.1-25.
Η αντίσταση είανι αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού διατομής του αγωγού.

γ) Στο κύκλωμα της εικόνας 20 στη θέση του μεταλλικού αγωγού AB συνδέουμε διαδοχικά δύο αγωγούς ίδιου μήκους ℓ και ίδιου εμβαδού διατομής S, ένα χάλκινο και ένα σιδερένιο (εικ. 26). Μετράμε τις αντιστάσεις τους και διαπιστώνουμε ότι ο σιδερένιος έχει μεγαλύτερη αντίσταση από τον χάλκινο. Άρα, **η αντίσταση εξαρτάται από το υλικό του αγωγού**. Αυτό συμβαίνει γιατί το μεταλλικό πλέγμα του χάλκινου αγωγού είναι διαφορετικό από το μεταλλικό πλέγμα του σιδερένιου αγωγού, άρα και ο αριθμός των συγκρούσεων των ελευθέρων ηλεκτρονίων με τα θετικά ιόντα είναι διαφορετικός, άρα και η αντίσταση του αγωγού είναι διαφορετική.



Εικόνα 3.1-26.
Η αντίσταση εξαρτάται από το υλικό του αγωγού.



Εικόνα 3.1-27.
Η αντίσταση εξαρτάται από τη θερμοκρασία του αγωγού.

δ) Στο κύκλωμα της εικόνας 20, θερμαίνουμε το μεταλλικό αγωγό ΑΒ, μετράμε την αντίστασή του και διαπιστώνουμε ότι αυτή αυξάνεται. Άρα, **η αντίσταση εξαρτάται από τη θερμοκρασία του αγωγού**. Είναι λογικό, γιατί, όπως έχουμε πει, τα θετικά ιόντα δεν είναι ακίνητα, αλλά ταλαντώνονται γύρω από καθορισμένες θέσεις προς όλες τις κατευθύνσεις, με πλάτος που αυξάνεται με τη θερμοκρασία. Η αύξηση του πλάτους με τη θερμοκρασία αυξάνει τον αριθμό των συγκρούσεων των ελευθέρων ηλεκτρονίων με τα θετικά ιόντα, άρα και την αντίσταση του μεταλλικού αγωγού (εικ. 27).

Το μέγεθος που εκφράζει ποσοτικά την εξάρτητη της αντίστασης ενός αγωγού από το υλικό του αγωγού και τη θερμοκρασία συμβολίζεται με **ρ** και ονομάζεται **ειδική αντίσταση του υλικού**. Η μονάδα μέτρησής της στο S.I. είναι το **1Ω·m**.

Συνεπώς, η αντίσταση R ενός αγωγού, που έχει τη μορφή κυλινδρικού σύρματος,

α) είναι ανάλογη του μήκους *ℓ* του αγωγού

β) είναι αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού S της διατομής του αγωγού

γ) εξαρτάται από το υλικό του αγωγού και τη θερμοκρασία του.

Η σχέση που συνδέει όλες τις παραπάνω πειραματικές διαπιστώσεις είναι:

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \qquad (27)$$

Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται οι τιμές των ειδικών αντιστάσεων διαφόρων υλικών σε Ω·m.

Ειδική αντίσταση (ρ) μερικών υλικών

Υλικό	**Ειδική αντίσταση (ρ) σε Ωm στους 20° C**
Μέταλλα	
Άργυρος	$1,6.10^{-8}$
Χαλκός	$1,7.10^{-8}$
Σίδηρος	$9,5.10^{-8}$
Υδράργυρος	96.10^{-8}
Κράματα	
Κονσταντάνη (Cu, Ni)	50.10^{-8}

Χρωμονικελίνη (Ni, Fe, Cr, Mn)	100.10^{-8}
Μαγγανίνη (Cu, Mn, Ni)	42.10^{-8}
Ημιαγωγοί	
Πυρίτιο	περίπου 1000
Γερμάνιο	περίπου 0,5
Διηλεκτρικά	
Γυαλί	10^{12} ως 10^{15}
Ξύλο	10^{8} ως 10^{12}
Ανθρώπινο σώμα	
Πνεύμονας	20
Λίπος	25
Σκελετός	5

Με κριτήριο την τιμή της ειδικής αντίστασης τα υλικά κατατάσσονται σε αγωγούς, ημιαγωγούς και μονωτές

Από τον πίνακα φαίνεται ότι τη μικρότερη ειδική αντίσταση την έχει ο άργυρος και ο χαλκός. Γι' αυτό, τα σύρματα που χρησιμοποιούμε συνήθως είναι χάλκινα, αφού ο άργυρος είναι ακριβός.

Η ειδική αντίσταση ως συνάρτηση της θερμοκρασίας δίνεται από τη σχέση:

$$\varrho_\theta = \varrho_o \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) \qquad (6)$$

όπου ϱ_o η ειδική αντίσταση σε θερμοκρασία 0° C, ϱ_θ η ειδική αντίσταση σε θ°C και α μια σταθερά που λέγεται **θερμικός συντελεστής ειδικής αντίστασης**. Η σταθερά αυτή εξαρτάται από το υλικό του αγωγού και μετριέται σε $grad^{-1}$.

Για τα καθαρά μέταλλα (π.χ. Fe, Aℓ, Cu, Ag) είναι $\alpha > 0$, συνεπώς η ειδική αντίσταση αυξάνεται, όταν αυξάνεται η θερμοκρασία.

Για το γραφίτη (C), τους ημιαγωγούς (Ge, Si) και τους ηλεκτρολύτες είναι $\alpha < 0$, συνεπώς, η ειδική αντίσταση μειώνεται, όταν αυξάνεται η θερμοκρασία.

Για ορισμένα κράματα, όπως η κονσταντάνη (Cu, Ni), η μαγγανίνη (Cu, Mn, Ni) και η χρωμονικελίνη (Ni, Fe, Cr, Mn) είναι $\alpha = 0$, συνεπώς η ειδική αντίσταση είναι ανεξάρτητη της θερμοκρασίας.

Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται οι τιμές του θερμικού συντελεστή ειδικής αντίστασης διαφόρων υλικών.

Υλικό	Θερμικός συντελεστής α ($grad^{-1}$)
άργυρος	$3,8 \cdot 10^{-3}$
χαλκός	$3,9 \cdot 10^{-3}$
σίδηρος	$5 \cdot 10^{-3}$
κράματα	0
γραφίτης	$-0,5 \cdot 10^{-3}$

Αν θεωρήσουμε αμελητέα τη μεταβολή των γεωμετρικών διαστάσεων ενός αγωγού λόγω της θερμικής διαστολής, τότε η μεταβολή της αντίστασης του αγωγού με τη θερμοκρασία οφείλεται αποκλειστικά στη μεταβολή της ειδικής του αντίστασης. Άρα, ισχύει:

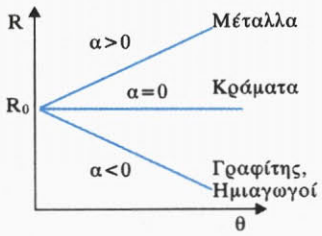
στους 0°C: $R_0 = \varrho_0 \dfrac{\ell}{s}$

στους θ°C: $R_\theta = \varrho_\theta \dfrac{\ell}{s}$

και επειδή $\varrho_\theta = \varrho_o (1 + \alpha\theta)$ έχουμε:

$$R_\theta = \varrho_\theta \frac{\ell}{s} \quad R = \varrho_o(1 + \alpha\theta) \frac{\ell}{s} \Rightarrow$$

$$R_\theta = R_o(1 + \alpha \cdot \theta) \qquad (7)$$



Εικόνα 3.1-28.
Εξάρτηση της αντίστασης από τη θερμοκρασία.

Έτσι, ανάλογα με την τιμή του θερμικού συντελεστή η αντίσταση αυξάνεται, μειώνεται ή παραμένει σταθερή με την αύξηση της θερμοκρασίας (εικ. 28).

Παράδειγμα 3

Ένας αγωγός έχει αντίσταση R = 20Ω σε θερμοκρασία θ = 20°C. Όταν ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα, η θερμοκρασία του σύρματος αυξάνεται σε θ′ = 50°C. Να βρεθεί η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει, αν η τάση στα άκρα του είναι V = 222,2V. Δίνεται ο θερμικός συντελεστής αντίστασης του αγωγού α = $4 \cdot 10^{-3}$ $grad^{-1}$.

Λύση

Έστω R_o η αντίσταση του σύρματος στους 0°C και R′ η αντίσταση του σύρματος στους 50°C. Άρα, ισχύουν οι σχέσεις:

$$R = R_o(1 + \alpha\theta) \quad (1)$$
$$R' = R_o(1 + \alpha\theta') \quad (2)$$

Διαιρούμε τις (1) και (2) κατά μέλη και έχουμε:

$$\frac{R'}{R} = \frac{1 + \alpha\theta'}{1 + \alpha\theta} \Rightarrow R' = \frac{R(1 + \alpha\theta')}{1 + \alpha\theta} \Rightarrow$$

$$R' = \frac{20\Omega(1 + 4 \cdot 10^{-3} \cdot 50)}{1 + 4 \cdot 10^{-3} \cdot 20} \Rightarrow R' = 22{,}22\Omega$$

Άρα, η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει είναι:

$$I = \frac{V}{R'} = 10A$$

Παράδειγμα 4

Ένα κυλινδρικό σύρμα έχει διάμετρο δ = 1 mm και ειδική αντίσταση ρ = $10^{-8}\Omega$m. Πόσο μήκος του σύρματος πρέπει να χρησιμοποιήσουμε για να έχουμε αντίσταση R = 10Ω;

Λύση

Η αντίσταση R δίνεται από τη σχέση

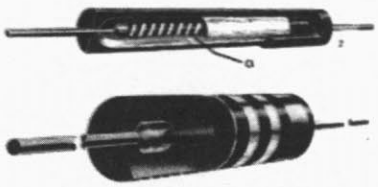
$$R = \rho \frac{\ell}{S} \Rightarrow \ell = \frac{RS}{\rho}$$

Αλλά $S = \pi r^2 = \pi\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 \Rightarrow S = \frac{\pi\delta^2}{4} \Rightarrow S = 7{,}85 \cdot 10^{-7}m^2$.

Άρα: $\ell = \frac{10\Omega \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-7}m^2}{10^{-8}\Omega m} \Rightarrow \ell = 785$ m.

Τύποι αντιστατών (αντιστάσεων)

Στο εμπόριο κυκλοφορούν διάφοροι τύποι αντιστατών (αντιστάσεων). Ο πιο συνηθισμένος τύπος είναι οι αντιστάσεις άνθρακα, οι αντιστάσεις μεταλλικής επίστρωσης, οι αντιστάσεις επίστρωσης άνθρακα, οι αντιστάσεις μετάλλουγυαλιού και οι αντιστάσεις σύρματος (εικ. 29).



Εικόνα 3.1-29. Αντιστάτης.

Χρωματικός κώδικας

Οι τιμές των αντιστάσεων συνήθως προσδιορίζονται από κάποιο **χρωματικό κώδικα**. Πολλοί αντιστάτες έχουν έγχρωμες λωρίδες για τον προσδιορισμό της τιμής της αντίστασης και της ανοχής. (Η ανοχή εκφράζει τα όρια της απόκλισης της αντίστασης από την ονομαστική της τιμή.) **Οι έγχρωμες λωρίδες αντιστοιχούν σε αριθμούς**. Στο διπλανό πίνακα αναγράφονται οι αριθμητικές τιμές κάθε χρώματος. Οι περισσότεροι αντιστάτες φέρουν τέσσερις λωρίδες. Οι δύο πρώτες αντιπροσωπεύουν αριθμητικές τιμές. Η τρίτη λέγεται πολλαπλασιαστής και τοποθετεί μετά το

Χρώμα	Αριθμό
Μαύρο	0
Καφέ	1
Κόκκινο	2
Πορτοκαλί	3
Κίτρινο	4
Πράσινο	5
Μπλε	6
Μωβ	7
Γκρι	8
Άσπρο	9

Εικόνα 3.1-30.
Αντιστάτης

διψήφιο αριθμό, που προκύπτει από τις δύο πρώτες λωρίδες, τόσα μηδενικά, όσα αντιπροσωπεύει η τιμή της. Η τέταρτη εκφράζει την ανοχή. Ασημί χρώμα σημαίνει ανοχή ±10%, χρυσαφί ±5%, καφέ ±1%.

Παράδειγμα υπολογισμού αντίστασης

Έστω ότι έχουμε μία αντίσταση με τα χρώματα καφέ, πράσινο, κόκκινο και ασημί (εικ. 30). Το μπλε αντιστοιχεί στο 6, το γκρι στο 8 και το κόκκινο στο 2. Άρα, η τιμή της αντίστασης είναι:

R = 6 8 0 0 V

μπλε γκρι κόκκινο

Το χρυσαφί σημαίνει ότι έχουμε ανοχή ±5%. Το 5% του 6800 είναι 340. Άρα, η τιμή της αντίστασης αυτής μπορεί να κυμαίνεται από 6800-340 = 6460 Ω έως 6800 + 340 = 7140 Ω.

3.1.5. Συνδεσμολογία αντιστατών (αντιστάσεων)

Πολλές φορές στα ηλεκτρονικά κυκλώματα πρέπει μεταξύ δύο σημείων Α και Β να παρεμβάλλουμε αντίσταση συγκεκριμένης τιμής, που δεν υπάρχει στο εμπόριο. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κάποιες από αυτές που υπάρχουν στο εμπόριο και να τις συνδέσουμε κατάλληλα. Επίσης, πολλές φορές στα ηλεκτρονικά κυκλώματα πρέπει να αντικαταστήσουμε πολλές αντιστάσεις με μία, η οποία να προκαλεί το ίδιο αποτέλεσμα με τις άλλες.

Είναι λοιπόν αναγκαία η μελέτη της **συνδεσμολογίας των αντιστατών** (αντιστάσεων).

Οι αντιστάσεις μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους με διάφορους τρόπους. Έτσι δημιουργούνται τα λεγόμενα **συστήματα αντιστάσεων**.

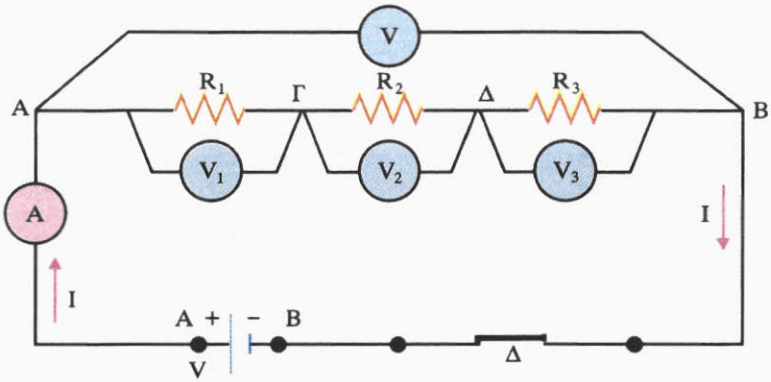
Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος, που μπαίνει και βγαίνει από τα άκρα ενός τέτοιου συστήματος ονομάζεται **ολική ένταση $I_{ολ}$**. Η τάση που εφαρμόζεται στα άκρα του ονομάζεται **ολική τάση $V_{ολ}$**. Επίσης, ονομάζουμε **ισοδύναμη** ή **ολική αντίσταση $R_{ολ}$** ενός τέτοιου συστήματος, την αντίσταση, στα άκρα της οποίας, αν εφαρμόσουμε τάση $V_{ολ}$, θα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_{ολ}$. Δηλαδή:

$$R_{ολ} = \frac{V_{ολ}}{I_{ολ}} \qquad (8)$$

Είναι φανερό ότι, αν αντικαταστήσουμε ένα σύστημα αντιστάσεων με την ολική αντίστασή του, προκύπτει συνδεσμολογία ηλεκτρικά ισοδύναμη με την αρχική.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τους δύο πιο απλούς, αλλά πιο βασικούς τρόπους σύνδεσης αντιστάσεων: **α) σε σειρά** και **β) παράλληλα**. Με το συνδυασμό τους προκύπτουν «μικτοί» τρόποι σύνδεσης.

Σύνδεση σε σειρά



Εικόνα 3.1-31.
Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά.

Θεωρούμε το κύκλωμα της εικ. 31. Τα όργανα θεωρούνται ιδανικά. Οι αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3 είναι γνωστές (R_1 = 10Ω, R_2 = 20Ω, R_3 = 30Ω). Με το βοτλόμετρο V μετράμε την τάση στα άκρα του συστήματος $V_{ολ}$ και με το αμπερόμετρο την ένταση του ρεύματος $I_{ολ}$. Είναι: $V_{ολ}$ = 12V και $I_{ολ}$ = 0,2A.

Άρα:

$$R_{ολ} = \frac{V_{ολ}}{I_{ολ}} = \frac{12V}{0,2A} = 60\Omega$$

Η σχέση που συνδέει τις R_1, R_2 και R_3 με το $R_{ολ}$ είναι:

$$\mathbf{R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3} \qquad (9)$$

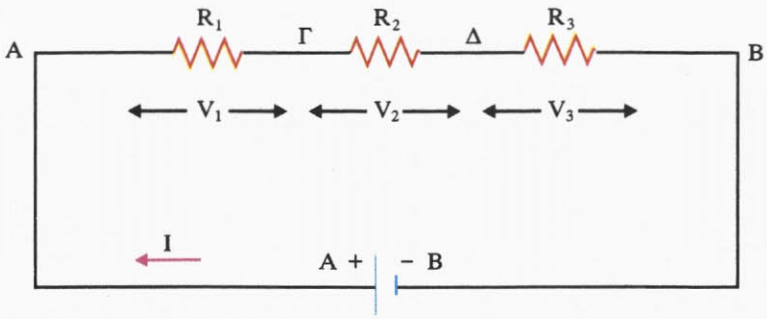
Ακόμη, με τα βολτόμετρα V_1, V_2 και V_3 μετράμε τις τάσεις στα άκρα των R_1, R_2 και R_3 αντίστοιχα. Είναι: V_1 = 2V, V_2 = 4V και V_3 = 6V.

Παρατηρούμε ότι: $$\mathbf{V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3} \qquad (10)$$

Χαρακτηριστικό της συνδεσμολογίας αυτής είναι ότι **όλες οι αντιστάσεις διαρρέονται από την ίδια ένταση ρεύματος I, που είναι ίση με την ολική ένταση $I_{ολ}$**. Δηλαδή:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I = I_{ολ} \qquad (11)$$

Τα παραπάνω συμπεράσματα αποδεικνύονται και **θεωρητικά**.



Εικόνα 3.1-32.
Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά.

Στο κύκλωμα της εικόνας 32 η τάση της R_1 είναι: $V_1 = V_A - V_Γ$, της R_2: $V_2 = V_Γ - V_Δ$, και της R_3: $V_3 = V_Δ - V_B$. Προσθέτουμε κατά μέλη και έχουμε:

$$V_1 + V_2 + V_3 = V_A - V_B$$

Όμως, $V_A - V_B = V_{ολ}$ είναι η τάση στα άκρα της συνδεσμολογίας.

Άρα: $$V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3$$

Ισχύουν οι σχέσεις:

$$V_{ολ} = I \cdot R_{ολ},\ V_1 = I \cdot R_1,\ V_2 = I \cdot R_2,\ V_3 = I \cdot R_3$$

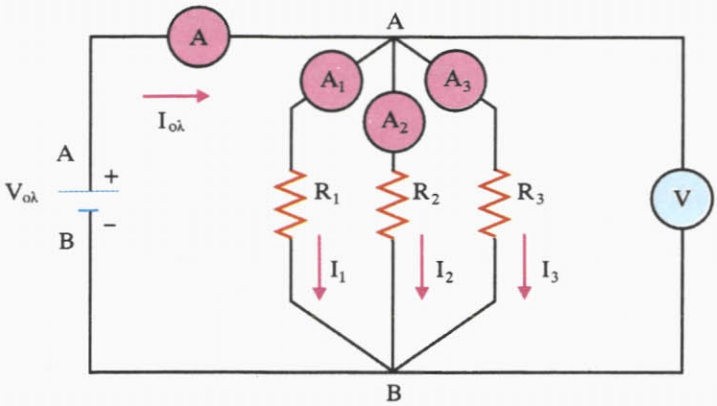
Έτσι έχουμε:

$$V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow I \cdot R_{ολ} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 \Rightarrow$$
$$R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3$$

Η σύνδεση δυο αντιστάσεων σε σειρά ισοδυναμεί με αύξηση του μήκους ενός αγωγού, άρα η ολική αντίσταση είναι μεγαλύτερη και από τη μεγαλύτερη αντίσταση του συστήματος.

Το πρακτικό αποτέλεσμα είναι ότι με τη συνδεσμολογία αντιστάσεων σε σειρά επιτυγχάνουμε αντιστάσεις μεγαλύτερες από τις αντιστάσεις που διαθέτουμε.

Σύνδεση παράλληλα



Εικόνα 3.1-33.
Σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα

Θεωρούμε το κύκλωμα της εικόνας 33. Οι αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3 είναι γνωστές (R_1 = 10Ω, R_2 = 20Ω, R_3 = 30Ω). Με το βολτόμετρο μετράμε την τάση στα άκρα του συστήματος $V_{ολ}$ και με το αμπερόμετρο την ένταση του ρεύματος $I_{ολ}$. Είναι: $V_{ολ}$ = 6V και $I_{ολ}$ = 1,1A.

Άρα:

$$R_{ολ} = \frac{V_{ολ}}{I_{ολ}} = \frac{6V}{1,1A} = \frac{60}{11}\Omega = 5,45\ \Omega$$

Η σχέση που συνδέει τις R_1, R_2 και R_3 με το $R_{ολ}$ είναι:

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad (12)$$

Ακόμη, με τα αμπερόμετρα A_1, A_2 και A_3 μετράμε τις εντάσεις που διερρέουν τις R_1, R_2 και R_3 αντίστοιχα. Είναι: I_1 = 0,6 A, I_2 = 0,3 A και I_3 = 0,2 A.

Παρατηρούμε ότι: $I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3$ (13)

Χαρακτηριστικό της συνδεσμολογίας αυτής είναι ότι **όλες οι αντιστάσεις έχουν την ίδια τάση V, που είναι ίση με την ολική τάση $V_{ολ}$**. Δηλαδή:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V = V_{ολ} \qquad (14)$$

Τα παραπάνω συμπεράσματα αποδεικνύονται και **θεωρητικά**.

Στο κύκλωμα της εικόνας 33 είναι I_1, I_2 και I_3 οι εντάσεις των ρευμάτων στις αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3 αντίστοιχα. Στον κόμβο A (και στον κόμβο B) ισχύει:

$I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3$ (1ος Κανόνας Kirchhoff)

Ισχύουν οι σχέσεις:

$$I_{ολ} = \frac{V}{R_{ολ}},\ I_1 = \frac{V}{R_1},\ I_2 = \frac{V}{R_2},\ I_3 = \frac{V}{R_3}$$

Έτσι έχουμε:

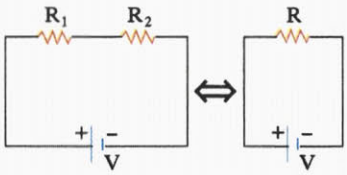
$$I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Η σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα ισοδυναμεί με αύξηση της διατομής ενός αγωγού, άρα η ολική αντίσταση είναι μικρότερη και από τη μικρότερη αντίσταση του συστήματος.

Το πρακτικό αποτέλεσμα είναι ότι με τη συνδεσμολογία αντιστάσεων παράλληλα επιτυγχάνουμε αντιστάσεις μικρότερες από τις αντιστάσεις που διαθέτουμε.

Παράδειγμα 5



Δύο αντιστάσεις $R_1 = 4\Omega$ και $R_2 = 6\Omega$ συνδέονται σε σειρά και στα άκρα της συνδεσμολογίας εφαρμόζεται τάση $V = 100$ V. Να βρεθούν:

α) Η ισοδύναμη αντίσταση

β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση

γ) Η τάση στα άκρα κάθε αντίστασης.

Λύση

α) Η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας είναι:

$$R = R_1 + R_2 \Rightarrow R = 10\Omega$$

β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις και την πηγή τροφοδοσίας υπολογίζεται από το νόμο του Ohm:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \Rightarrow I = 10A.\ \text{Είναι: } I = I_1 = I_2 = 10A$$

γ) Οι τάσεις στις αντιστάσεις R_1 και R_2 υπολογίζονται από το νόμο του Ohm:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \Rightarrow V_1 = I_1R_1 \Rightarrow V_1 = 40\ V$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow V_2 = I_2R_2 \Rightarrow V_2 = 60V$$

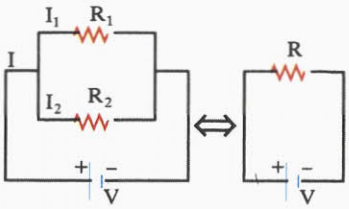
Παράδειγμα 6

Δύο αντιστάσεις $R_1 = 10\Omega$ και $R_2 = 15\Omega$ συνδέονται παράλληλα και στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται τάση V = 90V. Να βρεθούν:

α) Η ισοδύναμη αντίσταση.

β) Οι τάσεις στα άκρα των αντιστάσεων R_1 και R_2.

γ) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση και την πηγή τροφοδοσίας.



Λύση

α) Η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας δίνεται:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R = 6\Omega$$

β) Η τάση κάθε αντίστασης είναι ίση με V = 90V

$$V_1 = V_2 = V = 90V$$

γ) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις R_1, R_2 και την πηγή τροφοδοσίας υπολογίζονται από το νόμο του Ohm:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{90V}{10V} = 9A$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{90V}{15V} = 6A$$

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{90}{6} = 15A$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή μπορεί να υπολογιστεί και από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff:

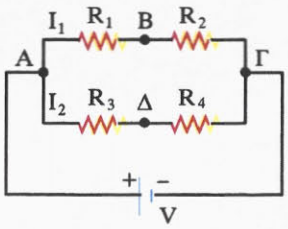
$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = 9A + 6A = 15A$$

Παράδειγμα 7

Δίνεται η συνδεσμολογία των αντιστάσεων του διπλανού σχήματος και ότι $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 5\Omega$ και V = 30V. Να βρεθούν:

α) η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τις R_1, R_2 και τις R_3, R_4.

β) η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Β και Δ.



Λύση

α) Οι R_1, R_2 συνδέονται σε σειρά και στα άκρα τους Α, Γ έχουμε διαφορά δυναμικού V. Άρα, η ένταση I_1 του ρεύματος που διαρρέει τις R_1, R_2 είναι:

$$I_1 = \frac{V}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_1 = \frac{30V}{(2 + 3)\Omega} \Rightarrow I_1 = 6A \qquad (1)$$

Οι R_3, R_4 συνδέονται σε σειρά και στα άκρα τους Α, Γ έχουμε επίσης τάση V. Άρα η ένταση I_2 του ρεύματος που διαρρέει τις R_1, R_2 είναι:

$$I_2 = \frac{V}{R_3 + R_4} \Rightarrow I_2 = \frac{30V}{(10 + 5)\Omega} \Rightarrow I_2 = 2A \qquad (2)$$

β) 1ος τρόπος

Αν «κινούμαστε» κατά μήκος μιας αντίστασης και κατά τη φορά του ρεύματος, το δυναμικό μειώνεται κατά IR, ενώ αν «κινούμαστε» αντίθετα με τη φορά του ρεύματος το δυναμικό αυξάνεται κατά IR.

Ξεκινάμε από το σημείο Β και «πηγαίνουμε» στο Δ μέσω του κόμβου Α. Από το Β στο Α, «πηγαίνουμε» αντίθετα με το ρεύμα, επομένως το δυναμικό αυξάνεται κατά I_1R_1, ενώ από το Α στο Δ, πηγαίνουμε ομόρροπα με το ρεύμα, οπότε το δυναμικό μειώνεται κατά I_2R_3. Άρα:

$$V_B + I_1R_1 - I_2R_3 = V_\Delta \Rightarrow V_B - V_\Delta = I_2R_3 - I_1R_1 \overset{(1),(2)}{\Rightarrow}$$

$$V_B - V_\Delta = 20V - 12V = 8V$$

2ος τρόπος

Η τάση στα άκρα της R_1 είναι: $V_1 - V_B = I_1R_1$ (3)

και η τάση στα άκρα της R_3 είναι: $V_A - V_\Delta = I_2R_3$ (4)

Αφαιρούμε τις (3) και (4) κατά μέλη, οπότε έχουμε:

$$V_A - V_B - (V_A - V_\Delta) = I_1R_1 - I_2R_3 \Rightarrow V_A - V_B - V_A + V_\Delta = I_1R_1 - I_2R_3$$

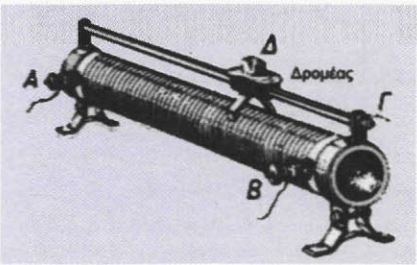
$$\text{ό } V_B - V_\Delta = I_2R_3 - I_1R_1 = 8V$$

3.1.6. Ρυθμιστική (μεταβλητή) αντίσταση)

Όλοι έχουμε αυξομειώσει την ένταση του ήχου ενός ραδιοφώνου χρησιμοποιώντας το αντίστοιχο κουμπί. Το κουμπί αυτό ρυθμίζει τη λειτουργία μιας ρυθμιστικής αντίστασης.

Η ρυθμιστική αντίσταση είναι ένας τύπος ωμικής αντίστασης, που μπορεί να μεταβάλλεται μέσα σ' ένα συγκεκριμένο εύρος τιμών.

Η ρυθμιστική αντίσταση, που συνήθως χρησιμοποιούν στο σχολικό εργαστήριο, κατασκευάζεται από ισοπαχές ομογενές σύρμα τυλιγμένο ομοιόμορφα πάνω σε κύλινδρο από μονωτικό υλικό (εικ. 34). Επειδή η αντίσταση αυτού του σύρματος είναι ανάλογη του μήκους του, η αντίσταση

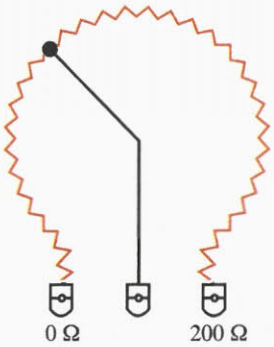


Εικόνα 3.1-34.
Ρυθμιστική (μεταβλητή) αντίσταση.

που παρεμβάλλεται μεταξύ του δρομέα Δ και του ενός άκρου Α της συσκευής είναι ανάλογη με την απόσταση του δρομέα από το άκρο αυτό.

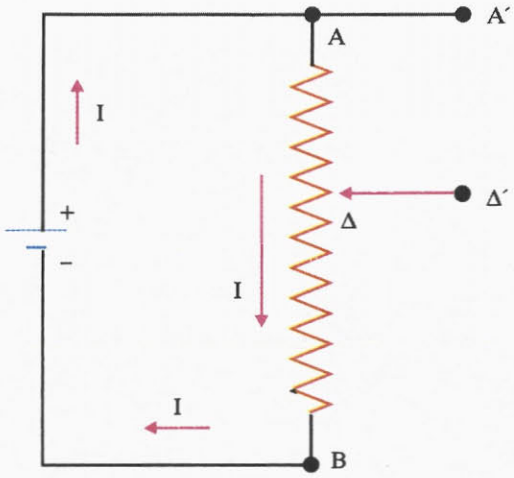
Όπως φαίνεται στην εικ. 35 η θέση του δρομέα μας δίνει τη δυνατότητα να πάρουμε οποιαδήποτε τιμή αντίστασης μεταξύ 0 και 200 Ω.

Ανάλογα με τον τρόπο που παρεμβάλλεται στο κύκλωμα η ρυθμιστική αντίσταση, λειτουργεί είτε ως ρυθμιστής της τάσης και λέγεται **ποτενσιόμετρο**, είτε ως ρυθμιστής της έντασης του ρεύματος και λέγεται **ροοστάτης**.



Εικόνα 3.1-35.
Ρυθμιστική (μεταβλητή) αντίσταση.

Ποτενσιόμετρο



Εικόνα 3.1-36.
Ποτενσιόμετρο

Ο τρόπος σύνδεσης της ρυθμιστικής αντίστασης R_{AB} ως ποτενσιόμετρο φαίνεται στην εικόνα 36. Η κινητή επαφή Δ, που λέγεται δρομέας, μπορεί να μετακινείται από το Α μέχρι το Β.

Αν το κύκλωμα ΑΑ΄ Δ΄Δ είναι ανοικτό, δηλαδή το ρεύμα Ι δε διακλαδίζεται, τότε ισχύουν:

$$V_{A\Delta} = I \cdot R_{A\Delta}$$

και

$$V_{AB} = I \cdot R_{AB}$$

Άρα: $\dfrac{V_{A\Delta}}{V_{AB}} = \dfrac{R_{A\Delta}}{R_{AB}}$

και επειδή: $\dfrac{R_{A\Delta}}{R_{AB}} = \dfrac{\varrho\ A\Delta/s}{\varrho\ AB/s} = \dfrac{A\Delta}{AB}$

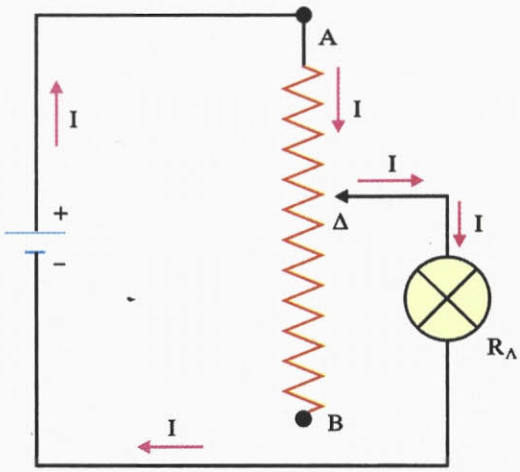
έχουμε: $\dfrac{V_{A\Delta}}{V_{AB}} = \dfrac{A\Delta}{AB} \Rightarrow V_{A\Delta} = V_{AB}\,\dfrac{A\Delta}{AB}$

Αν θέσουμε το σταθερό μήκος ΑΒ = ℓ και το μεταβλητό μήκος ΑΔ = x, έχουμε:

$$V_{A\Delta} = V_{AB} \frac{\chi}{\ell} \qquad (15)$$

Δηλαδή, μετακινώντας το δρομέα Δ από το Α μέχρι το Β μπορούμε να πάρουμε τιμές τάσης από 0 έως V_{AB}.

Ροοστάτης



Εικόνα 3.1-37.
Ροοστάτης.

Ο τρόπος σύνδεσης της ρυθμιστικής αντίστασης R_{AB} ως ροοστάτη φαίνεται στην εικόνα 37. Η κινητή επαφή Δ, που λέγεται δρομέας μπορεί να μετακινείται από το Α μέχρι το Β.

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

$$I = \frac{V}{R_{A\Delta} + R_{\Lambda}} \qquad (16)$$

Μετακινώντας το δρομέα Δ από το Α μέχρι το Β, μεταβάλλουμε την αντίσταση $R_{A\Delta}$ που παρεμβάλλεται στο κύκλωμα, άρα και την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.

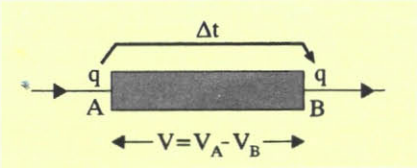
3.1.7. Ενέργεια και ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος

Ενέργεια του ηλεκτρικού ρεύματος

Για τη λειτουργία των ηλεκτρικών συσκευών απαιτείται ενέργεια, η οποία προσφέρεται από την πηγή. Η ενέργεια αυτή λέγεται **ηλεκτρική ενέργεια** ή **ενέργεια του ηλεκτρικού ρεύματος**.

Θεωρούμε ένα τμήμα κυκλώματος ΑΒ (εικ. 38), το οποίο περιλαμβάνει μια συσκευή, που μπορεί να είναι αντιστάτης, ηλεκτρικός λαμπτήρας, ανεμιστήρας, ραδιόφωνο κ.ά.

Στα άκρα της συσκευής ΑΒ υπάρχει τάση $V = V_A - V_B$ και η συσκευή διαρρέεται από συνεχές ρεύμα σταθερής έντασης Ι.



Εικόνα 3.1-38. Συσκευή.

Έστω ότι σε χρόνο t μετακινείται ηλεκτρικό φορτίο q από το Α στο Β. Στην πραγματικότητα, όπως ξέρουμε, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται αντίθετα. Από τον ορισμό της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος έχουμε:

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = I \cdot t$$

Αν V_A είναι το δυναμικό του άκρου Α και V_B το δυναμικό του άκρου Β, τότε το φορτίο q έχει στο άκρο Α δυναμική ενέργεια $U_A = q \cdot V_A$ και στο άκρο Β δυναμική ενέργεια $U_B = q \cdot V_B$. Επειδή είναι $V_A > V_B$ θα είναι και $U_A > U_B$, δηλαδή **η δυναμική ενέργεια του φορτίου q ελαττώνεται καθώς περνά μέσα από τη συσκευή**.

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας συμπεραίνουμε ότι **η μείωση της δυναμικής ενέργειας του φορτίου q αποδίδεται στη συσκευή και μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας**, όπως κινητική (αν η συσκευή είναι κινητήρας), χημική (αν η συσκευή είναι βολτάμετρο (συσκευή ηλεκτρόλυσης)), θερμική (αν η συσκευή είναι αντιστάτης), κ.ά.

Η μείωση της δυναμικής ενέργειας του φορτίου q είναι ίση με την ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται από την πηγή.

Άρα, η ενέργεια που αποδίδεται στη συσκευή σε χρόνο t, είναι:

$$W = U_A - U_B \Rightarrow W = qV_A - qV_B$$

$$\text{ό } W = q(V_A - V_B) \Rightarrow W = q \cdot V \Rightarrow$$

$$W = V \cdot I \cdot t \qquad (17)$$

Ο παραπάνω τύπος είναι γενικός και ισχύει για κάθε συσκευή (κινητήρας, βολτάμετρο αντιστάτης κ.ά.).

Αν η συσκευή είναι αντιστάτης (ωμική αντίσταση), τότε ισχύει ο νόμος του Ohm (I = V/R) και μπορούμε να γράψουμε ισοδύναμα ότι:

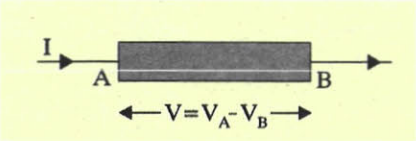
$$W = V \cdot I \cdot t \xrightarrow{V = IR} W = I^2 \cdot R \cdot t \qquad (18)$$

$$W = V \cdot I \cdot t \xrightarrow{I = V/R} W = \frac{V^2}{R} t \qquad (19)$$

Στο διεθνές σύστημα μονάδων (S.I.) η μονάδα μέτρησης της ηλεκτρικής ενέργειας είναι το 1J (Joule).

Ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος

Τις περισσότερες φορές για τη λειτουργία των συσκευών δε μας ενδιαφέρει μόνο η ποσότητα της ηλεκτρικής ενέργειας που προσφέρεται, αλλά και σε πόσο χρόνο γίνεται αυτό, δηλαδή ο ρυθμός προσφοράς της ηλεκτρικής ενέργειας.



Εικόνα 3.1-39.
Συσκευή.

Θεωρούμε την περίπτωση μιας συσκευής (εικ. 39), στην οποία προσφέρεται ίδια ποσότητα ενέργειας σε ίσους χρόνους. Στην περίπτωση αυτή ορίζουμε ως **ισχύ του ηλεκτρικού ρεύματος** ή **ηλεκτρική ισχύ το πηλίκο της ηλεκτρικής ενέργειας που προσφέρεται σε χρόνο t, προς το χρόνο t**.

Δηλαδή:

$$P = \frac{W}{t} \qquad (20)$$

Στο διεθνές σύστημα μονάδων (S.I.) η μονάδα μέτρησης της ηλεκτρικής ισχύος είναι το 1W (Watt).

Είναι: $1W = 1\,\frac{J}{s}$ ή $\left(1\text{Watt} = \frac{1\text{Joule}}{1\text{second}}\right)$

1W είναι η ηλεκτρική ισχύς, όταν η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια είναι 1J, σε χρόνο 1s.

Με βάση τον ορισμό της ηλεκτρικής ισχύος (P = W/t) και τους τύπους που δίνουν την ηλεκτρική ενέργεια, **για κάθε συσκευή** ισχύει:

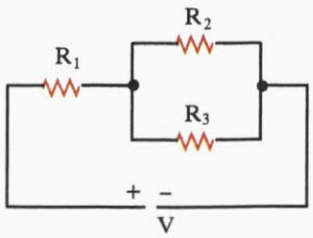
$$P = V \cdot I \qquad (21)$$

Αν η συσκευή είναι αντιστάτης (ωμική αντίσταση), τότε ισχύει ο νόμος του Ohm, οπότε έχουμε:

$$P = V \cdot I \xrightarrow{V = IR} W = I^2 \cdot R \qquad (22)$$

$$P = V \cdot I \xrightarrow{I = V/R} W = \frac{V^2}{R} \qquad (23)$$

Παράδειγμα 8



Η ισχύς στην αντίσταση R_2 είναι P_2 = 300W. Αν R_1 = 3Ω, R_2 = 3Ω και R_3 = 6Ω να βρεθούν:

α) Η ισχύς σε κάθε αντίσταση

β) Η ισχύς στο σύστημα

γ) Η τάση V

Λύση

α) Είναι: $P_2 = I^2_2R_2 \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{P_2}{R_2}} \Rightarrow I_2 = 10\ A$

Επίσης: $V_{2,3} = V_2 = I_2R_2 = 30V$

Άρα: $I_3 = \frac{V_{2,3}}{R_3} = 5A$ και $I_1 = I_2 + I_3 = 15\ A$

Οπότε: $P_1 = I^2_1R_1 = 675\ W$,
$P_3 = I^2_3R_3 = 150\ W$

β) Η ισχύς στο σύστημα είναι:

$$P_{ολ} = P_1 + P_2 + P_3 = 1.125\ W$$

$$(ή\ P_{ολ} = I_2R_{ολ} = (15A)^2 \cdot 5\Omega = 1.125W)$$

γ) Η τάση V είναι: $V = I_1R_{ολ} = I_1\left(R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}\right) \Rightarrow$

$$V = 75V$$

Κόστος λειτουργίας συσκευής

Από τον ορισμό της ισχύος μιας συσκευής έχουμε:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t$$

Αν στον προηγούμενο τύπο εκφράσουμε την ισχύ P σε W(Watt) και το χρόνο t σε s (sec), τότε βρίσκουμε την ενέργεια W σε J (Joule).

Αν στον προηγούμενο τύπο εκφράσουμε την ισχύ P σε W (Watt) το χρόνο t σε h (ώρες), τότε βρίσκουμε την ενέργεια W σε Wh (βατώρες).

1Wh είναι η ενέργεια που «καταναλώνει» μια συσκευή ισχύος 1W, όταν λειτουργήσει για χρόνο 1h.

Είναι: $1Wh = 1W \cdot 1h = 1W \cdot 3600\ s = 3600\ J$.

Αν στον προηγούμενο τύπο εκφράσουμε την ισχύ P σε KW (Κιλοβάτ) και το χρόνο t σε h (ώρες), τότε βρίσκουμε την ενέργεια W σε KWh (κιλοβατώρες).

1KWh είναι η ενέργεια που «καταναλώνει» **μια συσκευή ισχύος 1KW, όταν λειτουργήσει για χρόνο 1h.**

Είναι: $1KWh = 1KW \cdot 1h = 1000W \cdot 3600\ s = 3.600.000\ J$.

Η **Δ.Ε.Η.** μετρά την **ενέργεια** που μας δίνει σε KWh, με κόστος περίπου 25 δρχ./KWh.

Άρα, μια ηλεκτρική κουζίνα ισχύος P = 3000 W, που λειτουργεί για χρόνο t = 2h, «καταναλώνει» ενέργεια:

$$W = P \cdot t = 3KW \cdot 2h = 6KWh$$

με κόστος: $Λ = 6KWh \cdot 25\ \frac{δρχ.}{KWh} = 150\ δρχ.$

Νόμος του Joule

Όπως έχουμε πει, σ' ένα μεταλλικό αγωγό η μείωση της κινητικής ενέργειας των ελεύθερων ηλεκτρονίων, λόγω των συγκρούσεων με τα θετικά ιόντα, έχει ως συνέπεια την αύξηση της θερμοκρασίας του μεταλλικού αγωγού. Συνέπεια αυτού είναι να μεταφέρεται θερμότητα από τον αγωγό στο περιβάλλον. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **φαινόμενο Joule**.

Αν υποθέσουμε ότι η θερμοκρασία του μεταλλικού αγωγού παραμένει σταθερή, τότε η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια στο μεταλλικό αγωγό είναι ίση με τη θερμότητα που μεταφέρεται από τον αγωγό στο περιβάλλον.

Δηλαδή: $W = Q$

Όμως: $W = I^2Rt$

Άρα: $\mathbf{Q = I^2 \cdot R \cdot t}$ (21)

Ο Joule απέδειξε πειραματικά την τελευταία σχέση, που εκφράζει το **νόμο του Joule**, ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

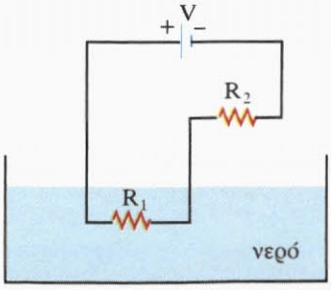
Το ποσό θερμότητας Q που εκλύεται σ' ένα μεταλλικό αγωγό σταθερής θερμοκρασίας είναι ανάλογο του τετραγώνου της έντασης I του ρεύματος που τον διαρρέει, ανάλογο της αντίστασης του R και ανάλογο του χρόνου t διέλευσης του ηλεκτρικού ρεύματος.

Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $Q = I^2 \cdot R \cdot t$ και εκφράσουμε τα μεγέθη I σε A, R σε Ω και t σε s, τότε βρίσκουμε τη θερμότητα Q σε J.

Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $Q = \alpha \cdot I^2 \cdot Rt$ και εκφράσουμε τα μεγέθη I σε A, R σε Ω και t σε s, τότε βρίσκουμε τη θερμότητα Q σε cal. Ο συντελεστής α ονομάζεται **ηλεκτρικό ισοδύναμο της θερμότητας** και ισούται με

$$\alpha = 0{,}24 \ \frac{cal}{J}.$$

Παράδειγμα 9



Η αντίσταση R_1 του σχήματος είναι βυθισμένη σε νερό μάζας m = 0,5 Kg. Η θερμοκρασία του νερού αυξάνεται σε χρόνο t = 52s από θ_1 = 20°C σε θ_2 = 70°C. Να βρεθεί η τιμή της R_2, αν V = 2000V και R_1 = 100Ω.

Δίνεται η ειδική θερμότητα του νερού:

$$c = \frac{1cal}{g \cdot grad} = \frac{4200J}{Kg \cdot grad}$$

Λύση

Το ποσό της θερμότητας που εκλύεται από την R_1 και θερμαίνει το νερό είναι:

$$Q_1 = I^2 \cdot R_1 \cdot t$$

Από το θεμελιώδη νόμο της θερμιδομετρίας έχουμε:

$$Q_1 = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

Άρα:

$$I^2 \cdot R_1 \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow I = \sqrt{\frac{m \cdot c \cdot \Delta\theta}{R_1 \cdot t}} \cdot t \Rightarrow I = 5A$$

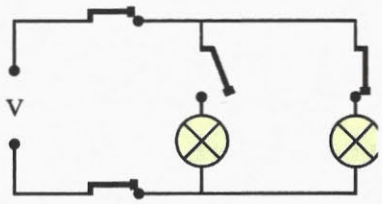
Η αντίσταση R_2 υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm:

$$V = I(R_1 + R_2) \Rightarrow R_2 = \frac{V - IR_1}{I} \Rightarrow R_2 = 300\ \Omega$$

Εφαρμογές φαινομένου Joule
α) Ηλεκτρικός λαμπτήρας πυράκτωσης

Ο ηλεκτρικός λαμπτήρας πυρακτώσεως (εικ. 40) αποτελείται από ένα γυάλινο δοχείο, μέσα στο οποίο υπάρχει ένα λεπτό σύρμα από πολύ δύστηκτο μέταλλο (βολφράμιο, ταντάλιο, όσμιο), το οποίο έχει θερμοκρασία τήξης πάνω από 2700°C. Μέσα στο δοχείο δεν υπάρχει οξυγόνο για να μη γίνει οξείδωση του μετάλλου, υπάρχει όμως ένα αδρανές αέριο (αργό, κρυπτό, άζωτο), που εμποδίζει την εξάχνωσή του. Όταν το σύρμα φωτοβολεί, η θερμοκρασία του είναι πάνω από 2000°C. Όλοι οι λαμπτήρες μιας οικιακής εγκατάστασης συνδέονται μεταξύ τους παράλληλα (εικ. 41) για να λειτουργούν με την ίδια τάση (π.χ. του δικτύου, 220 V) και ανεξάρτητα από τους άλλους.

Εικόνα 3.1-40.
Ηλεκτρικός λαμπτήρας πυράκτωσης.



Εικόνα 3.1-41.
Σύνδεση λαμπτήρων σε οικιακή εγκατάσταση.

Ενδείξεις κανονικής λειτουργίας συσκευής

Σε ηλεκτρικό λαμπτήρα πυρακτώσεως σημειώνονται οι ενδείξεις: 220 V, 100 W.

Ποια είναι η σημασία των ενδείξεων αυτών;

Τι πληροφορίες μπορούμε να πάρουμε από αυτές;

Η ένδειξη 220 V σημαίνει ότι, για να λειτουργεί κανονικά ο λαμπτήρας, σύμφωνα με τις προδιαγραφές του εργοστασία κατασκευής, πρέπει στα άκρα του να εφαρμόζεται τάση V_K = 220 V, που λέγεται **κανονική τάση λειτουργίας**.

Η ένδειξη 100W σημαίνει ότι, όταν ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά, «καταναλώνει» ισχύ P_K = 100W, που λέγεται **κανονική ισχύς λειτουργίας**.

Από τις ενδείξεις αυτές μπορούμε να βρούμε:

1) την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το λαμπτήρα, όταν λειτουργεί κανονικά, ως εξής:

$$P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = \frac{P_K}{V_K} \Rightarrow I_K \simeq 0{,}45 \text{ A}$$

2) την αντίσταση του λαμπτήρα, ως εξής:

$$P_K = \frac{V^2_K}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2_K}{P} \Rightarrow R = 484\ \Omega$$

Σημείωση: Αν στα άκρα του λαμπτήρα εφαρμοστεί τάση μικρότερη από την V_K, ο λαμπτήρας υπολειτουργεί χωρίς να κινδυνεύει να καταστραφεί, ενώ, αν εφαρμοστεί τάση μεγαλύτερη από τη V_K, ο λαμπτήρας υπερλειτουργεί με κίνδυνο καταστροφής του.

β) Ηλεκτρικές συσκευές παραγωγής θερμότητας

Πολύ συνηθισμένες ηλεκτρικές συσκευές παραγωγής θερμότητας είναι οι ηλεκτρικές θερμάστρες, τα ηλεκτρικά σίδερα, οι ηλεκτρικές κουζίνες, οι ηλεκτρικοί βραστήρες, οι ηλεκτρικοί θερμοσίφωνες κ.τ.λ. Στις συσκευές αυτές εκλείεται θερμότητα σε συρμάτινο αγωγό από χρωμονικελίνη (δύστηκτο κράμα Fe, Ni, Cr, Mn). Σε μερικές συσκευές η θερμότητα ακτινοβολείται απευθείας από το σύρμα (π.χ. στη θερμάστρα), ενώ σε άλλες συσκευές η θερμότητα συγκεντρώνεται πάνω σε μια μεταλλική πλάκα (π.χ. στην κουζίνα).

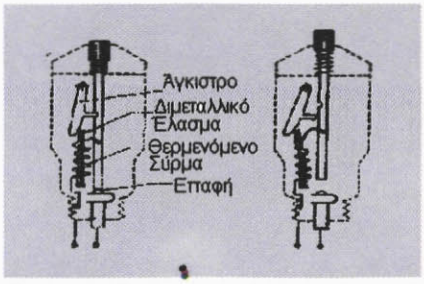
Εικόνα 3.1-42.
Κύκλωμα με ασφάλεια.

γ) Ασφάλειες

Για την προφύλαξη των κυκλωμάτων από υπέρμετρη αύξηση της έντασης υ ρεύματος, που μπορεί να προκαλέσει βλάβες στο κύκλωμα ή ακόμα και πυρκαγιά χρησιμοποιούνται οι ασφάλειες, που παρεμβάλλονται στο κύκλωμα σε σειρά (εικ. 42).

Κάθε ασφάλεια χαρακτηρίζεται από μια τιμή έντασης ρεύματος, πάνω από την οποία προκαλείται διακοπή της λειτουργίας του κυκλώματος.

Ένας τύπος είναι η τηκόμενη ασφάλεια, που αποτελείται από ένα εύτηκτο μέταλλο. Μόλις η ένταση του ρεύματος γίνει μεγαλύτερη από μία καθορισμένη τιμή, αμέσως συμβαίνει τήξη του μετάλλου και διακοπή του ρεύματος.



Εικόνα 3.1-43.
Αυτόματη ασφάλεια.

Επίσης, χρησιμοποιείται και η αυτόματη σφάλεια (εικ. 43), που ουσιαστικά είναι αυτόματος διακόπτης και αποτελείται κυρίως από ένα διμεταλλικό έλασμα. Μόλις η ένταση του ρεύματος γίνει μεγαλύτερη από μια καθορισμένη τιμή, αμέσως το διμεταλλικό έλασμα λυγίζει και προκαλεί διακοπή του ρεύματος.

Για την εκλογή της κατάλληλης ασφάλειας σ' ένα κύκλωμα λαμβάνουμε υπόψη την ένταση του ρεύματος I_K της

κανονικής λειτουργίας των συσκευών που τροφοδοτούμε (π.χ. 14A), την οποία βρίσκουμε από τις ενδείξεις των συσκευών. Επειδή στο εμπόριο κυκλοφορούν ορισμένοι τύποι ασφαλειών (π.χ. 6A, 10A, 15A, 20A, 25A) επιλέγουμε την ασφάλεια, που αναγράφει την αμέσως μεγαλύτερη ένδειξη από αυτή που είχαμε υπολογίσει. Στο παράδειγμα μας επιλέγουμε την ασφάλεια των 15A.

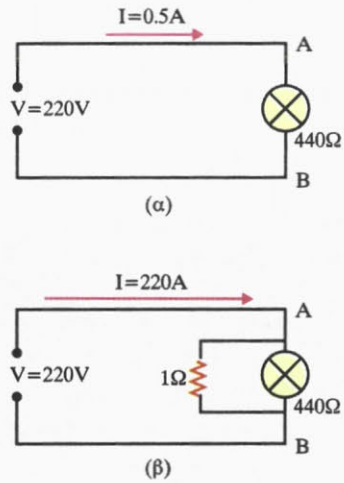
δ) Βραχυκύκλωμα

Βραχυκύκλωμα ονομάζεται η σύνδεση δύο σημείων ενός κυκλώματος με αγωγό αμελητέας αντίστασης.

Βραχυκύκλωμα μπορεί να προκληθεί μεταξύ των σημείων A και B, αν τα συνδέσουμε με έναν αγωγό αμελητέας αντίστασης ή αν σ' αυτά φθαρεί η μόνωση και τυχαία έρθουν σε επαφή. Στο κύκλωμα της εικ. 44α είναι $R_{ολ}$ = 440 Ω, άρα αυτό διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 0,5 A. Στο κύκλωμα της εικ. 44β είναι

$$R_{ολ} = \frac{440 \cdot 1}{440 + 1}\,\Omega \simeq 1\Omega,$$

άρα αυτό διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 220 A και έτσι κινδυνεύει το τμήμα του κυκλώματος, που βρίσκεται μεταξύ της πηγής και του σημείου βραχυκυκλώσεως.



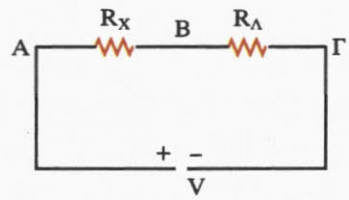
Εικόνα 3.1-44. Βραχυκύκλωμα

Παράδειγμα 10

Ηλεκτρικός λαμπτήρας έχει χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας P_K = 100 W και V_K = 100V.

α) Ποια είναι η αντίσταση του λαμπτήρα;

β) Θέλουμε να συνδέσουμε τον λαμπτήρα με τάση V = 200V. Τι αντίσταση πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά με τον λαμπτήρα, ώστε να λειτουργεί κανονικά;



Λύση

α) Έχουμε:

$$P_K = \frac{V^2_K}{R_\Lambda} \Rightarrow R_\Lambda = \frac{V^2_K}{P_K} \Rightarrow R_\Lambda = 100\Omega \qquad (1)$$

β) Επειδή $V > V_K$ η απευθείας σύνδεση του λαμπτήρα με την τάση V θα τον καταστρέψει. Γι' αυτό συνδέουμε μια αντίσταση R_X σε σειρά με το λαμπτήρα. Εφόσον ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά, η τάση στα άκρα του $V_{BΓ}$ είναι ίση με V_K. Επομένως, η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει είναι:

$$P_K = V_K I_K \Rightarrow I_K = \frac{P_K}{V_K} \overset{(1)}{\Rightarrow} I_K = 1A$$

Άρα, η ένταση I του ρεύματος στο κύκλωμα είναι:

$$I = I_K = 1A$$

Από το νόμο του Ohm έχουμε:

$$V = IR_{ολ} \Rightarrow V = I(R + R_x) \Rightarrow \frac{V}{I} = R + R_x \Rightarrow R_x = \frac{V}{I} - R \Rightarrow R_x = 100\ \Omega$$

Παράδειγμα 11

Σε μια οικιακή εγκατάσταση η ασφάλεια είναι 30A. Στο σπίτι λειτουργούν μια ηλεκτρική κουζίνα ισχύος 2KW, ένα ψυγείο ισχύος 1KW, μία ηλεκτρική σόμπα ισχύος 2KW και 50 λαμπτήρες των 100W ο καθένας.

α) Αν λειτουργήσουν ταυτόχρονα όλες οι συσκευές, να εξετάσετε αν θα λιώσει η ασφάλεια. β) Αν ναι, πόσοι το πολύ λαμπτήρες μπορεί να είναι αναμμένοι, ώστε να λειτουργούν ταυτόχρονα όλες οι υπόλοιπες συσκευές.

Δίνεται ότι η τάση του δικτύου είναι V = 220V.

Λύση

α) Η ολική ισχύς του κυκλώματος είναι:

$$P_{ολ} = 2KW + 1KW + 2KW + 50 \cdot 0{,}1KW = 10KW$$

Άρα:

$$P_{ολ} = V \cdot I \Rightarrow I = \frac{P_{ολ}}{V} \Rightarrow I = 10.000W/220V = 45{,}45A$$

Αφού $I > 30A$, η ασφάλεια λιώνει.

β) Πρέπει να είναι: $P'_{ολ} = V \cdot I \Rightarrow P'_{ολ} = 220V \cdot 30A \Rightarrow P'_{ολ} = 6600W$.

Έστω x ο αριθμός των ζητούμενων λαμπτήρων.

Έχουμε: $P_{ολ} = 2000W + 1000W + 2000W + x \cdot 100W \Rightarrow P_{ολ} = 5000 + x \cdot 100W$.

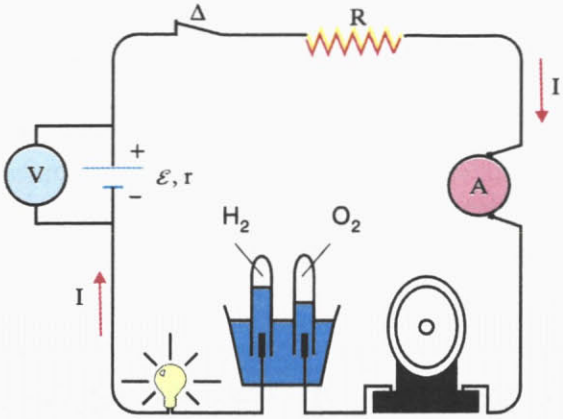
Άρα: $5000 + x \cdot 100 = 6600 \Rightarrow x = 16$ λαμπτήρες.

3.1.8. Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ) πηγής

Το κύκλωμα της εικόνας 45 αποτελείται από μία πηγή, ένα διακόπτη, έναν αντιστάτη, ένα λαμπτήρα, ένα βολτάμετρο και ένα ανεμιστήρα. Όταν ο διακόπτης είναι **ανοιχτός** το κύκλωμα δε διαρρέεται από ρεύμα, ενώ όταν ο διακόπτης είναι **κλειστός** το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα και **η πηγή προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα.**

Όταν θετικό φορτίο q φτάνει στον αρνητικό πόλο, όπου έχει την ελάχιστη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια, «αναγκά-

ζεται» από την πηγή να μετακινηθεί μέσω αυτής προς το θετικό πόλο της, όπου έχει τη μέγιστη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια.



Εικόνα 3.1-45.
Ηλεκτρικό κύκλωμα

Το φορτίο παίρνει την ενέργεια W από την πηγή, την αποδίδει στο κύκλωμα και επιστρέφει στον αρνητικό πόλο για να επαναληφθεί η διαδικασία.

Όπως γνωρίζουμε η ενέργεια W είναι ανάλογη του φορτίου q. Το πηλίκο της ενέργειας W προς το φορτίο q είναι ένα μέγεθος, που χαρακτηρίζει την πηγή και ονομάζεται **ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής (ΗΕΔ)**.

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} \qquad (22)$$

Η μονάδα της ΗΕΔ στο S.I. είναι το:

$$1\ \frac{J}{C} = 1V \text{ ή } \left(1\ \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}} = 1\ \text{Volt}\right)$$

Ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ μιας πηγής εκφράζει την ενέργεια ανά μονάδα ηλεκτρικού φορτίου που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα.

Ο όρος ηλεκτρεγερτική δύναμη δεν είναι ικανοποιητικός, γιατί **η ΗΕΔ δεν είναι δύναμη**, αλλά, όπως φαίνεται από την προηγούμενη σχέση, έχει μονάδα μέτρησης ίδια με τη διαφορά δυναμικού.

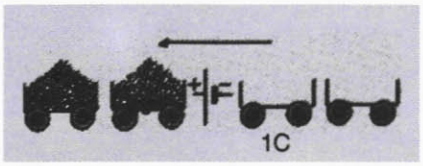
Αν διαιρέσουμε αριθμητή και παρονομαστή της σχέσης (22) με το χρόνο t, έχουμε:

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{W/t}{q/t} \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{P}{I}$$

Έτσι, η **ηλεκτρεγερτική δύναμη ε μιας πηγής** δίνεται και από το πηλίκο της ισχύος P, που παρέχει η πηγή στο

κύκλωμα, προς την ένταση του ρεύματος I που διαρρέει το κύκλωμα. Δηλαδή:

$$\varepsilon = \frac{P}{I} \qquad (23)$$

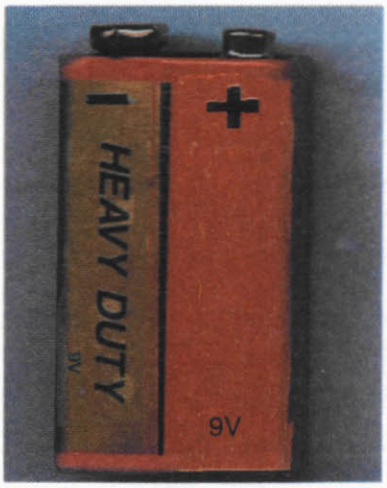


Εικόνα 3.1-46.
Η ηλεκτρεγερτική δύναμη εκφράζει την ενέργεια ανά μονάδα ηλεκτρικού φορτίου που προσφέρει πηγή στο κύκλωμα.

Η ηλεκτρική πηγή είναι ουσιαστικά ένας **ενεργειακός μετατροπέας**, δηλαδή μετατρέπει σε ηλεκτρική ενέργεια, μιας άλλης μορφής ενέργεια, που μπορεί να είναι χημική, μηχανική, θερμική, ακτινοβολίας. Στην εικ. 46 κάθε βαγονάκι παριστάνει φορτίο 1C. Η ηλεκτρική πηγή δεν παράγει ηλεκτρικό φορτίο, αλλά αποδίδει σε κάθε 1C ορισμένη ποσότητα ενέργειας, που καθορίζεται από την ΗΕΔ της. Αν π.χ. η πηγή έχει ΗΕΔ 3V, τότε σε κάθε 1C αποδίδει ενέργεια 3J.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής αναγράφεται στο περίβλημά της (εικ. 47).

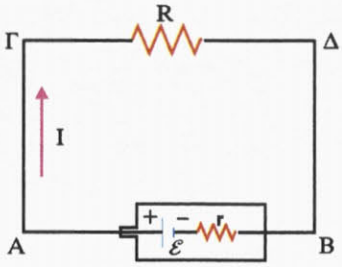
Εσωτερική αντίσταση πηγής



Εικόνα 3.1-47.
Μπαταρία.

Όταν μια ηλεκτρική πηγή διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, διαπιστώνουμε ότι θερμαίνεται. Η θερμότητα που αναπτύσσεται μέσα στην πηγή, οφείλεται στην **αντίσταση**, που αυτή παρεμβάλλει. Η αντίσταση αυτή αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος της πηγής και ονομάζεται **εσωτερική αντίσταση της πηγής και συμβολίζεται με r. Η εσωτερική αντίσταση της πηγής εκφράζει τη δυσκολία, που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα, όταν διέρχεται μέσα από την πηγή.**

3.1.9. Νόμος του Ohm για κλειστό κύκλωμα



Εικόνα 3.1-48.
Κλειστό κύκλωμα με πηγή και αντιστάτη.

Σε ένα κλειστό κύκλωμα (εικ. 48) υπάρχει γεννήτρια, που έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη ε και εσωτερική αντίσταση r. Το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται από μια αντίσταση R. Οι αγωγοί που χρησιμοποιούνται για τη συνδεσμολογία έχουν ασήμαντη αντίσταση. Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I.

Σε χρονικό διάστημα t, η πηγή δίνει ενέργεια:

$$W = P \cdot t \Rightarrow W = \mathcal{E} \cdot I \cdot t$$

η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα
στην αντίσταση R: $Q_R = I^2 \cdot R \cdot t$ και
στην αντίσταση r: $Q_r = I^2 \cdot r \cdot t$

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$W = Q_R + Q_r \Rightarrow \mathcal{E} \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t + I^2 \cdot r \cdot t \Rightarrow$$

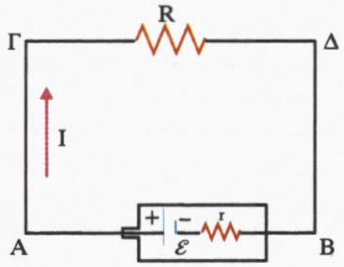
$$\mathcal{E} = I \cdot R + I \cdot r \Rightarrow \mathcal{E} = I(R + r) \Rightarrow \mathcal{E} = I \cdot R_{ολ} \text{ ό}$$

$$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R_{ολ}}}$$

Η τελευταία σχέση αποτελεί τη μαθηματική έκφραση του **νόμου του Ohm για κλειστό κύκλωμα**, και διατυπώνεται ως εξής:

Σε κλειστό κύκλωμα, που αποτελείται από ηλεκτρική πηγή και ωμικές αντιστάσεις, η ένταση του ρεύματος I που διαρρέει το κύκλωμα είναι ίση με το πηλίκο της ΗΕΔ της πηγής ε προς την ολική αντίσταση $R_{ολ}$ του κυκλώματος.

Τάση στους πόλους πηγής (πολική τάση)



Εικόνα 3.1-49.
Κλειστό κύκλωμα με πηγή και αντιστάτη.

Θεωρούμε το κύκλωμα της εικ. 49. Επειδή οι αγωγοί της συνδεσμολογίας ΑΓ και ΒΔ έχουν ασήμαντη αντίσταση, τα άκρα Γ και Δ της αντίστασης R έχουν το ίδιο δυναμικό με τους πόλους Α και Β της πηγής αντίστοιχα, δηλαδή

$$V_A = V_\Gamma \text{ και } V_B = V_\Delta.$$

Άρα: $V_A - V_B = V_\Gamma - V_\Delta$.

Η τάση στα άκρα της πηγής $V_A - V_B$ λέγεται **πολική τάση της πηγής** και συμβολίζεται με $\mathbf{V_\pi}$.

Επομένως: $$V_\pi = V_R$$

δηλαδή η τάση στους πόλους της πηγής είναι ίση με την τάση στα άκρα της αντίστασης R.

Είναι όμως: $V_R = I \cdot R$ (από το νόμο του Ohm για τμήμα αγωγού).

Άρα: $$V_\pi = I \cdot R$$

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$W = Q_R + Q_r \Rightarrow \mathcal{E} \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t + I^2 \cdot r \cdot t \Rightarrow$$

$$\mathcal{E} = I \cdot R + I \cdot r \Rightarrow \mathcal{E} = V_\pi + I \cdot r \Rightarrow$$

$$V_\pi = \mathcal{E} - I \cdot r \qquad (25)$$

Παρατηρούμε ότι σ' αυτό το κλειστό κύκλωμα **η τάση $\mathbf{V_\pi}$ στους πόλους της πηγής είναι ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ της πηγής ελαττωμένη κατά τον παράγοντα Ir, που λέγεται πτώση τάσης μέσα στην πηγή**.

Αν το κύκλωμα είναι ανοιχτό, τότε η πηγή δε διαρρέεται από ρεύμα, δηλαδή είναι I = 0.

Άρα: $V_\pi = \mathcal{E} - I \cdot r \overset{I=0}{\Rightarrow} V_\pi = \mathcal{E}$.

Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι:

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ της πηγής είναι ίση με την τάση $\mathbf{V_\pi}$ στους πόλους της πηγής, όταν η πηγή δε διαρρέεται από ρεύμα (I = 0).

Αν η πηγή είναι ιδανική, τότε έχει αμελητέα εσωτερική αντίσταση, δηλαδή είναι r = 0.

Άρα: $V_\pi = \mathcal{E} - I \cdot r \overset{r=0}{\Rightarrow} V_\pi = \mathcal{E}$.

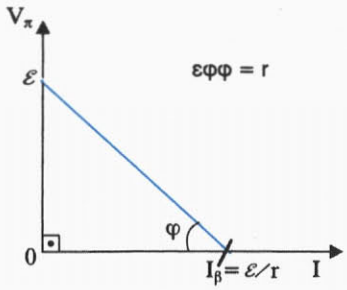
Έτσι μπορούμε να πούμε ότι:

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ της πηγής είναι ίση με την τάση $\mathbf{V_\pi}$ στους πόλους της πηγής, όταν η πηγή είναι ιδανική (r = 0).

Αν συνδέσουμε τους πόλους της πηγής με αγωγό αμελητέας αντίστασης, δηλαδή R= 0, τότε λέμε ότι **η πηγή είναι βραχυκυκλωμένη**.

Από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{E}{R + r} \overset{R=0}{\Rightarrow} I_\beta = \frac{E}{r}$$



Εικόνα 3.1-50.
Χαρακτηριστική καμπύλη πηγής.

Το ρεύμα αυτό είναι το μέγιστο που μπορεί να διαρρέει την πηγή και λέγεται **ρεύμα βραχυκύκλωσης**.

Από τη σχέση $V_\pi = E - Ir$ κατασκευάζουμε τη χαρακτηριστική καμπύλη της πηγής, που φαίνεται στην εικ. 50.

Παράδειγμα 12

Δύο αντιστάσεις $R_1 = 5\Omega$ και $R_2 = 3\Omega$ συνδέονται σε σειρά και τα άκρα του συστήματος συνδέονται με γεννήτρια ΗΕΔ $\mathcal{E} = 10V$ και εσωτερικής αντίστασης $r = 2\Omega$. Να βρεθούν:

α) η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα

β) η τάση στους πόλους της γεννήτριας και η τάση στα άκρα της R_1 και της R_2

γ) η ισχύς της πηγής και η ισχύς που αποδίδει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα.

Λύση

α) Η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1 + R_2} \Rightarrow I = 1A$$

β) Η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι:

$$V_\pi = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow V_\pi = 10V - 1A \cdot 2\Omega \Rightarrow V_\pi = 8V$$

Η τάση στα άκρα της R_1 είναι:

$$V_1 = IR_1 \Rightarrow V_1 = 1A \cdot 5\Omega \Rightarrow V_1 = 5V$$

Η τάση στα άκρα της R_2 είναι:

$$V_2 = IR_2 \Rightarrow V_2 = 1A \cdot 3\Omega \Rightarrow V_2 = 3V$$

γ) Η ισχύς της πηγής είναι:

$$P_{πηγ} = \mathcal{E}I \Rightarrow P_{πηγ} = 10\ W$$

Η ισχύς που αποδίδει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα είναι:

$$P_{εξ} = I^2(R_1 + R_2) \Rightarrow P_{εξ} = 8W$$

$$(ή\ P_{εξ} = P_{πηγ} - P_r = \mathcal{E}I - I^2r \Rightarrow P_{εξ} = 8W)$$

3.1.10. Αποδέκτες

Αποδέκτες είναι οι συσκευές στις οποίες η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται κατά το μεγαλύτερο μέρος της σε ενέργεια άλλης μορφής διαφορετικής από θερμότητα.

Για παράδειγμα, ο ανεμιστήρας ως αποδέκτης μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική (το μεγαλύτερο μέρος) και σε θερμότητα (το μικρότερο μέρος).

Συντελεστής απόδοση αποδέκτη ονομάζεται το πηλίκο της ωφέλιμης ισχύος (που δίνει ο αποδέκτης), προς τη δαπανόμενη ισχύ (που δίνουμε στον αποδέκτη). Δηλαδή:

$$\alpha = \frac{P_{\omega\varphi}}{P_{\delta\alpha\pi}} \qquad (26)$$

Απόδοση αποδέκτη ονομάζεται το:

$$\alpha\% = \alpha \cdot 100\% = \frac{P_{\omega\varphi}}{P_{\delta\alpha\pi}} \cdot 100\% \qquad (27)$$

Παράδειγμα 13

Η δαπανόμενη ηλεκτρική ισχύς σ' έναν ανεμιστήρα είναι $P_{\delta\alpha\pi}$ = 200 W και η ωφέλιμη μηχανική ισχύς είναι $P_{\omega\varphi}$ = 160 W. Να βρεθεί ο συντελεστής απόδοσης και η απόδοση του ανεμιστήρα.

Λύση

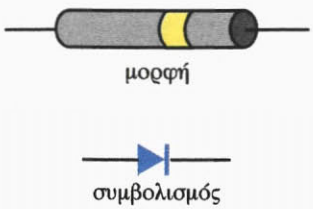
Ο συντελεστής απόδοσης είναι:

$$\alpha = \frac{P_{\omega\varphi}}{P_{\delta\alpha\pi}} \Rightarrow \alpha = \frac{160}{200} \Rightarrow \alpha = 0{,}8$$

και η απόδοση είναι:

$$\alpha(\%) = 0{,}8 \cdot 100\% = 80\%$$

3.1.11. Δίοδος

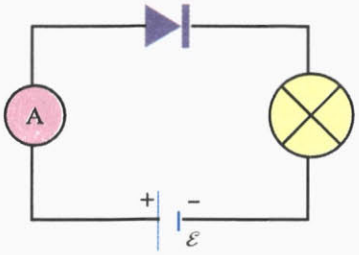


Εικόνα 3.1-51.
Μορφή και συμβολισμός διόδου.

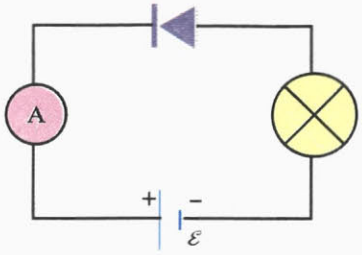
Ένα βασικό εξάρτημα που χρησιμοποιείται στην τηλεόραση, στο ραδιόφωνο, στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές και σε άλλα ηλεκτρονικά κυκλώματα είναι η **δίοδος**. Στην εικ. 51 φαίνεται η μορφή της και ο συμβολισμός της. Αποτελείται από δύο διαφορετικούς ημιαγωγούς που βρίσκονται σε επαφή. Το χαρακτηριστικό της είναι ότι:

α) Η δίοδος είναι καλός αγωγός (άγει εύκολα), όταν η τάση στα άκρα της έχει συγκεκριμένη πολικότητα. Η τάση

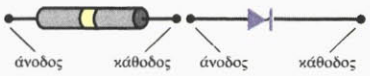
αυτή λέγεται **τάση ορθής φοράς** και λέμε ότι **η δίοδος είναι ορθά πολωμένη**. Στην εικόνα 53 η δίοδος είναι ανάστροφα πολωμένη και δεν άγει. Ο λαμπτήρας δε φωτοβολεί.



Εικόνα 3.1-52.
Δίοδος ορθά πολωμένη.



Εικόνα 3.1-53.
Δίοδος ανάστρωφα πολωμένη.

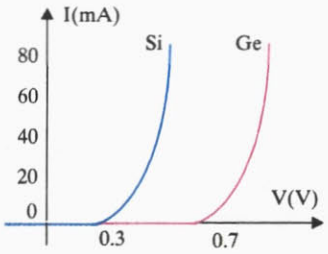


Εικόνα 3.1-54.
Άνοδος και κάθοδος διόδου.

Όταν η δίοδος είναι ορθά πολωμένη, το άκρο της διόδου που συνδέεται με το θετικό πόλο μιας πηγής λέγεται **άνοδος** και το άλλο άκρο λέγεται **κάθοδος** (εικ. 54). Στις διόδους με κυλινδρικό περίβλημα, μια ταινία διαφορετικού χρώματος από το χρώμα του περιβλήματος χρησιμοποιείται για να δείξει την κάθοδο.

Οι δίοδοι μπορούν να καταστραφούν εύκολα όταν διαρρέονται από μεγάλες εντάσεις ηλεκτρικού ρεύματος. Γι' αυτό τοποθετούνται στα κυκλώματα συνδεμένες με κατάλληλη αντίσταση σε σειρά.

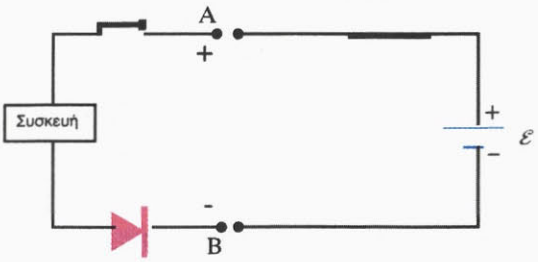
Οι χαρακτηριστικές καμπύλες μιας διόδου πυριτίου (Si) και μιας διόδου γερμανίου (Ge) φαίνονται στην εικ. 55. Από αυτές φαίνεται ότι, όταν η δίοδος είναι ανάστροφα πολωμένη δε διαρρέεται από ρεύμα. Η δίοδος Si άγει, όταν η εφαρμοζόμενη τάση είναι μεγαλύτερη από 0,3V και η δίοδος Ge άγει, όταν η εφαροζόμενη τάση είναι μεγαλύτερη από 0,7V. Επίσης, φαίνεται ότι, όταν οι δίοδοι Si και Ge άγουν, η πτώση τάσης στα άκρα τους παραμένει σταθερή και περίπου ίση με 0,3V και 0,7V αντίστοιχα.



Εικόνα 3.1-55.
Χαρακτηριστικές καμπύλες διόδων Si και Ge.

Εφαρμογές της διόδου

α) Προστασία συσκευής από λανθασμένη σύνδεση

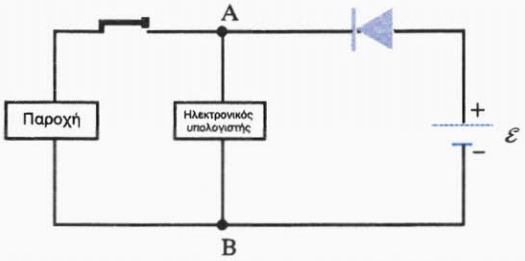


Εικόνα 3.1-56.
Η δίοδος προστατεύει τη συσκευή από λανθασμένη σύνδεση.

Η δίοδος χρησιμοποιείται για να προστατεύσει μια συσκευή από λανθασμένη σύνδεση της πηγής. Στο κύκλωμα της εικόνας 56 ο θετικός πόλος της πηγής πρέπει να συνδεθεί στο Α και ο αρνητικός στο Β. Αν κατά λάθος η πηγή συνδεθεί ανάποδα, τότε το κύκλωμα δε διαρρέεται από ρεύμα και δεν καταστρέφεται η συσκευή.

β) Προστασία συσκευής από «διακοπή ρεύματος»

Το κύκλωμα της εικόνας 57 χρησιμοποιείται για την προστασία ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή από τη διακοπή του ηλεκτρικού ρεύματος.



Εικόνα 3.1-57.
Η δίοδος προστατεύει τη συσκεύη από «διακοπή ρεύματος».

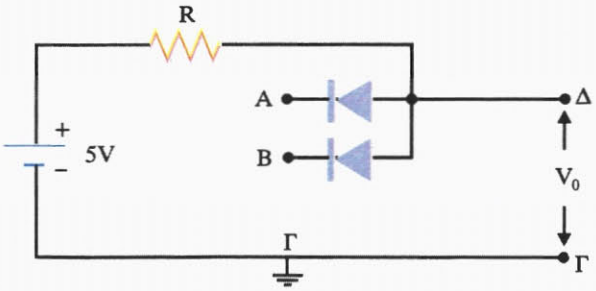
Όταν υπάρχει παροχή, λειτουργεί το αριστερό κύκλωμα κάνοντας εξοικονόμηση της μπαταρίας. Αν συμβεί διακοπή της παροχής, τότε λειτουργεί το δεξί κύκλωμα και η μπαταρία τροφοδοτεί τον ηλεκτρονικό υπολογιστή.

γ) Η πύλη AND

Η πύλη AND (εικ. 58) είναι ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα με δύο εισόδους (ΑΓ και ΒΓ) και μια έξοδο (ΔΓ). Χρησιμοποιείται, όταν θέλουμε να υπάρχει τάση (π.χ. V_0 = 5V) στην έξοδο ΔΓ, εφόσον υπάρχει τάση (π.χ. μεγαλύτερη από V_0 = 5V) **και** στην είσοδο ΑΓ **και** στην είσοδο ΒΓ.

Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να κάνουμε τον έλεγχο άλλων κυκλωμάτων.

Λειτουργία της πύλης AND



Εικόνα 3.1-58.
Πύλη AND.

i) Στο κύκλωμα της εικόνας 58 η πηγή τροφοδοσίας είναι 5 V. Αν οι τάσεις $V_{AΓ}$ και $V_{BΓ}$ είναι μεγαλύτερες ή ίσες από 5V, τότε οι δίοδοι δεν άγουν. Άρα, και τα δύο άκρα του αντιστάτη R έχουν το ίδιο δυναμικό, οπότε η τάση εξόδου είναι $V_{ΔΓ} = V_o = 5V$.

ii) Αν η τάση $V_{AΓ}$ είναι μεγαλύτερη ή ίση από 5V και η τάση $V_{BΓ} = 0$ (το B είναι αγώγιμα συνδεμένο με το Γ), τότε η δίοδος A δεν άγει, ενώ η δίοδος B άγει. Αν οι δίοδοι είναι από πυρίτιο (Si), η τάση στα άκρα της διόδου B είναι 0,7V, δηλαδή περίπου 0V. Έτσι, η τάση εξόδου είναι $V_{ΔΓ} = V_o = 0V$.

iii) Παρόμοια, αν η τάση $V_{BΓ}$ είναι μεγαλύτερη ή ίση από 5V και η τάση $V_{AΓ} = 0$ (το A είναι αγώγιμα συνδεμένο με το Γ), η τάση εξόδου $V_{ΔΓ}$ είναι $V_{ΔΓ} = V_o = 0V$.

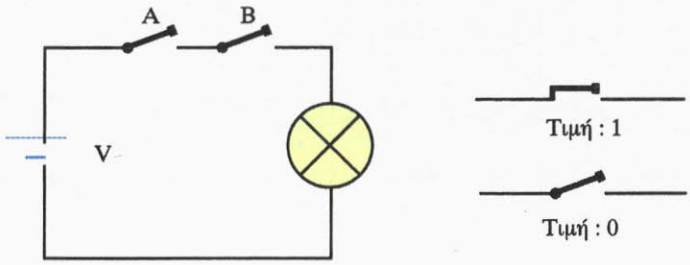
iv) Παρόμοια, αν οι τάσεις $V_{AΓ} = 0$ και $V_{BΓ} = 0$ (και το A και το B είναι αγώγιμα συνδεμένα με το Γ), η τάση εξόδου είναι $V_{ΔΓ} = V_o = 0V$.

Πίνακας αληθείας για την πράξη AND

Αν αντιστοιχίσουμε τάση 0V στο 0 και τάση μεγαλύτερη ή ίση από 5V στο 1, κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα, που λέγεται **πίνακας αληθείας για την πράξη AND**.

A	B	Γ
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Από αυτόν φαίνεται ότι η τάση εξόδου είναι μεγαλύτερη ή ίση από 5V (Γ = 1), αν **και** η τάση $V_{AΓ}$ **και** η τάση $V_{BΓ}$ είναι μεγαλύτερες ή ίσες από 5V (A = 1 και B = 1).

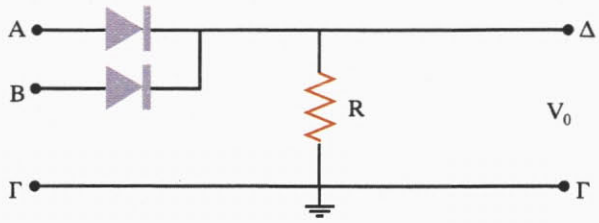


Εικόνα 3.1-59.
Ισοδύναμο κύκλωμα πράξης AND.

Τον ίδιο πίνακα έχουμε και για το κύκλωμα της εικόνας 59, όπου, για να ανάψει η λάμπα (Γ = 1), πρέπει **και** ο διακόπτης A να είναι κλειστός (A = 1) **και** ο διακόπτης B να είναι κλειστός (B = 1).

δ) Η πύλη OR

Η πύλη OR (εικ. 60) είναι ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα με δύο εισόδους (ΑΓ και ΒΓ) και μια έξοδο (ΔΓ). Χρησιμοποιείται, όταν θέλουμε να υπάρχει τάση στην έξοδο ΔΓ, εφόσον υπάρχει τάση **ή** στην είσοδο ΑΓ **ή** στην είσοδο ΒΓ. Με αυτον τον τρόπο μπορούμε να κάνουμε τον έλεγχο άλλων κυκλωμάτων.



Εικόνα 3.1-60.
Πύλη OR.

Λειτουργία της πύλης OR

i) Στο κύκλωμα της εικόνας 60, αν οι τάσεις είναι $V_{AΓ} = 0$ και $V_{BΓ} = 0$ (και το Α και το Β είναι αγώγιμα συνδεμένα με το Γ), τότε δεν υπάρχει ρεύμα. Άρα, η τάση εξόδου είναι $V_{ΔΓ} = V_o = 0$.

ii) Αν η τάση $V_{AΓ}$ είναι θετική (π.χ. 5V) και η τάση $V_{BΓ} = 0$ η δίοδος Α άγει, ενώ η δίοδος Β δεν άγει. Αν οι δίοδοι είναι από πυρίτιο (Si), η τάση στα άκρα της διόδου Α είναι 0,7V. Άρα, η τάση εξόδου είναι $V_{ΔΓ} = V_o = 4,3V$. Θεωρώντας την τάση της διόδου Α περίπου μηδέν, η τάση εξόδου είναι $V_{ΔΓ} = V_o = 5V$.

iii) Παρόμοια, αν η τάση $V_{AΓ} = 0$ (το Α είναι αγώγιμα συνδεμένο με το Γ) και η τάση $V_{BΓ}$ είναι θετική (π.χ. 5V), τότε $V_{ΔΓ} = V_o = 5V$.

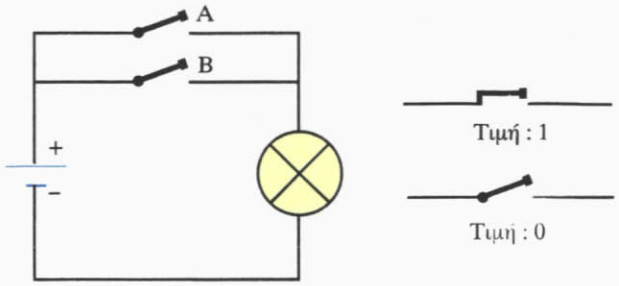
iv) Παρόμοια, αν οι τάσεις $V_{AΓ}$ και $V_{BΓ}$ είναι θετικές (π.χ. 5V), τότε $V_{ΔΓ} = V_o = 5V$.

Πίνακας αληθείας για την πράξη OR

Αν αντιστοιχίσουμε τάση 0V στο 0 και την τάση 5V στο 1, κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα, που λέγεται **πίνακας αληθείας για την πράξη OR**.

A	B	Γ
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Από αυτόν φαίνεται ότι η τάση εξόδου είναι θετική (Γ = 1), αν **τουλάχιστον μία** από τις τάσεις $V_{AΓ}$ και $V_{BΓ}$ είναι θετική (A = 1 ή B = 1 ή A = 1, B = 1).



Εικόνα 3.1-61.
Ισοδύναμο κύκλωμα πράξης OR.

Τον ίδιο πίνακα έχουμε και για το κύκλωμα της εικόνας 61, όπου, για να ανάψει η λάμπα (Γ = 1) πρέπει **τουλάχιστον ένας** από τους διακόπτες A και B να είναι κλειστός (A = 1 ή B = 1 ή A = 1, B = 1).

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος

Η ένταση I του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό ισούται με το πηλίκο του φορτίου q, που περνά από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο t, προς το χρόνο t.

$$I = \frac{q}{t}$$

Στο S.I. μετριέται σε A (Ampére).

Τάση ή διαφορά δυναμικού

Η αιτία του ηλεκτρικού ρεύματος.

Στο S.I. μετριέται σε V (Volt).

1ος κανόνας του Kirchhoff

Σ' ένα κόμβο το αλγεβρικό άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων ισούται με μηδέν.

$$\Sigma I = 0$$

2ος Κανονας του Kirchhoff

Σ' ένα βρόχο το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού ισούται με μηδέν.

$$\Sigma(\Delta V) = 0$$

Αντίσταση αγωγού

Η αντίσταση R ενός αγωγού ισούται με το πηλίκο της τάσης V που εφαρμόζεται στα άκρα του προς την ένταση I του ρεύματος που τον διαρρέει.

$$R = \frac{V}{I}$$

Στο S.I. μετριέται σε Ω (Ohm).

Νόμος του Ohm για αντιστάτη

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν αντιστάτη (μεταλλικό αγωγό) σταθερής θερμοκρασίας είναι ανάλογη της τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα του.

$$I = \frac{V}{R}$$

Από τι εξαρτάται η αντίσταση αγωγού

Η αντίσταση R ενός αγωγού που έχει τη μορφή κυλινδρικού σύρματος είναι ανάλογη του μήκους του αγωγού, αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού διατομής του και εξαρτάται από το υλικό και τη θερμοκρασία του.

$$\mathbf{R_\theta = \varrho_\theta \frac{\ell}{s}}$$

$$\mathbf{\varrho_\theta = \varrho_o(1 + \alpha\theta)}$$

Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά

$$I = I_1 = I_2 = \ldots$$
$$V = V_1 + V_2 + \ldots$$
$$R = R_1 + R_2 + \ldots$$

Σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα

$$V = V_1 = V_2 = \ldots$$

$$I = I_1 + I_2 + \ldots$$

$$\frac{1}{R_{o\lambda}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$

Ενέργεια του ηλεκτρικού ρεύματος

$$\mathbf{W = V \cdot I \cdot t}$$

Γενικά: $W = V \cdot I \cdot t$

Σε αντιστάτη: $W = V \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{V^2}{R} \cdot t$

Στο S.I. μετριέται σε J (Joule)

Ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος

Η ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος ισούται με το πηλίκο της ηλεκτρικής ενέργειας που προσφέρεται σε χρόνο t, προς το χρόνο t.

$$\mathbf{P = \frac{W}{t}}$$

Στο S.I. μετριέται σε W (Watt)

Γενικά: $P = V \cdot I$

Σε αντιστάτη: $P = V \cdot I = I^2 \cdot R = V^2/R$

Νόμος του Joule

Το ποσό θερμότητας που εκλύεται σ' ένα μεταλλικό αγωγό σταθερής θερμοκρασίας είναι ανάλογο του τετραγώνου της έντασης του ρεύματος που τον διαρρέει, ανάλογο της αντίστασής του και ανάλογο του χρόνου διέλευσης του ηλεκτρικού ρεύματος.

$$\mathbf{Q = I^2 \cdot R \cdot t}$$

$Q = I^2 \cdot R \cdot t$ (σε Joule)

$Q = 0{,}24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t$ (σε cal)

Ηλεκτρεγερτική δύναμη πηγής (ΗΕΔ)

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής είναι η ενέργεια ανά μονάδα ηλεκτρικού φορτίου που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής ισούται με το πηλίκο της ισχύος που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα, προς την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q}$$

$$\mathcal{E} = \frac{P}{I}$$

Στο S.I. μετριέται σε V (Volt).

Νόμος του Ohm για κλειστό κύκλωμα

Σε κλειστό κύκλωμα, που αποτελείται από ηλεκτρική πηγή και ωμικές αντιστάσεις, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι ίση με το πηλίκο της ΗΕΔ της πηγής προς την ολική αντίσταση του κυκλώματος.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{ολ}}$$

Πολική τάση πηγής

Η τάση στους πόλους μιας πηγής είναι ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής μείον την πτώση τάσης μέσα στην πηγή.

$$V_{π} = \mathcal{E} - I \cdot r$$

Δίοδος

Ορθά πολωμένη: Καλός αγωγός.

Ανάστροφα πολωμένη: Κακός αγωγός

Πίνακας αληθείας της πράξης AND

A	B	Γ
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Γ = 1 αν και A = 1 και B = 1

Πίνακας αληθείας της πράξης OR

A	B	Γ
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Γ = 1 αν ή A = 1 ή B = 1 ή A = 1, B = 1

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

Α. Μεθοδολογία για ασκήσεις με συνδεσμολογία αντιστάσεων

Βρίσκουμε ομάδες αντιστάσεων (δύο ή περισσότερες) που συνδέονται μεταύ τους, είτε σε σειρά, είτε παράλληλα. Βρίσκουμε την ισοδύναμη αντίσταση της ομάδας αυτών των αντιστάσεων και σχεδιάζουμε το νέο κύκλωμα. Προχωράμε μέχρι να καταλήξουμε σε μια αντίσταση, την $R_{ολ}$.

Αν δύο ή περισσότερες αντιστάσεις συνδέονται σε σειρά, πρέπει να βρούμε την ένταση του ρεύματος που τις διαρρέει, ενώ αν δύο ή περισσότερες αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα, πρέπει να βρούμε την κοινή τους τάση.

Β. Μεθοδολογία για επίλυση κυκλώματος με τους κανόνες Kirchhoff

1. Σε κάθε κλάδο του κυκλώματος σημειώνουμε αυθαίρετα μια φορά έντασης ρεύματος. Ο αριθμός των ρευμάτων ισούται με τον αριθμό των κλάδων, έστω λ.

2. Αν στο κύκλωμα υπάρχουν κ κόμβοι εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff (κ – 1) φορές και τον 2ο κανόνα Kirchhoff λ – (κ – 1) = λ – κ + 1 φορές.

Αν κινούμενοι κατά τη φορά διαγραφής που διαλέξαμε, συναντάμε πρώτα τον αρνητικό πόλο της γεννήτριας, στην Η.Ε.Δ. της γεννήτριας θέτουμε πρόσημο θετικό, ενώ θέτουμε πρόσημο αρνητικό στην αντίθετη περίπτωση.

Αν κινούμενοι κατά τη φορά διαγραφής που διαλέξαμε, συναντάμε αντίσταση και κινούμαστε ομόρροπα με το ρεύμα, στο γινόμενο IR θέτουμε πρόσημο αρνητικό, ενώ θέτουμε πρόσημο θετικό στην αντίθετη περίπτωση.

3. Λύνουμε το σύστημα των λ εξισώσεων που προκύπτει. Αν κατά τη λύση, κάποια τιμή έντασης ρεύματος προκύψει αρνητική, αυτό σημαίνει ότι η φορά, που σημειώσαμε αρχικά, είναι αντίθετη της πραγματικής.

Γ. Μεθοδολογία για εύρεση διαφοράς δυναμικού μεταξύ δύο σημείων

Για να βρούμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α, Β εφαρμόζουμε τη σχέση:

$$V_A + \Sigma(\Delta V) = V_B \quad (1)$$

Ξεκινάμε από το σημείο Α και «πηγαίνουμε» στο σημείο Β.

Προσοχή: Πριν εφαρμόσουμε τη σχέση (1) πρέπει να έχουμε επιλύσει το κύκλωμα και να έχουμε σημειώσει τις σωστές φορές των ρευμάτων.

Δ. Μεθοδολογία για ασκήσεις με πυκνωτές σε κύκλωμα συνεχούς ρεύματος

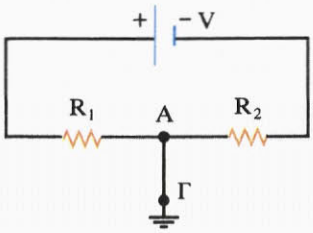
Σε κύκλωμα συνεχούς ρεύματος, όταν ο πυκνωτής είναι φορτισμένος δε διαρρέεται από ρεύμα, επομένως λειτουρ-

γεί ως ανοικτός διακόπτης. Για να βρούμε το φορτίο του πυκνωτή:

1. Επιλύουμε το κύκλωμα, δηλαδή βρίσκουμε τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν κάθε αντίσταση.

2. Βρίσκουμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων, που ο πυκνωτής συνδέεται στο κύκλωμα.

3. Βρίσκουμε το φορτίο του πυκνωτή από τη σχέση $q = C \cdot V$.



Ε. Μεθοδολογία για ασκήσεις με γειώσεις

Η σύνδεση ενός σημείου ενός κυκλώματος με τη γη ονομάζεται **γείωση**.

α) Στο κύκλωμα έχουμε μια γείωση.

1. Το σημείο του κυκλώματος που γειώνεται (π.χ. το Α) αποκτά δυναμικό μηδέν.

2. Ο κλάδος της γείωσης π.χ. ο ΑΓ **δε διαρρέεται από ρεύμα**, αφού δεν αποτελεί τμήμα κλειστού κυκλώματος.

3. Η μία γείωση δε μεταβάλλει τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν το κύκλωμα, ούτε τις διαφορές δυναμικού (ο ΑΓ δε διαρρέεται από ρεύμα). Τα δυναμικά όμως των διαφόρων σημείων εξαρτώνται από το σημείο της γείωσης.

β) Στο κύκλωμα έχουμε δύο ή περισσότερες γειώσεις.

Οι γειώσεις κλείνουν κύκλωμα μέσω της γης, δεδομένου ότι η γη θεωρείται αγωγός με αμελητέα αντίσταση. Έτσι, αν έχουμε δύο ή περισσότερες γειώσεις, τις συνδέουμε με τον αγωγό και αφήνουμε μια γείωση. Οι δύο γειώσεις, γενικά, μεταβάλλουν το κύκλωμα και τις εντάσεις των ρευμάτων που το διαρρέουν.

ΣΤ. Μεθοδολογία για ασκήσεις με κινητήρες

1. Όταν ένας κινητήρας είναι συνδεμένος στο κύκλωμα και δε στρέφεται, τότε συμμετέχει στο κύκλωμα μόνο με την εσωτερική του αντίσταση r΄. Ο νόμος του Ohm για κλειστό κύκλωμα ισχύει και γράφεται ως εξής:

$$\varepsilon = IR_{ολ} = I(R + r + r') \quad (1)$$

όπου I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, όταν ο κινητήρας δε στρέφεται.

2. Όταν ο κινητήρας στρέφεται, τότε αποδίδει μηχανική ισχύ $P_{μηχ}$. Αν $P_{ηλ}$ η ισχύς που προσφέρεται στον κινητήρα, $P_{μηχ}$ η μηχανική ισχύς που αποδίδει ο κινητήρας και $P_θ$ η θερμική ισχύς στον κινητήρα, ισχύει:

$$P_{ηλ} = P_{μηχ} + P_θ \Rightarrow VI = P_{μηχ} + I^2r'$$

Ο συντελεστής απόδοσης του κινητήρα είναι:

$$α = \frac{P_{ωφ}}{P_{δαπ}} = \frac{P_{μηχ}}{VI} \quad (2).$$

Λυμένα προβλήματα

Πρόβλημα 1

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό δίνεται από τη σχέση I = 10 + 2t (t σε s, I σε A).

α) Να γίνει η γραφική παράσταση I = f(t).

β) Να βρείτε το φορτίο που περνά από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο 5s.

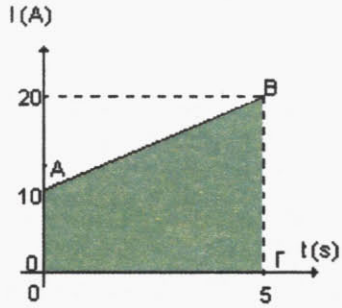
Λύση

α) Η εξίσωση I = f(t) είναι εξίσωση πρώτου βαθμού ως προς t. Επομένως, η γραφική της παράσταση είναι ευθεία.

Για t = 0 είναι I = 10A.

Για t = 5s είναι I = (10 + 2 · 5)A = 20A.

Η γραφική της παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



β) Η ένταση I του ρεύματος δεν είναι σταθερή. Επομένως, δε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση q = I · t. Το φορτίο q που περνά από μια διατομή του αγωγού από t = 0 ως t = 5 s είναι ίσο αριθμητικά με το γραμμοσκιασμένο εμβαδό στη γρ. παράσταση I = f(t).

Άρα: $q = \frac{1}{2}(10 + 20)5 \Rightarrow q = 75C$

Πρόβλημα 2

Δύο αντιστάσεις R_1 = 6Ω και R_2 = 3Ω συνδέονται παράλληλα. Σε σειρά με το συνδυασμό των αντιστάσεων συνδέεται αντίσταση R_3 = 10Ω και παράλληλα με το σύστημα των τριών πρώτων αντιστάσεων συνδέεται αντίσταση R_4 = 4Ω. Στα άκρα της συνδεσμολογίας εφαρμόζεται τάση V = 36V. Να βρεθούν:

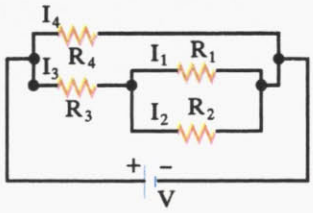
α) Η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας.

β) Η τάση στα άκρα κάθε αντίστασης, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση και η ένταση που διαρρέει την πηγή τροφοδοσίας.

Λύση

α) Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 συνδέονται παράλληλα (σχ. α). Η ισοδύναμη αντίσταση R_{12} δίνεται από τη σχέση:

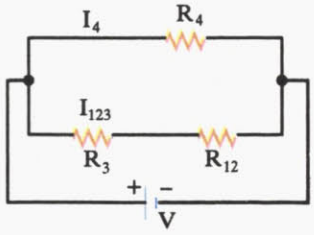
$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{12} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow 2\Omega$$



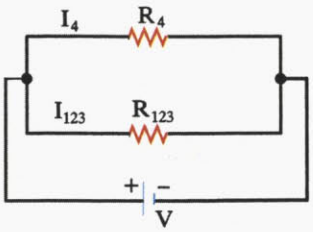
(α)

Οι αντιστάσεις R_{12} και R_3 συνδέονται σε σειρά (σχ. β). Η ισοδύναμη αντίσταση R_{123} είναι:

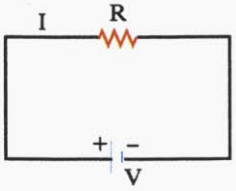
$$R_{123} = R_{12} + R_3 \Rightarrow R_{123} = 12\Omega$$



(β)



(γ)



(δ)

Οι αντιστάσεις R_{123} και R_4 συνδέονται παράλληλα (σχ. γ) οπότε η ισοδύναμη αντίσταση R δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{123}} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow R = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} \Rightarrow R = 3\Omega$$

β) Η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει την πηγή τροφοδοσίας και την ισοδύναμη αντίσταση R υπολογίζεται με τη βοήθεια του νόμου του Ohm στο κύκλωμα (δ).

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{36}{3}\ A = 12A$$

Οι αντιστάσεις R_{123} και R_4 έχουν κοινή τάση, που είναι ίση με την τάση τροφοδοσίας V. Από το νόμο του Ohm υπολογίζουμε τις εντάσεις I_4 και I_{123} (σχ. γ):

$$I_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{V}{R_4} \Rightarrow I_4 = \frac{36}{4}\ A = 9A$$

και $$I_{123} = \frac{V_{123}}{R_{123}} = \frac{V}{R_{123}} \Rightarrow I_{123} = \frac{36}{12}\ A = 3A$$

Οι αντιστάσεις R_3 και R_{12} συνδέονται σε σειρά, οπότε διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, που είναι ίσο με το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_{123} (σχ. β). Δηλαδή:

$$I_{123} = I_{12} = I_3 = 3A$$

Εφαρμόζοντας το νόμο του Ohm για τις αντιστάσεις R_3 και R_{12} βρίσκουμε:

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} \Rightarrow V_3 = I_3R_3 \Rightarrow V_3 = 3 \cdot 10V \Rightarrow V_3 = 30\ V$$

και $$I_{12} = \frac{V_{12}}{R_{12}} \Rightarrow V_{12} = I_{12}R_{12} \Rightarrow V_{12} = 3 \cdot 2V \Rightarrow V_{12} = 6V$$

Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 συνδέονται παράλληλα, οπότε έχουν κοινή τάση, που είναι ίση με την τάση V_{12} (σχ. α):

$$V_1 = V_2 = V_{12} = 6V$$

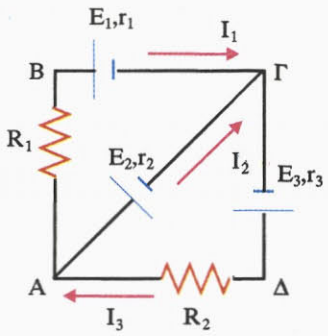
Εφαρμόζοντας το νόμο του Ohm για τις αντιστάσεις R_1 και R_2 βρίσκουμε:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{6}{6}\ A \Rightarrow I_1 = 1A$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{6}{3}\ A \Rightarrow I_2 = 2A$$

Πρόβλημα 3

Δίνεται το διπλανό κύκλωμα. Οι τιμές των ΗΕΔ και των εσωτερικών αντιστάσεων των πηγών είναι $\mathcal{E}_1 = 1V$, $\mathcal{E}_2 = 2V$, $\mathcal{E}_3 = 3V$ και $r_1 = 1\Omega$, $r_2 = 0,5\ \Omega$, $r_3 = 0,33\Omega$. Να βρεθούν τα ρεύματα που διαρρέουν κάθε κλάδο του κυκλώματος και η διαφορά δυναμικού $V_{A\Gamma}$.



Λύση

Βρίσκουμε τους κόμβους και τους κλάδους στο κύκλωμα. Έχουμε τους κόμβους Α και Γ και τους κλάδους ΑΒΓ, ΑΓ και ΑΔΓ.

1) Σε κάθε κλάδο του κυκλώματος σημειώνουμε αυθαίρετα μια φορά έντασης ρεύματος.

2) Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα του Kirchhoff για τον κόμβο Α. Έχουμε:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

3) Εφαρμόζουμε το 2ο κανόνα του Kirchhoff στους βρόχους ΑΒΓΑ και ΑΒΔΑ. Για το βρόχο ΓΒΑΓ:

$$\mathcal{E}_1 + I_1r_1 + I_1R_1 - \mathcal{E}_2 - I_2r_2 = 0 \quad (2)$$

Για το βρόχο ΑΓΔΑ:

$$-\mathcal{E}_2 - I_2r_2 + \mathcal{E}_3 - I_3r_3 - I_3R_2 = 0 \quad (3)$$

Λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων (1), (2), (3) οπότε προκύπτουν οι τιμές

$$I_1 = \frac{5}{8}\ A,\ I_2 = 0,5A,\ I_3 = \frac{8}{9}\ A$$

Οι τρεις εντάσεις είναι θετικές. Αυτό σημαίνει ότι οι φορείς που εκλέξαμε αυθαίρετα αρχικά είναι οι σωστές.

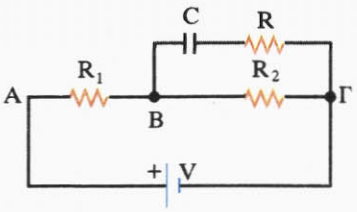
β) Η διαφορά δυναμικού $V_{A\Gamma}$ βρίσκεται ως εξής:

$$V_A - \mathcal{E}_2 - I_2r_2 = V_\Gamma \Rightarrow V_A - V_\Gamma = \mathcal{E}_2 + I_2r_2 \Rightarrow$$

$$V_A - V_\Gamma = 2V + 0,5A.\ 0,5\Omega \Rightarrow V_{A\Gamma} = 2,25V$$

Πρόβλημα 4

Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $V = 10V$ και $C = 1\mu F$. Να βρεθεί το φορτίο του πυκνωτή.



Λύση

Σε κύκλωμα συνεχούς ρεύματος, ο πυκνωτής λειτουργεί ως διακόπτης. Επομένως, το ρεύμα I δε διακλαδίζεται στο σημείο B, διαρρέει τις R_1 και R_2 που συνδέονται σε σειρά, ενώ η R δε διαρρέεται από ρεύμα. Από το νόμο του Ohm έχουμε:

$$I = \frac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{V}{R_1 + R_2} \Rightarrow I = 2A$$

Η τάση V_C στα άκρα του πυκνωτή είναι

$$V_C = V_{BΓ} = IR_2 \Rightarrow V_C = 6V$$

Άρα $q = CV_C \Rightarrow q = 6\mu Cb$.

Πρόβλημα 5

Γεννήτρια με ΗΕΔ $\mathcal{E}$ = 100V και εσωτερική αντίσταση r = 2Ω συνδέεται μέσω αντίστασης R = 5Ω με κινητήρα εσωτερικής αντίστασης r΄ = 3Ω. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, όταν ο κινητήρας στρέφεται είναι I = 5A.

α) Να βρεθεί η ένταση I_1 του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, όταν ο κινητήρας δε στρέφεται.

β) Όταν ο κινητήρας στρέφεται, να βρεθούν:

1. η ισχύς που παρέχει η γεννήτρια

2. η ισχύς που προσφέρεται στον κινητήρα

3. η θερμική ισχύς στον κινητήρα και στο κύκλωμα

4. η μηχανική ισχύς του κινητήρα

γ) Να βρεθεί ο συντελεστής απόδοσης του κινητήρα.

Λύση

α) Όταν ο κινητήρας δε στρέφεται, συμμετέχει στο κύκλωμα ως ωμική αντίσταση. Από το νόμο του Ohm έχουμε:

$$\mathcal{E} = I_1 R_{ολ} \Rightarrow \mathcal{E} = I_1(R + r + r') \Rightarrow I_1 = 10A \quad (1)$$

β) 1. Η ισχύς που παρέχει η γεννήτρια είναι:

$$P_{γεν} = \mathcal{E} I = 500W$$

2. Η ισχύς που προσφέρεται στον κινητήρα είναι:

$$P_κ = V \cdot I = [\mathcal{E} - I(R + r)]I \Rightarrow P_κ = 325W$$

3. Η θερμική ισχύς στον κινητήρα είναι:

$$R_{θ,κιν} = I^2 r' = 75 \ W$$

Η θερμική ισχύς στο κύκλωμα είναι:

$$P_{\theta,ολ} = I^2R_{ολ} = I^2(r + r' + R) = 250W$$

4. Η μηχανική ισχύς του κινητήρα βρίσκεται ως εξής:

$$P_{γεν} = P_{\theta,ολ} + P_{μηχ} \Rightarrow P_{μηχ} = 500W - 250W = 250W$$

(ή $P_κ = P_{μηχ} + P_{\theta,κ} \Rightarrow P_{μηχ} = P_K - P_{\theta,κ} = 325W - 75W = 250W$)

γ) Ο συντελεστής απόδοσης του κινητήρα είναι:

$$α = \frac{P_{ωφ}}{P_{δαπ}} \Rightarrow α = \frac{P_{μηχ}}{P_κ} \Rightarrow α = \frac{250W}{325W} = \frac{10}{13}$$

Ερωτήσεις – Δραστηριότητες

1. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Ένα μηχανικό ανάλογο της ηλεκτρικής πηγής είναι:

α) ο άνθρωπος που δημιουργεί ροή σφαιριδίων σε σωλήνα ☐
β) η αντλία ☐
γ) η διαφορά πίεσης ☐
δ) η ροή υγρού μέσα σε σωλήνα ☐

2. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Αν ένα χάλκινο σύρμα διπλωθεί στα δύο, τότε η ειδική του αντίσταση:

α) παραμένει σταθερή ☐
β) διπλασιάζεται ☐
γ) υποδιπλασιάζεται ☐
δ) υποτετραπλασιάζεται ☐

3. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Ο νόμος του Ohm για αντιστάτη ισχύει όταν:

α) η τάση του είναι σταθερή ☐
β) η θερμοκρασία του είναι σταθερή ☐
γ) ο θερμικός συντελεστής αντίστασης είναι σταθερός ☐
δ) η θερμοκρασία αυξάνεται ☐

4. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Αν μειώσουμε την αντίσταση μιας ηλεκτρικής θερμάστρας, τότε η ισχύς της:

α) μειώνεται ☐
β) αυξάνεται ☐
γ) παραμένει σταθερή ☐
δ) μηδενίζεται ☐

5. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Αν η τάση στα άκρα μιας αντίστασης διπλασιάζεται, τότε η θερμότητα που εκλύεται στον ίδιο χρόνο, μεταβάλλεται:

α) 100% ☐
β) 200% ☐
γ) 300% ☐
δ) 400% ☐

6. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) Η πραγματική φορά του ηλεκτρικού ρεύματος είναι η φορά κίνησης των ελευθέρων ηλεκτρονίων ☐
β) Η ηλεκτρική πηγή παράγει ηλεκτρικά φορτία ☐
γ) Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος δίνεται από τον τύπο $I = q \cdot t$ και στο S.I. μετριέται σε A ☐
δ) Η ταχύτητα διολίσθησης ισούται με την ταχύτητα του φωτός ☐

7. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) Το βολτόμετρο έχει μεγαλύτερη αντίσταση από το αμπερόμετρο ☐
β) Ο 1ος κανόνας του Kirchhoff είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας ☐
γ) Το βολτόμετρο συνδέεται στο κύκλωμα παράλληλα, ενώ το αμπερόμετρο σε σειρά ☐
δ) Ο 2ος Κανόνας του Kirchhoff είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης του φορτίου ☐

8. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) Οι όροι «αντιστάτης» και «αντίσταση» ταυτίζονται ☐
β) Η αντίσταση ενός αγωγού εξαρτάται από τη θερμοκρασία του ☐
γ) Η ειδική αντίσταση εξαρτάται από τα γεωμετρικά στοιχεία του αγωγού ☐
δ) Ένας αντιστάτης έχει αντίσταση 10Ω ☐

9. Να κάνετε τις αντιστοιχίσεις μεταξύ των φυσικών μεγεθών και των μονάδων μέτρησης.

1) φορτίο q •	• **α)** W
2) ένταση I •	• **β)** C
3) τάση V •	• **γ)** J
4) ενέργεια W •	• **δ)** A
5) ισχύς P •	• **ε)** V
6) ΗΕΔ $\mathcal{E}$ •	

10. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις:

α) Η μεταβλητή αντίσταση μπορεί να λειτουργήσει και ως ποτενσιόμετρο και ως ροοστάτης ☐

β) Το ποντενσιόμετρο είναι ρυθμιστής τάσης ☐

γ) Ο ροοστάτης είναι ρυθμιστής ηλεκτρικού ρεύματος ☐

δ) Στο ροοστάτη όλη η μεταβλητή αντίσταση διαρρέεται από ρεύμα ☐

11. Ποια αντίσταση είναι μεγαλύτερη, της ηλεκτρικής κουζίνας ή του ηλεκτρικού λαμπτήρα φωτισμού; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

12. Ένας αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) $R = \frac{1}{V}$ ☐

β) $P = V \cdot I$ ☐

γ) $P = \frac{V \cdot I}{t}$ ☐

δ) $W = V \cdot I \cdot t$ ☐

13. Μια ηλεκτρική θερμάστρα διαρρέεται από ρεύμα.

Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) το ποσό θερμότητας που εκλύει η θερμάστρα στο περιβάλλον ισούται με το ποσό της ηλεκτρικής ενέργειας που απορροφά ☐

β) το ποσό θερμότητας που εκλύει η θερμάστρα στο περιβάλλον είναι ανάλογο με την ένταση του ρεύματος που τη διαρρέει ☐

γ) η ισχύς της θερμάστρας είναι ανάλογη της αντίστασής της ☐

14. Μια ηλεκτρική κουζίνα αναγράφει τα στοιχεία «2KW, 220V». Ποια τιμή πρέπει να έχει η ασφάλειά της, αν στο εμπόριο υπάρχουν ασφάλειες 1,2,4,6,8,10,15,25,35A;

Σημειώστε με Χ τη σωστή απάντηση.

α) 1A ☐

β) 6A ☐

γ) 10A ☐

δ) 25A ☐

15. Να κάνετε τις αντιστοιχίσεις μεταξύ των μεγεθών και των τύπων που αναφέρονται σ' έναν αντιστάτη:

1) τάση	α) VI
2) ένταση	β) $I^2R\Delta t$
3) ενέργεια	γ) V/I
4) ισχύς	δ) V/R
	ε) $I \cdot R$

16. Οι λάμπες του σπιτιού μας συνδέονται σε σειρά ή παράλληλα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

17. Δύο αντιστάσεις συνδέονται σε σειρά. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) $R_{ολ} = R_1 + R_2$ ☐

β) $V = V_1 \cdot V_2$ ☐

γ) $I = I_1 + I_2$ ☐

δ) $V = V_1 + V_2$ ☐

18. Δύο αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα. Να συμπληρώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) $R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ ☐

β) $V = V_1 \cdot V_2$ ☐

γ) $I = I_1 + I_2$ ☐

δ) $V = V_1 + V_2$ ☐

19. Έχουμε τέσσερις ίδιους αντιστάτες με αντιστάσεις 10Ω. Πώς πρέπει να τους συνδέσουμε, ώστε η ολική αντίσταση της συνδεσμολογίας να είναι:

α) 40Ω

β) 2,5Ω

γ) 10Ω

δ) 25Ω

20. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση.

Τα χαρακτηριστικά μιας ηλεκτρικής πηγής είναι:

α) η ηλεκτρεγερτική δύναμη και η ισχύς ☐

β) η ηλεκτρεγερτική δύναμη και η πολική τάση ☐
γ) η πολική τάση και η εσωτερική αντίσταση ☐
δ) η ηλεκτρεγερτική δύναμη και η εσωτερική αντίσταση ☐

21. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση:
Ηλεκτρική πηγή με ΗΕΔ 10V συνδέεται με εξωτερική αντίσταση 8Ω, οπότε η πολική τάση της είναι 8V. Η εσωτερική της αντίσταση είναι:
α) 1Ω ☐
β) 2Ω ☐
γ) 3Ω ☐
δ) 4Ω ☐

22. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.
α) Όταν μια ηλεκτρική πηγή συνδέεται σε ηλεκτρικό κύκλωμα έχουμε παραγωγή ενέργειας από το μηδέν ☐
β) Η τιμή της ΗΕΔ μιας ηλεκτρικής πηγής εξαρτάται από τα στοιχεία του κυκλώματος, που τροφοδοτεί ☐
γ) Το γινόμενο $\mathcal{E} \cdot I$ δίνει την ισχύ της πηγής ☐
δ) Μέσα από την πηγή διέρχονται ηλεκτρικά φορτία ☐

23. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.
Η πολική τάση μιας πηγής είναι ίση με την ΗΕΔ της πηγής, όταν:
α) Η πηγή δε διαρρέεται από ρεύμα ☐
β) Η εσωτερική αντίσταση της πηγής είναι αμελητέα ☐
γ) Οι πόλοι της πηγής είναι βραχυκυκλωμένοι ☐
δ) Η πηγή συνδέεται με αμπερόμετρο ☐

24. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

	Ψυγείο	**Σίδερο**	**Τηλεόραση**
Τάση (V)	220	220	220
Ένταση (I)			1
Αντίσταση (Ω)		110	
Ισχύς (W)	110		

25. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

	P(W)	**P(KW)**	**t(h)**	**W(KWh)**
Θερμοσίφωνο	3000		1	
Κουζίνα	2000		1	
Λαμπτήρας	60		1	
Ψυγείο	100		1	

26. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

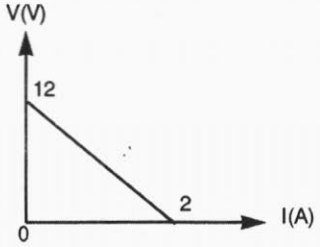
R	Ω	$\frac{V}{I}$
	A	
		$\frac{W}{q}$
W		

27. Να σημειώσετε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό δίνεται από τη σχέση: $I = 1 + 2 \cdot t$(S.I.). Το φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο $\Delta t = 3s$ είναι:
α) 7C ☐
β) 21C ☐
γ) 3C ☐
δ) 12C ☐

28. Διαθέτουμε τέσσερις αντιστάσεις $R_1 = 60\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 20\Omega$ και $R_4 = 35\Omega$. Να βρείτε πώς πρέπει να τις συνδέσουμε για να πετύχουμε ολική αντίσταση $R_{ολ} = 59\Omega$.

29. Η χαρακτηριστική καμπύλη μιας ηλεκτρικής πηγής συνεχούς ρεύματος $V = f(I)$ φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Να βρείτε

την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής και την εσωτερική της αντίσταση.



30. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Τα ελεύθερα ..... ξέφυγαν από την έλξη του ..... και κινούνται ..... προς όλες τις κατευθύνσεις. Τα θετικά ιόντα ..... γύρω από καθορισμένες θέσεις προς όλες τις κατευθύνσεις με πλάτος που ..... με τη θερμοκρασία. Η ..... των μετάλλων οφείλεται στα ελεύθερα ηλεκτρόνια.

31. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Η ..... κίνηση των ελευθέρων ηλεκτρονίων στον ..... αγωγό ονομάζεται ηλεκτρικό ρεύμα. Αιτία είναι η ..... Η φορά κίνησης των ηλεκτρονίων λέγεται ..... φορά του ηλεκτρικού ρεύματος.

32. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Η ένταση του ρεύματος ορίζεται από τον τύπο .....

Στο S.I. η ένταση του ρεύματος μετριέται σε .....

Η ένταση του ρεύματος εκφράζει το ..... διέλευσης του ηλεκτρικού φορτίου από μια κάθετη διατομή ενός αγωγού.

33. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Ο 1ος κανόνας του Kirchhoff διατυπώνεται ως εξής: Το αλγεβρικό άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων που ..... σ' ένα κόμβο ισούται με το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων που ..... απ' αυτόν. Είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης του .....

Ο 2ος κανόνας του Kirchhoff διατυπώνεται ως εξής: Το άθροισμα των διαφορών δυναμικού κατά μήκος μιας ..... διαδρομής σ' ένα κύκλωμα ισούται με .....

Είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της .....

34. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Η αντίσταση ενός αγωγού ορίζεται από τον τύπο ..... . Στο S.I. η μονάδα μέτρησης της αντίστασης είναι το ..... .

Η αντίσταση ενός αγωγού εκφράζει τη ..... που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα όταν διέρχεται μέσα από αυτόν.

Ο ίδιος ο μεταλλικός αγωγός λέγεται ..... .

Η αντίσταση των μεταλλικών αγωγών οφείλεται στις ..... των ελευθέρων ηλεκτρονίων με τα θετικά ιόντα.

35. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Όταν τρεις αντιστάσεις συνδέονται σε σειρά ισχύουν:

α) $I_{ολ}$ = ...
β) $V_{ολ}$ = ...
γ) $R_{ολ}$ = ...
δ) Η ολική αντίσταση είναι ..... και από τη .....

Όταν τρεις αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα ισχύουν.

α) $I_{ολ}$ = ...
β) $V_{ολ}$ = ...
γ) $R_{ολ}$ = ...
δ) Η ολική αντίσταση είναι ..... και από τη .....

36. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Ανάλογα με τον τρόπο που παρεμβάλλεται στο κύκλωμα η ρυθμιστική (μεταβλητή) αντίσταση λειτουργεί είτε ως ρυθμιστής της τάσης και λέγεται ....., είτε ως ρυθμιστής του ηλεκτρικού ρεύματος και λέγεται ..... .

37. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Η ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος ορίζεται από τον τύπο .....

Στο S.I. η μονάδα μέτρησης της ισχύος είναι το ..... . Για κάθε συσκευή ισχύει ο τύπος ..... . Αν η συσκευή είναι αντιστάτης (ωμική αντίσταση) τότε ισχύουν ακόμη και οι ..... και ..... .

1Kwh είναι η ..... που «καταναλώνει» μια συσκευή ισχύος 1Kw όταν λειτουργήσει ..... .

38. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

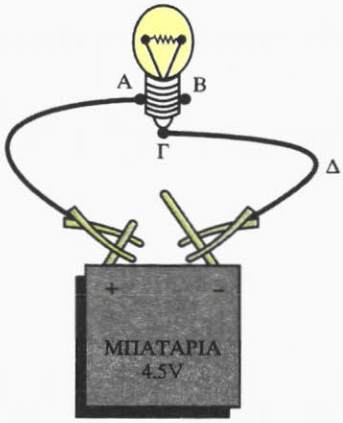
Η ηλεκτρεγερτική δύναμη ε μιας πηγής δίνεται από τον τύπο ..... και από τον τύπο ..... . Εκφράζει την ανά μονάδα ..... ηλεκτρική ενέργεια, που προσφέρει η πηγή στο ..... ή την ανά μονάδα ..... ηλεκτρική ισχύ, που προσφέρει η πηγή στο ..... . Η ..... αντίσταση της πηγής εκφράζει τη ..... που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα, όταν διέρχεται μέσα από την πηγή.

39. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Όταν η δίοδος είναι καλός αγωγός, τότε λέμε ότι είναι ..... πολωμένη. Όταν η δίοδος είναι κακός αγωγός, τότε λέμε ότι είναι ..... πολωμένη. Η δίοδος αποτελείται από δύο διαφορετικούς ..... που βρίσκονται σε στενή επαφή.

40. Μπορείτε να κατασκευάσετε ένα απλό κύκλωμα, χρησιμοποιώντας μία μπαταρία «πλακέ» 4,5 V, ένα λαμπάκι κανονικής λειτουργίας 4,5 V και καλώδια, που στα άκρα τους έχουν κροκοδειλάκια. Πάνω σε ένα κοντραπλακέ διαστάσεων 30 cm x 30 cm περίπου, καρφώνετε τρία καρφάκια Α, Β και για να στερεώσετε το λαμπάκι, όπως φαίνεται στο κύκλωμα της διπλανής εικόνας.

Το ένα καλώδιο συνδέει το θετικό πόλο της πηγής με το καρφάκι Α ή Β και το άλλο συνδέει τον αρνητικό πόλο της πηγής με το καρφάκι Γ. Μπορείτε να ανοίγετε ή να κλείνετε το κύκλωμα βγάζοντας ένα κροκοδειλάκι από τον αντίστοιχο πόλο της μπαταρίας. Μπορείτε επίσης να παρεμβάλλετε ένα διακοπτάκι στο σημείο Δ του καλωδίου και με αυτό να ανοίγετε ή να κλείνετε το κύκλωμα.



41. Με ένα βολτόμετρο, μετρήστε την τάση V_1 στα άκρα της μπαταρίας, που χρησιμοποιήσατε στην προηγούμενη δραστηριότητα, πριν τη συνδέσετε με το λαμπάκι και καταγράψτε την ένδειξη. Μετά μετρήστε την τάση V_2 στα άκρα της μπαταρίας, ενώ το κύκλωμα είναι κλειστό (το λαμπάκι ανάβει) και σημειώστε την ένδειξη. Τι παρατηρείτε; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

42. Από το εργαστήριο πάρτε τρεις αντιστάσεις που έχουν διάφορες χρωματικές λωρίδες στην επιφάνειά τους. Με βάση το χρωματικό κώδικα υπολογίστε την αντίστασή τους. Με το πολύμετρο μετρήστε την αντίστασή τους. Τι παρατηρείτε;

43. Τι τιμή έχουν οι αντιστάσεις που τα χρώματά τους είναι:

α) καφέ, μαύρο, κόκκινο, ασημί

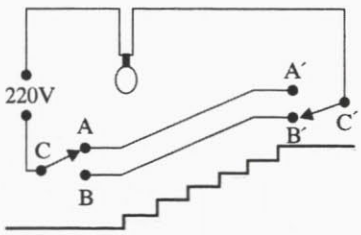
β) πορτοκαλί, πορτοκαλί, πράσινο, ασημί

γ) κίτρινο, μωβ, καφέ, ασημί

44. Στη διπλανή εικόνα φαίνεται η καλωδίωση ενός διαδρόμου.

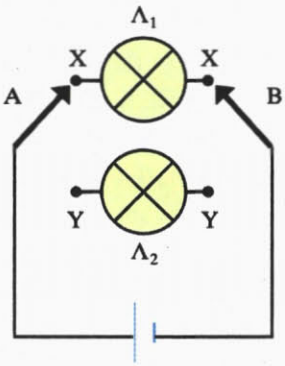
α) Να εξετάσετε αν η λάμπα ανάβει.

β) Σε ποιους συνδυασμούς θέσεων των διακοπτών ανάβει η λάμπα;



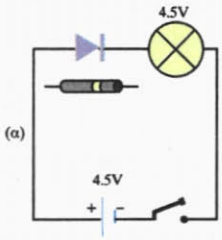
45. Χρησιμοποιώντας μία μπαταρία, δύο λαμπάκια και δύο διακόπτες δύο δρόμων κατασκευάστε το παρακάτω κύκλωμα και συμπληρώστε τον αντίστοιχο πίνακα, θέτοντας 1, όταν το λαμπάκι φωτοβολεί και 0, όταν το λαμπάκι είναι σβηστό.

ΔΙΑΚΟΠΤΕΣ		ΛΑΜΠΑΚΙΑ	
A	B	Λ1	Λ2
X	X		
X	Y		
Y	X		
Y	Y		



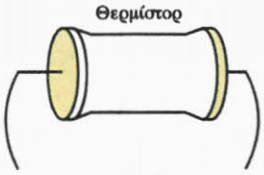
46. Χρησιμοποιώντας μία μπαταρία, ένα διακόπτη, μια δίοδο και ένα λαμπάκι κατασκευάστε το κύκλωμα (α). Τι παρατηρείτε;

Τι θα παρατηρήσετε αν αντιστρέψετε τη σύνδεση της διόδου;



47. Το θερμίστορ (thermistor) είναι ένα ηλεκτρονικό στοιχείο, του οποίου η αντίσταση μεταβάλλεται έντονα με τη θερμοκρασία. Χρησιμοποιείτε στα ηλεκτρονικά κυκλώματα ως αισθητήρας αύξησης της θερμοκρασίας. Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται τα αποτελέσματα ενός πειράματος μ' ένα θερμίστορ.

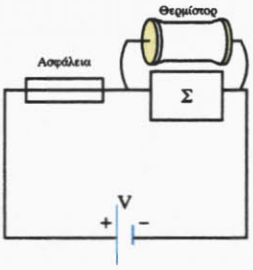
θ(°C)	23	37	47	57	65	76	85	90	100
V(V)	5	5	5	5	5	5	5	5	5
I(mA)	15	24	31	37	45	56	67	73	87
R(Ω)									



α) Υπολογίστε την αντίσταση για κάθε θερμοκρασία και σχεδιάστε τη χαρακτηριστική καμπύλη I = f(V) για το θερμίστορ.

β) Πώς μεταβάλλεται η αντίσταση του θερμίστορ με τη θερμοκρασία;

γ) Κατασκευάστε το παρακάτω κύκλωμα, το οποίο χρησιμεύει για την προστασία της συσκευής Σ από υπερθέρμανση. Να εξηγήσετε γιατί μία ασυνήθιστη αύξηση της θερμοκρασίας θα κάψει την ασφάλεια και θα διακοπεί η κυκλοφορία του ρεύματος στο κύκλωμα.



48. Το φωτοστοιχείο (photocell) είναι ένα ηλεκτρονικό στοιχείο, του οποίου η αντίσταση μεταβάλλεται με την αύξηση της έντασης του φωτός. Χρησιμοποιείται στα ηλεκτρονικά κυκλώματα ως αισθητήρας αύξησής της. Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται τα αποτελέσματα ενός πειράματος με ένα φωτοστοιχείο.

Επίπεδο έντασης φωτός	1	2	3	4	5	6	7	8
V(V)	5	5	5	5	5	5	5	5
I(mA)	2	2,8	3,3	3,7	3,9	4,1	4,3	4,4
R(Ω)								

α) Υπολογίστε την αντίσταση για κάθε επίπεδο έντασης φωτός και σχεδιάστε τη

χαρακτηριστική καμπύλη I = f(V) για το φωτοστοιχείο.

β) Πώς μεταβάλλεται η αντίσταση του φωτοστοιχείου με το επίπεδο έντασης φωτός;

γ) Σχεδιάστε και υλοποιήστε ένα απλό κύκλωμα, στο οποίο θα χρησιμοποιήσετε το φωτοστοιχείο ως αισθητήρα φωτός.

49. Εργαστηριακή δραστηριότητα – Ηλεκτρική ασφάλεια

Α. Απαιτούμενα όργανα και υλικά:

1. Ένα τροφοδοτικό συνεχούς ρεύματος και μεταβλητής τάσης.

2. Τέσσερις διακόπτες.

3. Σύρμα από χρωμονικελίνη διαμέτρου d = 0,15 mm.

4. Δύο λαμπτήρες Β και Γ με χαρακτηριστικά λειτουργίας 42V/60W.

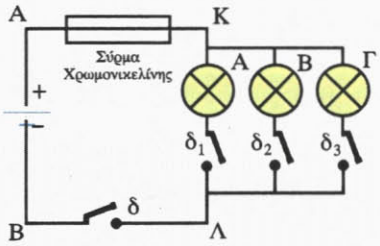
5. Καλώδια σύνδεσης.

6. Ηλεκτρική ασφάλεια.

Β. Εκτέλεση πειράματος

B_1.

1. Κατασκευάζουμε το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος.



2. Κλείνουμε τους διακόπτες δ και δ_1 και ρυθμίζουμε την τάση της πηγής, ώστε ο λαμπτήρας Α των 40 W να λειτουργεί κανονικά.

3. Κλείνοντας τους διακόπτες δ_2 και δ_3, συνδέουμε παράλληλα στο λαμπτήρα Α τους άλλους δύο λαμπτήρες Β και Γ των 60 W, οπότε έχουμε υπερφόρτιση του κυκλώματος.

Παρατηρούμε ότι .....

4. Αποκαθιστούμε το κύκλωμα συνδέοντας νέο σύρμα χρωμονικελίνης, με τους διακόπτες δ_2 και δ_3 ανοικτούς και τους δ και δ_1 κλειστούς. Συνδέουμε τα σημεία Κ και Λ του κυκλώματος με ένα κάλδιο, που είναι αγωγός αμελητέας αντίστασης, οπότε έχουμε βραχυκύκλωμα.

Παρατηρούμε ότι .....

5. Αποκαθιστούμε το κύκλωμα, συνδέοντας στη θέση του σύρματος χρωμονικελίνης μία ασφάλεια των 2Α. Συνδέουμε τα σημεία Κ και Λ του κυκλώματος με ένα καλώδιο, που είναι αγωγός αμελητέας αντίστασης, οπότε έχουμε βραχυκύκλωμα.

Παρατηρούμε ότι .....

Γ. Εργασίες

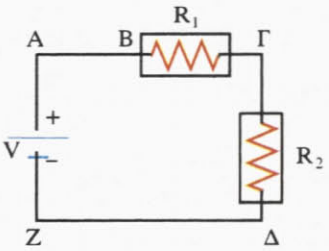
1. Γιατί χρησιμοποιούνται οι ασφάλειες;

2. Τι σημαίνει η ένδειξη 20Α πάνω σε μία ασφάλεια;

3. Πώς συνδέονται οι ασφάλειες στην οικιακή εγκατάσταση και γιατί;

4. Γιατί δεν πρέπει να επισκευάζονται οι τηκόμενες ασφάλειες;

5. Στο κύκλωμα του σχήματος είναι V = 120V, R_1 = 10Ω και R_2 = 40Ω.



α) Να βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης.

β) Αν παράλληλα στην R_2 συνδέσουμε αντίσταση R = 120Ω, να βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης.

γ) Αν παράλληλα στην R_2 συνδέσουμε αντίστασης R΄ = 40Ω, να βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης.

δ) Αν παράλληλα στην R συνδέσουμε αγωγό αμελητέας αντίστασης R = 0 (βραχυκύκλωμα), να βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης.

ε) Αν μεταξύ των σημείων Α και Β υπάρχει ασφάλεια 10Α, σε ποια από τις προηγούμενες περιπτώσεις η ασφάλεια «καίγεται»;

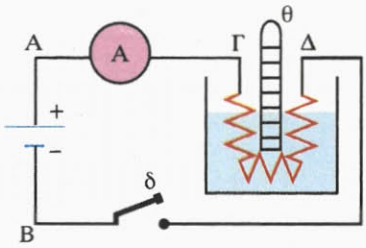
50. Εργαστηριακή δραστηριότητα - Νόμος Joule

Α. Απαιτούμενα όργανα και υλικά

1. Ένα τροφοδοτικό συνεχούς ρεύματος και μεταβλητής τάσης.
2. Ένας διακόπτης.
3. Ένα αμπερόμετρο κλίμακας 2,5 Α.
4. Δύο σύρματα χρωμονικελίνης με μήκη 30 cm και 60 cm σε σχήμα ελατηρίου.
5. Ένα ογκομετρικό ποτήρι 150 mℓ.
6. 150mℓ αποσταγμένο νερό.
7. Ένα χρονόμετρο.
9. Καλώδια σύνδεσης.
10. Αναδευτήρας.

Β. Εκτέλεση πειράματος

1. Κατασκευάζουμε το κύκλωμα του διπλανού σχήματος συνδέοντας στους πόλους Α και Β του τροφοδοτικού το σύρμα των 30 cm, το αμπερόμετρο και το διακόπτη σε σειρά.



2. Συμπληρώνουμε 150mℓ αποσταγμένο νερό στο ποτήρι και τοποθετούμε το σύρμα, το θερμόμετρο και τον αναδευτήρα μέσα στο ποτήρι, προσέρχοντας να μην αγγίζουν οι σπείρες του σύρματος μεταξύ τους.

3. Κλείνουμε το διακόπτη και ρυθμίζουμε την τάση της πηγής, έτσι ώστε να επρνά ρεύμα έντασης 1Α από το κύκλωμα. Ανοίγουμε το διακόπτη.

4. Ανακατεύουμε με προσοχή το νερό με τον αναδευτήρα και σημειώνουμε τη θερμοκρασία του.

Είναι: θ_1 = ...

5. Κλείνουμε το διακόπτη και πατάμε το χρονόμετρο.

6. Μετά από χρόνο Δt = 4min = 240s ανοίγουμε το διακόπτη, ανακατεύουμε το νερό και σημειώνουμε τη νέα θερμοκρασία του.

Είναι: θ_2 = ...

Η μεταβολή της θερμοκρασίας είναι: $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ .....

7. Κλείνουμε το διακόπτη και ξαναπατάμε το χρονόμετρο.

8. Μετά από χρόνο Δt = 4min = 240s ανοίγουμε το διακόπτη, ανακατεύουμε το νερό και σημειώνουμε τη νέα θερμοκρασία του.

Είναι: θ_3 = ...

Η συνολική μεταβολή της θερμοκρασίας είναι: $\Delta\theta = \theta_3 - \theta_1$ .....

B_2.

1. Επαναλαμβάνουμε από την αρχή το πείραμα, με την ίδια ποσότητα νερού (150ml), το ίδιο σύρμα (χρωμονικελίνη), τον ίδιο χρόνο (240s), αλλά με ρεύμα έντασης 2Α.

Είναι: θ_1 = ...

και: θ_2 = ...

Η μεταβολή θερμοκρασίας είναι: $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ .....

B_3.

1. Επαναλαμβάνουμε από την αρχή το πείραμα, με την ίδια ποσότητα νερού (150mℓ), τον ίδιο χρόνο (240s), την ίδια ένταση ρεύματος (1Α), αλλά με το σύρμα των 60 cm.

Είναι: θ_1 = ...

και: θ_2 = ...

Η μεταβολή της θερμοκρασίας είναι: $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ = ...

Γ. Υπολογισμοί

Από το θεμελιώδη νόμο της θερμιδομετρίας **Q = mcΔθ**, όπου m η μάζα του νερού, Δθ η μεταβολή της θερμοκρασίας και Q η θερμότητα σε cal, να υπολογίσετε τα ποσά θερμότητας Q_1 και Q_2 που εκλύθηκαν από το σύρμα και προσφέρθηκαν στο νερό. Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες.

Δt	Δθ	Q
240s		
480s		

Παρατηρούμε ότι .....
.....

I	Δθ	Q
1A		
2A		

Παρατηρούμε ότι .....
.....

ℓ	R	Δθ	Q
30 cm	R		
60 cm	2R		

Παρατηρούμε ότι .....
.....

Δ. Εργασίες

1. Πόσο τοις εκατό (%) μεταβάλλεται το ποσό θερμότητας που εκλύεται από έναν αντιστάτη, όταν η τάση στα άκρα του διπλασιαστεί;

2. Πού οφείλεται το φαινόμενο Joule, δηλαδή η έκλυση θερμότητας σε μια ωμική αντίσταση που διαρρέεται από ρεύμα;

3. Ποια συσκευή έχει μεγαλύτερη αντίσταση, η ηλεκτρική κουζίνα ή η λάμπα φωτισμού του δωματίου μας;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

4. Θέλουμε να θερμάνουμε μια ποσότητα νερού από θερμοκρασία θ_1 σε θερμοκρασία θ_2 ($\theta_2 > \theta_1$). Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιούμε αντιστάτη αντίστασης R_1 και στη δεύτερη περίπτωση χρησιμοποιούμε αντιστάτη αντίστασης R_2, με $R_1 > R_2$. Η τάση του δικτύου είναι σταθερή.

α) Σε ποια περίπτωση έχουμε μεγαλύτερο κόστος;

β) Σε ποια περίπτωση η θέρμανση θα διαρκέσει περισσότερο;

5. Γιατί οι αγωγοί που τροφοδοτούν ένα ηλεκτρικό κύκλωμα παραμένουν ψυχρότεροι από τις ηλεκτρικές συσκευές θέρμανσης που συνδέονται στο κύκλωμα, αν και οι αγωγοί αυτοί διαρρέονται από ίσης έντασης ηλεκτρικό ρεύμα;

6. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της θερμότητας που εκλύεται σ' έναν αντιστάτη, ως συνάρτηση:

α) της έντασης του ρεύματος που τον διαρρέει

β) της αντίστασής του

γ) του χρόνου λειτουργίας.

7. Σε ποιους παράγοντες οφείλονται τα σφάλματα κατά τη διεξαγωγή του πειράματος;

Προβλήματα

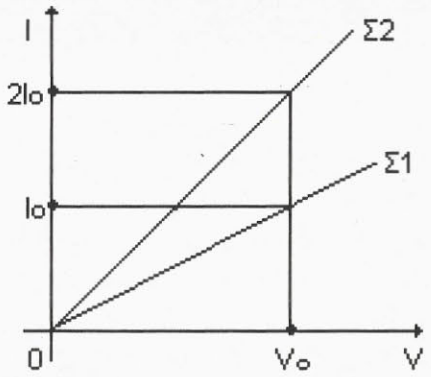
1. Ένας πυκνωτής χωρητικότητας $C = 20\mu F$ συνδέεται με πηγή τάσης $V = 24V$. Αποσυνδέουμε την πηγή και συνδέουμε τους οπλισμούς με σύρμα, οπότε ο πυκνωτής εκφορτίζεται σε χρόνο $\Delta t = 0{,}02s$. Να βρείτε τον αριθμό των ηλεκτρονίων, που περνάνε από μια διατομή του αγωγού και τη μέση ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος. Δίνεται: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

2. Να βρείτε την ένταση του ρεύματος, λόγω της κίνησης του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου, αν η συχνότητα περιστροφής του είναι $\nu = 5{,}8 \cdot 10^{15}$Hz. Δίνεται: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

3. Να βρείτε τη μέση ταχύτητα (ταχύτητα διολίσθησης), με την οποία κινούνται τα ελεύθερα ηλεκτρόνια μέσα σ' ένα μεταλλικό αγωγό, σε συνάρτηση με τα εξής μεγέθη: α) I: ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, β) n: ο αριθμός των ελευθέρων ηλεκτρονίων ανά μονάδα όγκου του αγωγού, γ) S: εμβαδό διατομής του αγωγού, δ) q_e: φορτίο του ηλεκτρονίου.

Αριθμητική εφαρμογή: $I = 16A$, $n = 8 \cdot 10^{23}$ ηλ/cm^3, $S = 1mm^2$, $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

4. Στο παρακάτω διάγραμμα έχει παρασταθεί γραφικά η ένταση του ρεύματος I σε συνάρτηση με τη διαφορά δυναμικού V για δύο χάλκινα σύρματα Σ_1 και Σ_2, που έχουν το ίδιο μήκος. Αν το εμβαδό διατομής του Σ_1 είναι $S_1 = 0{,}2$ mm^2, να βρείτε το εμβαδό διατομής του Σ_2.



5. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της αντίστασης ενός αγωγού σε συνάρτηση με:

α) το μήκος του

β) το εμβαδό διατομής τους

γ) την τάση στα άκρα του

δ) την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.

6. Ένα σύρμα από λευκόχρυσο έχει μήκος $\ell = 10m$ και μάζα $m = 3{,}6$ g. Να βρείτε την αντίσταση του σύρματος, αν η πυκνότητα του λευκόχρυσου είναι $d = 21$ g/cm^3 και η ειδική του αντίσταση $\rho = 9 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$.

7. Ένα σύρμα από σίδηρο έχει αντίσταση $R = 40\Omega$ και μήκος $\ell = 2m$. Λιώνουμε το σύρμα και φτιάχνουμε ένα άλλο, που θέλουμε να έχει αντίσταση $R' = 160\Omega$. Να βρείτε το μήκος του ℓ'.

8. Σε ποια θερμοκρασία θ η τιμή της ειδικής αντίστασης του χαλκού γίνεται διπλάσια από την τιμή, που έχει σε 0°C; Ισχύει το ίδιο για όλους τους χάλκινους αγωγούς, ανεξάρτητα από τη μορφή και το μέγεθός τους; Ισχύει το ίδιο για αγωγούς, που είναι από διαφορετικό υλικό; Δίνεται ο θερμικός συντελεστής αντίστασης $\alpha_{Cu} = 3{,}9 \cdot 10^{-3}$ grad^{-1}.

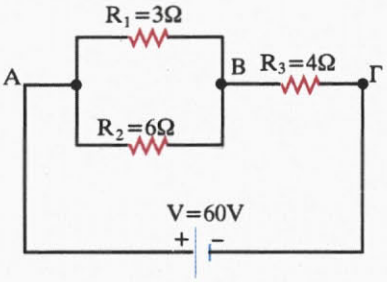
9. Στα άκρα ενός σύρματος εφαρμόζουμε σταθερή συνεχή τάση και διαπιστώνουμε ότι σε θερμοκρασία $\theta_1 = 20°C$ η ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το σύρμα είναι $I_1 = 2A$, ενώ σε θερμοκρασία $\theta_2 = 2520°C$ η ένταση του ρεύματος είναι $I_2 = 1A$. Να βρεθεί ο θερμικός συντελεστής αντίστασης του υλικού του σύρματος.

10. Δύο αντιστάσεις συνδέονται σε σειρά και στις άκρες του συστήματος συνδέεται πηγή τάσης $V = 100$ V. Αν είναι $R_1 = 5\Omega$ και $R_2 = 15\Omega$, να βρείτε την ολική αντίσταση του συστήματος την ένταση του

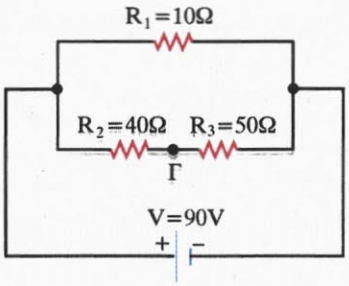
ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα και την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης.

11. Δύο αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα και στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται τάση V = 120 V. Αν είναι R_1 = 30Ω και R_2 = 60Ω, να βρείτε την ολική αντίσταση του συστήματος και την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα και κάθε αντίσταση.

12. Στα παρακάτω κυκλώματα να βρείτε:
α) την ολική αντίσταση του συστήματος,
β) την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης,
γ) την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει κάθε αντίσταση.

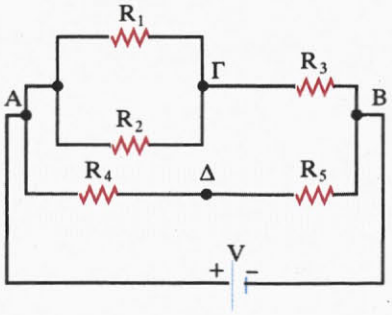


(α)

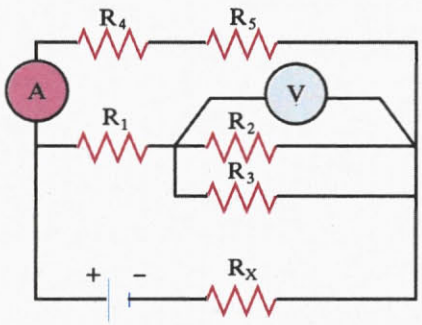


(β)

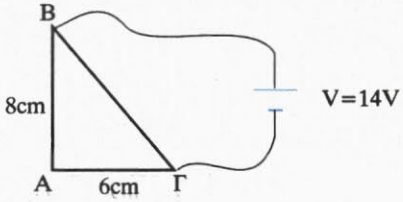
13. Στο παρακάτω κύκλωμα δίνονται:
R_1 = 3Ω, R_2 = 6Ω, R_3 = 8Ω, R_4 = 7Ω, R_5 = 3Ω, V = 60V.
Να βρείτε:
α) την ολική αντίσταση του συστήματος,
β) την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης,
γ) την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει κάθε αντίσταση.



14. Στο παρακάτω κύκλωμα η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 4V, η τάση της πηγής είναι V = 10V και οι αντιστάσεις R_1 = 2Ω, R_2 = 4Ω, R_3 = 4Ω, R_4 = 5Ω και R_5 = 11Ω. Να βρείτε την ένδειξη του αμπερομέτρου και την αντίσταση R_X. Το βολτόμετρο έχει άπειρη αντίσταση, ενώ το αμπερόμετρο έχει μηδενική αντίσταση, δηλαδή θεωρούνται ιδανικά όργανα.

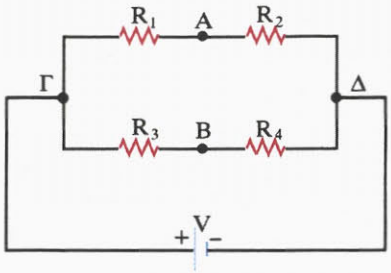


15. Στο παρακάτω κύκλωμα η αντίσταση ανά μονάδα μήκους του σύρματος του τριγώνου είναι R* = 5Ω/cm. Να βρείτε την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει κάθε πλευρά του τριγώνου.

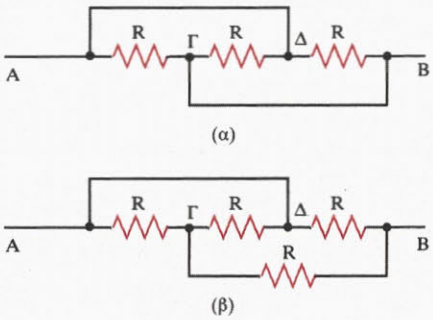


16. Στο παρακάτω κύκλωμα δίνονται V = 30V, R_1 = 2Ω, R_2 = 1Ω, R_3 = 5Ω και R_4 = 10V.
α) Να βρείτε την τάση V_{AB}.
β) Να βρείτε την αντίσταση R που πρέ-

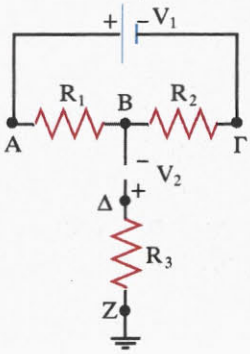
πει να συνδέσουμε παράλληλα με την R_4, ώστε $V_{AB} = 0$.



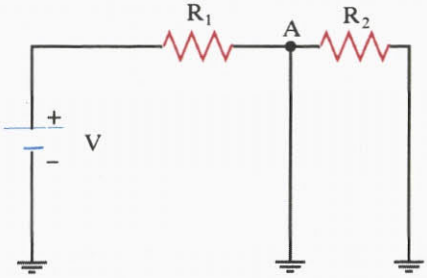
17. Να βρείτε την ολική αντίσταση μεταξύ των Α και Β στις παρακάτω συνδεσμολογίες, αν R = 30Ω.



18. Στο παρακάτω κύκλωμα δίνονται: $R_1 = R_2 = R_3 = 10\Omega$, $V_1 = 20V$, $V_2 = 10V$. Να βρείτε τα δυναμικά των σημείων Α, Β, Γ και Δ.



19. Στο παρακάτω κύκλωμα δίνονται: V = 10V, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$. Να βρείτε την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει τη R_1. Αν μεταξύ του σημείου Α και της γης αντικαταστήσουμε το καλώδιο με αντιστάτη αντίστασης $R_3 = 20\Omega$, να βρείτε τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος.



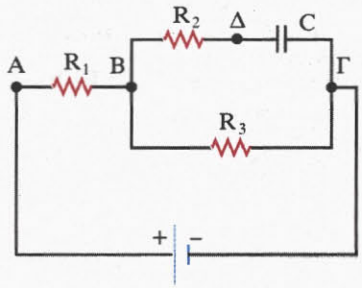
20. Θεωρούμε ένα ισοπαχύ και ομογενή κυκλικό αγωγό κέντρου Κ και τέσσερα σημεία του Α, Β, Γ, Δ τέτοια ώστε, ΑΒ = ΒΓ = ΓΔ = ΔΑ = 90°. Τα σημεία Α και Β συνδέονται με τάση $V_{AB} = 60V$.

α) Να βρείτε τη διαφορά δυναμικού $V_{AΓ}$.

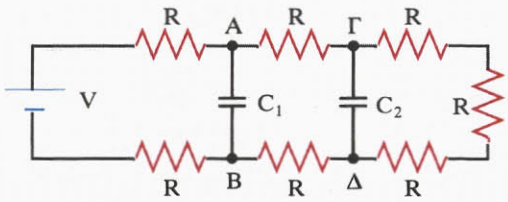
β) Αν γειώσουμε το Δ, να βρείτε το δυναμικό του σημείου Γ.

21. Δίνονται τέσσερις αντιστάτες με αντιστάσεις $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 8\Omega$. Πώς πρέπει να τους συνδέσουμε για να έχουμε ολική αντίσταση $R_{ολ} = 5\Omega$; Αν τότε τροφοδοτήσουμε τη διάταξη με πηγή, ο αντιστάτης R_3 διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_3 = 2A$. Να βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_4.

22. Στο παρακάτω κύκλωμα, αν C = 20μF, V = 100V και $R_1 = 40\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, να βρείτε το φορτίο του πυκνωτή.



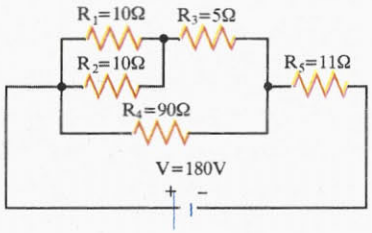
23. Στο παρακάτω κύκλωμα, να βρείτε το λόγο C_1/C_2 για να έχουν οι πυκνωτές ίσα φορτία.



24. Δύο ίσες αντιστάσεις συνδέονται: α) σε σειρά και β) παράλληλα. Στα άκρα του συστήματος και στις δύο περιπτώσεις εφαρμόζεται η ίδια τάση V. Σε ποια περίπτωση η ισχύς είναι μεγαλύτερη;

25. Δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 ($R_1 > R_2$) συνδέονται α) σε σειρά και β) παράλληλα. Στα άκρα του συστήματος και στις δύο περιπτώσεις εφαρμόζεται η ίδια τάση V. Σε ποια από τις δύο αντιστάσεις η ισχύς είναι μεγαλύτερη, σε κάθε περίπτωση;

26. Στο παρακάτω κύκλωμα, να βρείτε σε J τη θερμότητα που εκλύεται σε κάθε αντίσταση σε χρόνο t = 1 min.



27. Ένας θερμοσίφωνας έχει όγκο 20ℓ και είναι γεμάτος με νερό θερμοκρασίας 10°C. Η αντίσταση του θερμοσίφωνα είναι 10Ω και αυτός συνδέεται με δίκτυο τάσης 220V. Αν το 20% της παραγόμενης θερμότητας εκλύεται στο περιβάλλον, να βρείτε σε πόσο χρόνο η θερμοκρασία του νερού θα ανέβει στους 80°C και πόσο θα στοιχίσει αυτό. Δίνονται:

Πυκνότητα νερού: $d_{νερ} = 1\ g/cm^3$, Ειδική θερμότητα νερού: $c_{νερ} = 1\ cal/g \cdot grad$, Κόστος = 25 δρχ./KWh.

28. Σε μια ηλεκτρική οικιακή εγκατάσταση λειτουργούν ταυτόχρονα: α) Ηλεκτρική κουζίνα ισχύος 1,5 KW, β) θερμοσίφωνας ισχύος 2KW, γ) ηλεκτρικό ψυγείο ισχύος 1KW, δ) 5 λαμπτήρες ισχύος 100W καθένας. Να βρείτε πόσα A πρέπει να είναι η γενική ασφάλεια του πίνακα εγκατάστασης και πόσο θα στοιχίσει η λειτουργία τους για 10h.

Δίνεται ότι η τάση λειτουργίας των συσκευών είναι ίση με την τάση του δικτύου, δηλ. 220V και ότι το 1KWh κοστίζει 25 δρχ.

29. Λαμπτήρας αντίστασης $R_1 = 40Ω$ συνδέεται σε σειρά με αντίσταση $R_2 = 20Ω$ και στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται τάση V = 120V.

α) Πόση είναι η ισχύς του λαμπτήρα;

β) Αν παράλληλα με το λαμπτήρα συνδεθεί αντίσταση $R_3 = 40Ω$, πόση είναι η επί τοις εκατό (%) μεταβολή της ισχύος του;

30. Τέσσερις αντιστάτες με αντιστάσεις $R_1 = 2Ω$, $R_2 = 4Ω$, $R_3 = 6Ω$, $R_4 = 8Ω$ συνδέονται έτσι ώστε, η ολική αντίσταση να είναι $R_{ολ} = 11Ω$. Αν τροφοδοτήσουμε τη διάταξη με πηγή, η ισχύς του αντιστάτη R_3 είναι $P_3 = 24W$. Να βρείτε την ισχύ του αντιστάτη R_4.

31. Για τη μεταφορά ηλεκτρικής ισχύος 720KW σε απόσταση 50 Km το ποσοστό απώλειας ισχύος στη γραμμή μεταφοράς είναι 10%. Να βρεθούν οι τάσεις στην είσοδο και την έξοδο της γραμμής, αν η διατομή των χάλκινων αγωγών είναι 10 mm^2 και η ειδική αντίσταση του χαλκού $1,8 \cdot 10^{-8}Ω \cdot m$.

32. Μία ηλεκτρική θερμάστρα αναγράφει τα στοιχεία «2000W-200V». Να βρείτε την αντίστασή της και το ρεύμα κανονικής λειτουργίας της. Πόση θα είναι η ισχύς της, αν συνδεθεί σε δίκτυο τάσης 160V και ποια ένταση ρεύματος τη διαρρέει τότε;

33. Μια ηλεκτρική θερμάστρα αναγράφει τα στοιχεία «1000W-100V». Να βρείτε την αντίσταση που πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά με τη θερμάστρα για να λειτουργήσει σε δίκτυο τάσης 220V.

34. Μια ηλεκτρική θερμάστρα αναγράφει τα στοιχεία «100W-200V». Η θερμάστρα συνδέεται σε σειρά με λαμπτήρα, που αναγράφει τα στοιχεία «24W-12V». Το σύστημα τροφοδοτείται από δίκτυο τάσης 200V. Να εξετάσετε αν ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά.

35. Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις $R_1 = R_2 = 40Ω$ συνδέονται σε σειρά. Στα άκρα του συστήματος εφαρμόζουμε τάση V =

120V. Παράλληλα στον αντιστάτη R_2 συνδέουμε μια θερμική συσκευή με χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας V_K = 60V και P_K = 90W.

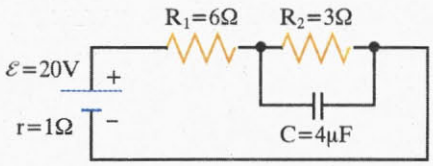
α) Να αποδείξετε ότι η συσκευή δε λειτουργεί κανονικά.

β) Να βρείτε την αντίσταση R_3 ενός άλλου αντιστάτη που πρέπει να αντικαταστήσει τον αντιστάτη R_1, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά.

36. Όταν το εξωτερικό κύκλωμα έχει αντίσταση R_1 = 1Ω, μια γεννήτρια δίνει ρεύμα έντασης I_1 = 5A, ενώ, όταν το εξωτερικό κύκλωμα έχει αντίσταση R_2 = 4Ω, η γεννήτρια δίνει ρεύμα έντασης I_2 = 2A. Πόση είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ και η εσωτερική αντίσταση r της γεννήτριας;

37. Όταν οι πόλοι μιας γεννήτριας συνδέονται με εξωτερική αντίσταση R_1 = 8Ω, η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι V_1 = 24V, ενώ όταν οι πόλοι της γεννήτριας συνδέονται με εξωτερική αντίσταση R_2 = 13Ω, η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι V_2 = 26V. Πόση είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ και η εσωτερική αντίσταση r της γεννήτριας;

38. Στο παραπάνω κύκλωμα να βρείτε το φορτίο του πυκνωτή.



39. Δίνεται πηγή με $\mathcal{E}$ = 12V και r = 1Ω. Η πηγή τροφοδοτεί δύο αντιστάσεις R_1 = 2Ω και R_2 = 3Ω συνδεμένες σε σειρά. Να βρείτε:

α) την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα,

β) την πολική τάση της πηγής,

γ) την ισχύ, που παρέχει η πηγή σε όλο το κύκλωμα,

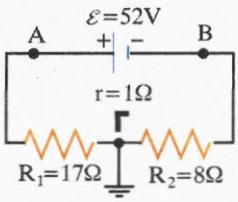
δ) την ισχύ στην εσωτερική αντίσταση της πηγής,

ε) την ισχύ που παρέχει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα,

στ) την ισχύ σε κάθε μια από τις αντιστάσεις.

40. Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά πηγή ηλεκτρικού ρεύματος, διακόπτης, αμπερόμετρο και ωμική αντίσταση R. Στους πόλους της πηγής συνδέεται βολτόμετρο. Όταν ο διακόπτης είναι ανοιχτός, η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 24V. Όταν ο διακόπτης είναι κλειστός, η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 20V και του αμπερομέτρου 2A. Να βρεθεί η ΗΕΔ και η εσωτερική αντίσταση της πηγής. Τα όργανα να θεωρηθούν ιδανικά.

41. Στο παραπάνω κύκλωμα να βρεθούν τα δυναμικά των πόλων της πηγής.



42. Με σύρμα αντίστασης 16Ω σχηματίζουμε κλειστή περιφέρεια. Δύο σημεία του σύρματος, που απέχουν ένα τέταρτο της περιφέρειας, συνδέονται με ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης 4V και εσωτερικής αντίστασης 1Ω. Να βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε κλάδο του κυκλώματος.

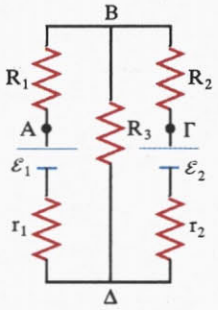
43. Μια γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ = 24V και εσωτερική αντίσταση r = 1Ω. Το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται από μια αντίσταση R = 3Ω και έναν ανεμιστήρα. Όταν ο ανεμιστήρας δε στρέφεται, το ρεύμα έχει ένταση I_1 = 4A, ενώ όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται, το ρεύμα έχει ένταση I_2 = 2A. Να βρεθεί: α) η εσωτερική αντίσταση r΄ του ανεμιστήρα β) η θερμική ισχύς σε όλο το κύκλωμα, όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται, γ) η μηχανική ισχύς του ανεμιστήρα, δ) η απόδοση του ανεμιστήρα.

44. Μια γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ = 12V και εσωτερική αντίσταση

r = 1Ω. Οι πόλοι της γεννήτριας συνδέονται με ανεμιστήρα. Όταν ο ανεμιστήρας δε στρέφεται, η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι V_1 = 8V.

Όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι V_2 = 10V. Να βρεθεί: α) η εσωτερική αντίσταση r΄ του ανεμιστήρα, β) η θερμική ισχύς σε όλο το κύκλωμα, όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται, γ) η μηχανική ισχύς του ανεμιστήρα, δ) η απόδοση του κυκλώματος.

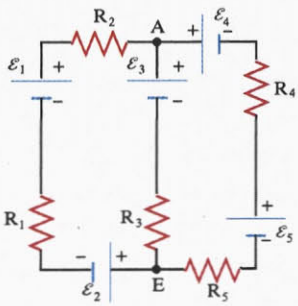
45. Στο κύκλωμα της παραπάνω εικόνας δίνεται ότι: $\mathcal{E}_1$ = 9V, $\mathcal{E}_2$ = 2V, $r_1 = r_2$ = 2Ω, $R_1 = R_3$ = 4Ω, R_2 = 2Ω. Να βρεθούν οι εντάσεις των ρευμάτων, που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος και η διαφορά δυναμικού $V_{ΑΓ}$.



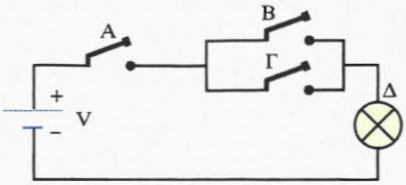
46. Στο κύκλωμα της παραπάνω εικόνας δίνεται ότι:

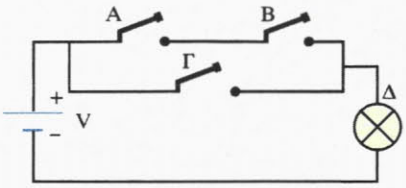
$\mathcal{E}_1$ = 21V, $\mathcal{E}_2$ = 3V, $\mathcal{E}_3$ = 6V, $\mathcal{E}_4$ = 6V, $\mathcal{E}_5$ = 11V, R_1 = 4Ω, R_2 = 2Ω, R_3 = 3Ω, R_4 = 1Ω, R_5 = 4Ω.

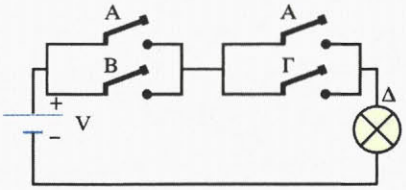
Να υπολογιστούν οι τιμές των ρευμάτων που διαρρέουν το κύκλωμα και η διαφορά δυναμικού V_{AB}.



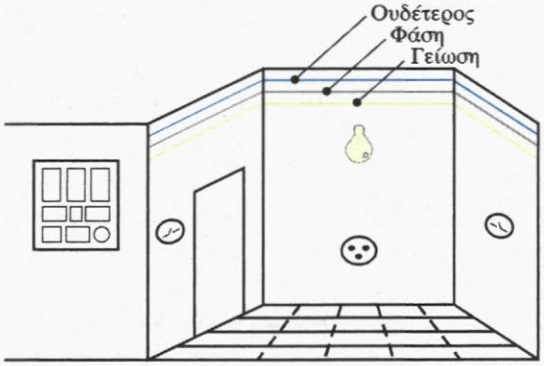
47. Να κατασκευάσετε τον πίνακα αληθείας των παρακάτω κυκλωμάτων.







48. Συμπλήρωσε το κύκλωμα του παρακάτω σχεδιασμένου δωματίου χρησιμοποιώντας κατάλληλα χρώματα.



Ένθετο

Α. Ηλεκτρική εγκατάσταση σπιτιού ηλεκτρικές συσκευές

Μια μέρα με διακοπή ρεύματος στο σπίτι σου, καταλαβαίνεις πόσο πολύ εξαρτάται η ποιότητα ζωής σου από την ηλεκτρική ενέργεια. Στις επόμενες σελίδες θα περιγράψουμε την ηλεκτρική εγκατάσταση του σπιτιού μας και τις ηλεκτρικές συσκευές που χρησιμοποιούμε σ' αυτό, όχι για να αντικαταστήσεις τον ηλεκτρολόγο, αλλά για να προστατεύσεις τη ζωή σου και την περιουσία σου από κινδύνους, μιας και δε γνωρίζεις τους κανόνες που ισχύουν στις ηλεκτρικές εγκαταστάσεις.

Οι ηλεκτρικές συσκευές χαρακτηρίζονται από:

- την τάση λειτουργίας,
- την ισχύ λειτουργίας.

Πολύ λίγες ηλεκτρικές συσκευές του σπιτιού μας λειτουργούν με χαμηλή τάση, όπως τα κουδούνια, τα θυροτηλέφωνα, τα φώτα του κήπου. Χαμηλή τάση θεωρείται η τάση που είναι μικρότερη ή ίση των 42V. Μέχρι 42V θεωρείται ακίνδυνη η τάση. Οι περισσότερες συσκευές χρησιμοποιούν τάση 220V και είναι όλες αυτόνομες, δηλαδή ανεξάρτητες από τη χρήση άλλων συσκευών.

Η σύνδεση που εξασφαλίζει σταθερή τάση και αυτονομία είναι η παράλληλη. Επομένως, τα φώτα, το μαγειρείο, ο θερμοσίφωνας και οι μικροσυσκευές, συνδέονται όλα παράλληλα.

Επειδή η τάση που χρησιμοποιούμε είναι εναλλασσόμενη 220V και συχνότητας 50 Hz, πρέπει, προτού συνδέσουμε μια συσκευή, να έχουμε βεβαιωθεί ότι είναι κατάλληλη για αυτό το δίκτυο.

Η ισχύς μιας συσκευής καθορίζει την προσφερόμενη σ' αυτήν ενέργεια στη μονάδα του χρόνου. Αυτό δε σημαίνει ότι μια συσκευή μεγαλύτερης ισχύος έχει καλύτερη απόδοση. Η απόδοση εξαρτάται κατά ένα μέρος από τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά της συσκευής. Η ισχύς, όμως, καθορίζει το ρεύμα που τη διαρρέει, όταν λειτουργεί και το κόστος ανά ώρα λειτουργίας.

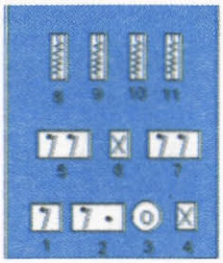
Όπως είπαμε στο σπίτι μας φτάνει εναλλασσόμενη τάση 220V, συχνότητας 50 Hz. Η διανομή γίνεται από την ηλεκτρική εταιρεία με εναέρια ή υπόγεια δίκτυα, μέχρι το μετρητή ηλεκτρικής ενέργειας (ή γνώμονα). Εκεί, ο ένας αγωγός συνδέεται με τη γη και θα τον ονομάζουμε «ουδέτερο», ενώ τον άλλον αγωγό τον ονομάζουμε «φάση». Σε πολλά σπίτια, όπου χρειάζεται μεγαλύτερη ενέργεια, αντί για μια φάση (μονοφασική παροχή) συνδέονται τρεις φά-

Εικόνα 1

σεις (τριφασική παροχή). Επειδή, όμως, ελάχιστες οικιακές συσκευές έχουν τριφασική σύνδεση, αλλά και όσες έχουν λειτουργούν σαν τρεις μονοφασικές συσκευές, δε θα επεκταθούμε σε περιγραφή τριφασικών συνδέσεων.

Στο σπίτι μας επομένως φθάνουν τουλάχιστον 3 αγωγοί (εικ. 1).

Η φάση και ο ουδέτερος είναι ενεργοί αγωγοί, ενώ η γείωση είναι αγωγός προστασίας. Οι αγωγοί από το γνώμονα φτάνουν στο γενικό πίνακα του σπιτιού μας (εικ. 2) ο οποίος πρέπει να περιέχει (με σειρά λειτουργίας) το γενικό διακόπτη (1), τον αυτόματο διακόπτη διαφυγής (2), τη γενική ασφάλεια (3), την ενδεικτική λάμπα (4). Από τη γενική ασφάλεια το ρεύμα διακλαδίζεται σε διάφορα κυκλώματα: 1) στον ηλεκτρικό θερμοσίφωνα (διακόπτης 5, ενδεικτική λάμπα 6, ασφάλεια 9), 2) στο ηλεκτρικό μαγειρείο (διακόπτης 7, ασφάλεια 10), στα κυκλώματα φωτισμού (ασφάλειες 8 και 11).



Εικόνα 2

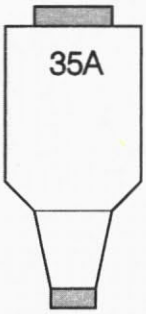
Ο πίνακας που περιγράφεται είναι ένας τυπικός πίνακας ενός μέσου ελληνικού σπιτιού. Σε μεγαλύτερα σπίτια οι πίνακες είναι πιθανότατα τριφασικοί (με τρεις γενικές ασφάλειες) και περισσότερα κυκλώματα.

Δείτε το γενικό πίνακα του σπιτιού σας και προσδιορίστε τη λειτουργία κάθε εξαρτήματός του.

Ο **Γενικός Διακόπτης** ελέγχει τη λειτουργία όλης της ηλεκτρικής εγκατάστασης του σπιτιού.

Τον διακόπτουμε:

- όταν υπάρχει κίνδυνος ηλεκτροπληξίας
- όταν υπάρχει πυρκαγιά,
- όταν αλλάζουμε λάμπα,
- όταν ο ηλεκτρολόγος επισκευάζει ή τροποποιεί την εγκατάσταση.

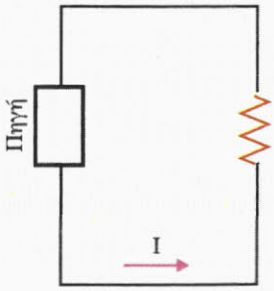


Εικόνα 3

Οι **Ασφάλειες** επιτρέπουν να περάσει μέχρι μια αυστηρά καθορισμένη τιμή έντασης από τους διάφορους αγωγούς. Κάθε αγωγός έχει ορισμένη διατομή. Εάν η ένταση που τον διαρρέει ξεπεράσει ορισμένη τιμή, εμφανίζεται έντονο το φαινόμενο Joule με αποτέλεσμα να υπερθερμανθεί ο αγωγός, να λιώσει η μόνωσή του, να γίνει βραχυκύκλωμα και πιθανά πυρκαϊά.

Εικόνα 4

Η γενική ασφάλεια (εικ. 3) είναι τηκτή, γιατί έχει φυσίγγι που περιέχει ένα λεπτό νήμα και έναν δείκτη. Όταν η ένταση του ρεύματος υπερβεί ορισμένη τιμή (που γράφεται πάνω στην ασφάλεια) τότε το νήμα λιώνει και το κύκλωμα διακόπτεται. Ο δείκτης κρατιέται στη θέση του, όσο το νήμα δεν έχει κοπεί. Σε περίπτωση που καεί η ασφάλεια, πρέπει να **διακόψεις το ρεύμα** με το γενικό διακόπτη και να αντικαταστήσεις το φυσίγγι με άλο **ίδιας** έντασης. Πριν ξανασυνδέσεις το ρεύμα, μείωσε την κατανάλωσή σου προτιμώντας τις ηλεκτροβόρες συσκευές (μαγειρείο - θερμοσίφωνας). Ο δείκτης κάθε φυσιγγίου έχει χαρακτηριστικό χρώμα ανάλογα με την ένταση.



Εικόνα 5

Δεν πρέπει ποτέ να επισκευάζουμε το φυσίγγι.

Οι επί μέρους ασφάλειες παλαιότερα ήταν και αυτές τηκτές, σήμερα όμως είναι αυτόματες (εικ. 4). Σε περίπτωση που πέσει μια αυτόματη ασφάλεια, σκέψου πριν αποκαταστήσεις το κύκλωμα.

– Αν υπήρξε βλάβη ή βραχυκύκλωμα, τότε αποσύνδεσε πρώτα τη χαλασμένη συσκευή.

Αν υπήρξε υπερένταση (πολλές ή μεγάλες καταναλώσεις), τότε αποσύνδεσε μέχρι η ένταση να φθάσει σε επιθυμητά όρια.

Ο **αυτόματος διακόπτης διαφυγής** έχει ως στόχο την προστασία μας από διαρροή. Όπως είναι γνωστό ένα κύκλωμα αποτελείται από δύο αγωγούς, έναν προσαγωγής και έναν απαγωγής του ρεύματος (εικ. 5). Εάν ακουμπήσουμε ένα οποιοδήποτε σημείο του κυκλώματος, δε θα έχουμε συνέπειες, διότι δε θα κλείνουμε κύκλωμα. Δεν ισχύει όμως το ίδιο στο δίκτυο της πόλης μας. Έχουμε δει ότι, οι αγωγοί είναι αφενός η φάση και αφετέρου ο ουδέτερος, που είναι ενωμένος με τη γη (εικ. 6). Έτσι, η τάση μεταξύ φάσης και ουδέτερου είναι 220V, μεταξύ φάσης και γης 220V και μεταξύ ουδέτερου και γης σχεδόν δεν υπάρχει τάση (εικ. 7).

Έτσι, αν έρθει σε αγώγιμη επαφή κάποιος μ' ένα κύκλωμα του ρεύματος πόλεως, μπορεί να δεχθεί τάση από 0 έως 220V, οπότε ένα δευτερεύον ρεύμα I_2 θα περάσει από το σώμα του, με κίνδυνο την ηλεκτροπληξία. Το ρεύμα αυτό το λέμε ρεύμα διαφυγής (εικ. 8).

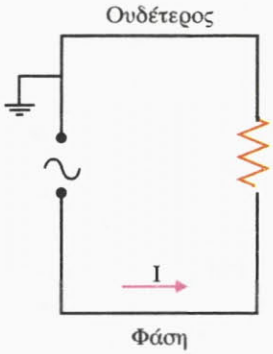
Ο αυτόματος διακόπτης διαφυγής συγκρίνει το I_2 με το I_1. Κανονικά πρέπει να είναι ίσα. Όταν όμως $I_2 - I_1 >$ 30 mA (καθόσον 30mA θεωρείται το όριο της επικίνδυνης έντασης για τον άνθρωπο) λειτουργεί η προστασία του και διακόπτεται το κύκλωμα σε κλάσμα του δευτερολέπτου (εικ. 8).

Προσοχή: Η λειτουργία κάθε αυτόματου διακόπτη διαφυγής πρέπει να ελέγχεται κάθε μήνα. Για τον έλεγχο, πιέζουμε το κουμπί ΤΕΣΤ που έχει, οπότε πρέπει να διακόπτεται το κύκλωμα. Ο έλεγχος πρέπει να γίνεται πάντοτε, αφού έχουμε διακόψει τη λειτουργία των ηλεκτρικών συσκευών.

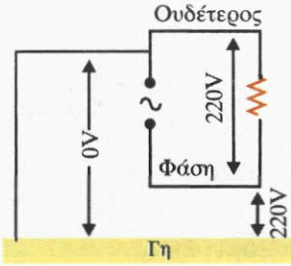
Η **γείωση** μάς προστατεύει από τη διαφυγή ρεύματος με διαφορετικό τρόπο. Το κύκλωμα (εικ. 9) κλείνει μέσω της γης, ένα αξιόλογο ρεύμα περνά από την ασφάλεια, που λιώνει και διακόπτει το κύκλωμα. Γείωση χρειάζονται όλες οι συσκευές που έχουν μεταλλικό περίβλημα.

Προσοχή!! Ο ουδέτερος, ενώ είναι συνδεδεμένος με τη γη, είναι **επικίνδυνο** να χρησιμοποιηθεί ως γείωση.

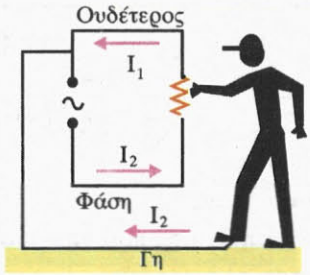
Στις διπλανές εικόνες 10α, 10β, 10γ, φαίνονται οι τρόποι σύνδεσης διαφόρων συσκευών της οικιακής μας εγκατάστασης.



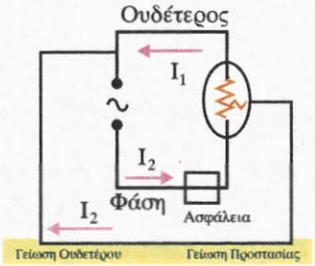
Εικόνα 6



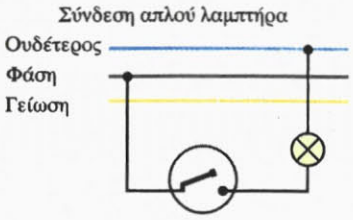
Εικόνα 7



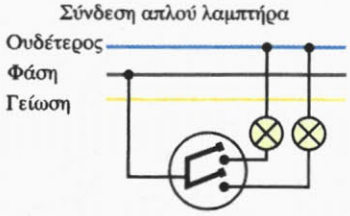
Εικόνα 8



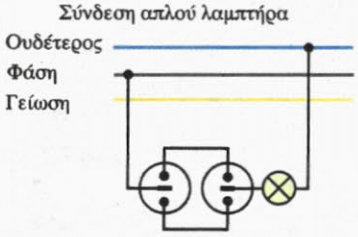
Εικόνα 9



Εικόνα 10α.
Σύνδεση απλού λαμπτήρα.



Εικόνα 10β.
Σύνδεση δύο λαμπτήρων με διακόπτη κομιτατέρ.



Εικόνα 10γ.
Σύνδεση λαμπτήρα με δύο διακόπτες αλέ-ρετούρ.

Ο ηλεκτρισμός χωρίς κινδύνους

Τι απαγορεύεται να κάνετε:

1) Μην αφαιρείτε ή καταστρέφετε τις πινακίδες των ηλεκτρικών συσκευών με τα στοιχεία λειτουργίας και το όνομα του κατασκευαστή.

2) Μη χρησιμοποιείτε τις συνηθισμένες ηλεκτρικές συσκευές στο δωμάτιο του λουτρού. Υπάρχει μεγάλος κίνδυνος ηλεκτροπληξίας.

3) Μη συνδέετε πολλές ηλεκτρικές συσκευές στην ίδια πρίζα. Οι αγωγοί υπερθερμαίνονται και υπάρχει φόβος πυρκαγιάς.

4) Μην ξεχνάτε το σίδερο στην πρίζα. Υπάρχει φόβος να κάψετε τα ρούχα και να προκαλέσετε πυρκαγιές.

5) Μην αποσυνδέετε το φις από την πρίζα, τραβώντας το κορδόνι. Θα φθαρεί και θα προκύψει μεγάλος κίνδυνος ηλεκτροπληξίας.

6) Μη χρησιμοποιείτε συσκευές με φθαρμένα καλώδια. Η μόνωση των καλωδίων καταστρέφεται με την πάροδο του χρόνου και τα καλώδια απαιτούν αντικατάσταση.

7) Μην πιάνετε διακόπτες, πρίζες και γενικά ηλεκτρικές συσκευές με βρεγμένα χέρια. Υπάρχει μεγάλος κίνδυνος ηλεκτροπληξίας.

8) Μην περνάτε ηλεκτρικά καλώδια από το άνοιγμα θυρών, παραθύρω ή στο δάπεδο, ή κάτω από χαλιά. Θα φθαρούν εύκολα.

9) Μην επεμβαίνετε στο εσωτερικό των ηλεκτρικών συσκευών ακόμα και όταν δεν είναι συνδεδεμένες στο ρεύμα, γιατί μπορεί να προκαλέσετε βλάβη, που θα καταστήσει επικίνδυνη τη χρήση της συσκευής.

10) Μην περνάτε ηλεκτρικά καλώδια πάνω ή δίπλα από θερμάστρες, καλοριφέρ ή σωλήνες θερμού νερού. Η μόνωσή τους δεν αντέχει συνήθως σε μεγάλες θερμοκρασίες.

11) Μην πιάνετε ποτέ τις βιδωτές λάμπες από τον κάλυκα, όταν πρόκειται να τις βιδώσετε ή να τις ξεβιδώσετε. Κινδυνεύετε από ηλεκτροπληξία.

12) Μην αφαιρείτε τα καλύμματα και τους προφυλακτήρες του ραδιοφώνου και των άλλων ηλεκτρικών συσκευών σας, προτού τις αποσυνδέσετε από την πρίζα, γιατί τα στοιχεία τους έχουν τάση.

13) Μη χρησιμοποιείτε πρόχειρες μπαλαντέζες. Αγοράστε μία μπαλαντέζα ασφαλή, με μονωμένη λαβή, η οποία έχει το λαμπτήρα και την υποδοχή του προφυλαγμένα.

14) Μην αφήνετε τα παιδιά να σκαρφαλώνουν σε στύλους ηλεκτρικών δικτύων ή να πετάνε χαρταετούς κοντά στις γραμμές. Ο κίνδυνος ηλεκτροπληξίας είναι σοβαρός.

15) Αν κυνηγάτε, μη χτυπάτε πουλιά που κάθονται σε καλώδια ή μονωτήρες.

Τι επιβάλλεται να κάνετε;

1) Ζητάτε μόνο από αδειούχο εγκαταστάτη ηλεκτρολόγο να επιθεωρήσει την ηλεκτρική εγκατάσταση, όταν αλλάζετε σπίτι ή γραφείο. Ο ίδιος πρέπει να επιθεωρεί και να επισκευάζει κάθε συσκευή που παρουσιάζει ανωμαλία.

2) Διαβάζετε προσεκτικά τις οδηγίες χρήσης των ηλεκτρικών συσκευών που αγοράζετε.

3) Αγοράζετε σκεύη και μηχανήματα εγκεκριμένα από την αρμόδια υπηρεσία Κρατικού Ελέγχου του Υπουργείου Βιομηχανίας, τα οποία έχουν γραμμένο επάνω τον αριθμό έγκρισης, ή το σήμα έγκρισης από αναγνωρισμένους οργανισμούς. Τα μη εγκεκριμένα μπορεί να είναι ελαττωματικά και επικίνδυνα.

4) Βγάζετε τις ηλεκτρικές συσκευές από την πρίζα, πριν από το καθάρισμα, το ξεσκόνισμα ή τη μετατόπισή τους.

5) Εάν έχετε μικρά παιδιά στο σπίτι, υπάρχει πάντα κίνδυνος να βάλουν μεταλλικά αντικείμενα στους πόλους των πριζών. Χρησιμοποιείτε ή τα ειδικά πλαστικά βύσματα που σφραγίζουν τις ελεύθερες πρίζες ή ειδικές πρίζες ασφαλείας.

6) Διακόπτετε το ρεύμα από το γενικό διακόπτη, πριν αντικαταστήσετε μία λάμπα ή μία ασφάλεια.

7) Φωνάζετε αμέσως έναν αδειούχο εγκαταστάτη ηλεκτρολόγο για την αποκατάσταση οποιασδήποτε ανωμαλίας ή βλάβης. Στο μεταξύ διακόπτετε το ρεύμα από τον κεντρικό ή τον τοπικό διακόπτη.

8) Αν δείτε ηλεκτροφόρο σύρμα κάτω στο δρόμο, μη το πλησιάσετε. Κινδυνεύετε. Ειδοποιήστε αμέσως το πλησιέστερο γραφείο της ΔΕΗ ή το Αστυνομικό Τμήμα.

9) Εάν οδηγείτε όχημα υψηλό, γερανό, εκσκαφέα κ.τ.λ., πρέπει να προσέχετε ιδιαίτερα όταν πλησιάζετε τις ηλεκτροφόρες γραμμές. Πολλές φορές και η απλή προσέγγιση μπορεί να προκαλέσει ηλεκτρικό ατύχημα με τραγικές συνέπειες.

Αν συμβεί ηλεκτροπληξία, τότε...

1) Διακόψτε αμέσως την παροχή του ηλεκτρικού ρεύματος από το γενικό διακόπτη.

2) Σε περίπτωση που η ηλεκτροπληξία έχει γίνει σε υπαίθριο χώρο, από βλάβη του δικτύου, αφού απομακρύνετε με ένα στεγνό ξύλο το ηλεκτροφόρο καλώδιο από το θύμα, φροντίστε να ειδοποιηθεί το γρηγορότερο η ΔΕΗ.

3) Αποφύγετε κάθε μεταφορά ή μεγάλη μετακίνηση του θύματος χωρίς πρώτες βοήθειες.

4) Αρχίστε αμέσως εφαρμογή τεχνητής αναπνοής. Αν το θύμα έχει χάσει τις αισθήσεις του, μην προσπαθείτε να του δώσετε να πιει τίποτα.

5) Φροντίστε ώστε κάποιος άλλος να ειδοποιήσει αμέσως τον πλησιέστερο γιατρό ή το Σταθμό Πρώτων Βοηθειών.

Β. Οι ημιαγωγοί στη ζωή μας

Στις αρχές του 1940 ο Μάρβιν Κέλυ, που ήταν δ/ντής έρευνας στα εργαστήρια της Bell, και ο Ράσελ Ολ, που ήταν μέλος του προσωπικού της εταιρείας, έκαναν μία πολύ σημαντική επίδειξη-παρουσίαση. Αυτή αφορούσε το πυρίτιο, έναν ημιαγωγό που τότε μόλις γνώριζαν.

Ο Ολ έδειξε τη συσκευή που ήταν ένα μικρό ορθογώνιο με δύο μεταλλικές επαφές. Χρησιμοποιούσε ένα φλας για να φωτίζει μια μικρή επιφάνεια στο κέντρο. Τότε έπαιρνε στις μεταλλικές επαφές μια φωτοηλεκτρική τάση 0,5V. Βλέπανε το πείραμα και δεν το πιστεύανε. Κι αυτό γιατί η ηλεκτρεγερτική δύναμη που έπαιρνε στις μεταλλικές επαφές ήταν δέκα φορές μεγαλύτερη από αυτή που περιμένανε αφού το πυρίτιο ήταν μαύρο και αδιαπέραστο από το φως. Άρχισαν να πιστεύουν το γεγονός, μόνον αφού έκαναν το πείραμα στο δικό τους εργαστήριο μ' ένα κομμάτι πυριτίου. Αυτό το κομμάτι ήταν η πρώτη επαφή p-n.

Τον Ιανουάριο του 1946, τα εργαστήρια Bell δείχνουν ενδιαφέρον για τη χρήση ημιαγωγών σε κυκλώματα και την κατασκευή στερεάς κατάστασης.

Η έρευνα λοιπόν που θα οδηγούσε στην κατανόηση των ημιαγωγών άρχιζε πάλι. Η ερευνητική ομάδα είχε επικεφαλής τους Γουίλιαμ Σόκλεϋ και Στάνλεϋ Μόργκαν που ήταν θεωρητικοί φυσικοί. Από την πρώτη στιγμή κοινή συνείδηση ήταν ότι βρίσκονται ακόμη μακριά από την πλήρη κατανόηση του φαινομένου. Ένας από τους λόγους ήταν το γεγονός ότι το οξείδιο του χαλκού και άλλοι ημιαγωγοί ήταν πολύ σύνθετα υλικά. Το πυρίτιο και το γερμάνιο ήταν τα πιο απλά. Μετά από πολύ δουλειά στις 23 Δεκεμβρίου 1947 δυο χρυσές επαφές πάχους λιγότερο από ένα χιλιοστό της ίντσας η κάθε μια κατασκευάστηκαν στο ίδιο κομμάτι γερμανίου. Το πρώτο τρανζίστορ ήταν πλέον γεγονός.

Το τρανζίστορ ανακαλύφτηκε μόνον όταν βασικές γνώσεις είχαν αναπτυχτεί σε τέτοιο βαθμό, ώστε ο ανθρώπινος νους να μπορεί να κατανοήσει και να συνθέσει τα φαινόμενα που είχαν παρατηρηθεί. Στην περίπτωση μιας συσκευής με τόσο σημαντικές επιπτώσεις στην τεχνολογία, αξίζει να σημειώσουμε ότι η ανακάλυψή της έγινε από εργασία αφιερωμένη στην κατανόηση των βασικών αρχών των φυσικών φαινομένων, πιο πολύ, παρά σε μια πειραματική μέθοδο παραγωγής χρήσιμων συσκευών.

Πολλές συσκευές που χρησιμοποιούμε στην καθημερινή μας ζωή περιέχουν ημιαγωγούς και τρανζίστορ και ολοκληρωμένα κυκλώματα. Τέτοιες είναι: τηλεοράσεις και ραδιόφωνα, θερμοστάτες που ελέγχουν τη θέρμανση και την ψύξη, συστήματα συναγερμού, βίντεο, φούρνοι μικροκυμάτων, ιατρικά μηχανήματα, συστήματα πλοήγησης αεροπλάνων, ηλεκτρονικές γραφομηχανές, τηλέφωνα κ.ά.

Ημιαγωγούς περιέχουν και οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές (Η/Υ) που τόσο πολύ χρήσιμοι είναι πλέον στη ζωή μας. Οι Η/Υ είναι εργαλεία. Στα εργαλεία οι άνθρωποι δίνουν οδηγίες για να κάνουν κάτι. Έτσι, στα λογιστικά γραφεία και στις εταιρείες χρησιμοποιούνται οι Η/Υ για την ταχύτερη επεξεργασία δεδομένων. Η ταχύτητα με την οποία κάνουν οι Η/Υ αριθμητικούς υπολογισμούς οδήγησε στη χρησιμοποίησή τους στη στατιστική και στα εφαρμοσμένα μαθηματικά.

Επίσης, χρησιμοποιούνται σε χημικά εργαστήρια για να αξιολογούν τις επιθυμητές ιδιότητες μιας νέας υποθετικής χημικής ένωσης και να καθορίζει μεθόδους παρασκευής της. Οι Η/Υ χρησιμοποιούνται στη μχηανική για να υπολογίσουν τάσεις υλικών, κραδασμούς, τριβές κ.λπ. Μπορούν να κάνουν υπολογισμούς για τη συμπεριφορά σωμάτων μέσα σε υγρά ή αέρια. Ακόμη, χρησιμοποιούνται και στην κατασκευή ρομπότ. Επιπλέον, χρησιμοποιούνται ευρύτατα από την επιστήμη της Ιατρικής στον τομέα διάγνωσης των ασθενειών.

Επίσης, χρησιμοποιούνται στην κοινωνιολογία και στη γλωσσολογία. Ακόμη ένας Η/Υ μπορεί να υπολογίσει τις αποστάσεις, τις ταχύτητες των αστεριών, καθώς και να προβλέψει ουράνια φαινόμενα.

Με απόφαση της Ελληνικής Κυβέρνησης τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου και του Λυκείου τυπώνονται από τον Οργανισμό Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν βιβλιόσημο προς απόδειξη της γνησιότητάς τους. Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δε φέρει βιβλιόσημο θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του Νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946, 108, Α').

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

ΕΚΔΟΣΗ Α 2011-ΑΝΤΙΤΥΠΑ 145000-ΑΡ ΣΥΜΒΑΣΗΣ 6/14-7-11
ΕΚΤΥΠΩΣΗ Ι.ΞΥΝΟΣ-Ι.κ Β.ΕΥΣΤΡΑΤΟΓΛΟΥ ΟΕ-ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ ΠΙΠΠΟΣ ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ.

Κεφάλαιο 3.1

1. $q = C \cdot V \Rightarrow q = 480\mu C$

$q = x \cdot e \Rightarrow x = \frac{q}{e} \Rightarrow x = 3 \cdot 10^{15}$ ηλεκτρόνια

και

$\bar{I} = \frac{q}{\Delta t} \Rightarrow \bar{I} = 24mA$.

2. $I = \frac{q}{t} \Rightarrow I = \frac{e}{T} \Rightarrow I = e \cdot v \Rightarrow I = 9{,}28 \cdot 10^{-4} A$.

3. Έστω u_d η μέση ταχύτητα κίνησης των ελευθέρων ηλεκτρονίων μέσα σ' ένα κυλινδρικό μεταλλικό αγωγό (ταχύτητα διολίσθησης).

Τα x ηλεκτρόνια που διαπερνούν μια διατομή s σε χρόνο Δt βρίσκονται μέσα σε ένα κύλινδρο με βάση τη διατομή s και ύψος $h = u_d \cdot \Delta t$, δηλαδή σε όγκο $V = s \cdot h = s \cdot u_d \cdot \Delta t$.

Είναι: $n = \frac{x}{V} \Rightarrow x = n \cdot V \Rightarrow x = n \cdot s \cdot u_d \cdot \Delta t$

Ισχύει: $I = \frac{q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{x \cdot e}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{n \cdot s \cdot u_d \cdot \Delta t \cdot e}{\Delta t} \Rightarrow$

$$\Rightarrow u_d = \frac{I}{n \cdot s \cdot e} \Rightarrow u_d = 1{,}25 \cdot 10^{-4} \frac{m}{s} \Rightarrow u_d = 12{,}5 \frac{mm}{s}.$$

4. $\left.\begin{array}{l} R_1 = \frac{V_o}{I_o} \\ R_2 = \frac{V_o}{2I_o} \end{array}\right\} \frac{R_1}{R_2} = 2 \Rightarrow R_1 = 2 \cdot R_2 \Rightarrow \varrho \frac{\ell}{s_1} = 2\varrho \frac{\ell}{s_2} \Rightarrow s_2 = 2 \cdot s_1 \Rightarrow s_2 = 0{,}4\ mm^2$.

5. Υπάρχουν στις απαντήσεις του βιβλίου.

6. $R = \varrho \frac{\ell}{s}$ (1)

$m = d \cdot V \Rightarrow m = d \cdot s \cdot \ell \Rightarrow s = \frac{m}{d \cdot \ell}$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow R = \varrho \frac{d \cdot \ell^2}{m} \Rightarrow R = 52{,}5\ \Omega$.

7. Τα δύο σύρματα έχουν ίδιο όγκο, δηλαδή:

$$V = V' \Rightarrow s \cdot \ell = s' \cdot \ell' \Rightarrow s' = \frac{s \cdot \ell}{\ell'} \qquad (1)$$

Είναι:

$$\left.\begin{aligned} R &= \varrho \frac{\ell}{s} \\ R' &= \varrho \cdot \frac{\ell'}{s'} \end{aligned}\right\} \frac{R'}{R} = \frac{\ell' \cdot s}{s' \cdot \ell} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{R'}{R} = \left(\frac{\ell'}{\ell}\right)^2 \Rightarrow \ell' = \ell \sqrt{\frac{R'}{R}} \Rightarrow \ell' = 4\text{m}.$$

8. $\varrho_\theta = \varrho_o(1 + \alpha\theta) \Rightarrow 2 \cdot \varrho_o = \varrho_o(1 + \alpha\theta) \Rightarrow 2 = 1 + \alpha\theta \Rightarrow \alpha\theta = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \theta = \dfrac{1}{\alpha} \Rightarrow \theta = 256{,}4^oC.$

Για τους χάλκινους αγωγούς, ναι.
Για τους άλλους, όχι.

9.

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= \frac{V}{R_1} \\ I_2 &= \frac{V}{R_2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_o(1 + \alpha\theta_2)}{R_o(1 + \alpha\theta_1)} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1 + \alpha\theta_2}{1 + \alpha\theta_1} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2480}\,\text{grad}^{-1}.$$

10. $R_{ολ} = R_1 + R_2 \Rightarrow R_{ολ} = 20\Omega$

$I = \dfrac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow I = 5A$

$V_1 = I \cdot R_1 \Rightarrow V_1 = 25V$
$V_2 = I \cdot R_2 \Rightarrow V_2 = 75V.$

11. $\dfrac{1}{R_{ολ}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} \Rightarrow R_{ολ} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{ολ} = 20\Omega$

$I = \dfrac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow I = 6A$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \Rightarrow I_1 = 4A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} \Rightarrow I_2 = 2A.$$

12. α) $R_{12} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{12} = 2\Omega$

$R_{ολ} = R_{12} + R_3 \Rightarrow R_{ολ} = 6\Omega$

$I = \dfrac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow I = 10A$

$V_{ΒΓ} = I \cdot R_3 \Rightarrow V_{ΒΓ} = 40V \Rightarrow V_3 = 40V$

$V_{AB} = I \cdot R_{12} \Rightarrow V_{AB} = 20V \Rightarrow V_1 = V_2 = 20V$

(ή $V_{AB} = 60 - V_{ΒΓ} \Rightarrow V_{AB} = 20V$)

$I_1 = \dfrac{V_{AB}}{R_1} \Rightarrow I_1 = \dfrac{20}{3}A$

$I_2 = \dfrac{V_{AB}}{R_2} \Rightarrow I_2 = \dfrac{10}{3}A$

$I_3 = I = 10A.$

β) $R_{23} = R_2 + R_3 \Rightarrow R_{23} = 90\Omega$

$R_{ολ} = \dfrac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23}} \Rightarrow R_{ολ} = 9\Omega$

$I = \dfrac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow I = 10A$

$I_1 = \dfrac{V_{AB}}{R_1} \Rightarrow I_1 = 9A$

$I_2 = I_3 = \dfrac{V_{AB}}{R_{23}} \Rightarrow I_2 = I_3 = 1A$

$V_1 = V_{AB} \Rightarrow V_1 = 90V$

$V_{AΓ} = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow V_{AΓ} = 40V \Rightarrow V_2 = 40V$

$V_{ΓB} = I_3 \cdot R_3 \Rightarrow V_{ΓB} = 50V \Rightarrow V_3 = 50V.$

13. $R_{12} = R_1 \cdot R_2/R_1 + R_2 = 2\Omega$

$R_{123} = R_{12} + R_3 = 10\Omega$

$R_{45} = R_4 + R_5 = 10\Omega$

$R_{ολ} = \dfrac{R_{123} \cdot R_{45}}{R_{123} + R_{45}} = 5\Omega$

$$I = \frac{V}{R_{ολ}} = 12A$$

$$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_{123}} = 6A$$

$$V_{ΓB} = I_3 \cdot R_3 \Rightarrow V_{ΓB} = 48V \Rightarrow V_3 = 48V$$

$$V_{AΓ} = I_3 \cdot R_{12} \Rightarrow V_{AΓ} = 12V \Rightarrow V_1 = V_2 = 12V$$

$$I_1 = \frac{V_{AΓ}}{R_1} \Rightarrow I_1 = 4A$$

$$I_2 = I_5 = \frac{V_{AB}}{R_{45}} \Rightarrow I_4 = I_5 = 6A$$

$$V_{AΔ} = I_4 \cdot R_4 \Rightarrow V_{AΔ} = 42V \Rightarrow V_4 = 42V$$

$$V_{ΔB} = I_4 \cdot R_5 \Rightarrow V_{ΔB} = 18V \Rightarrow V_5 = 18V.$$

14. $I_2 = \frac{4V}{4Ω} = 1A$

$$I_3 = \frac{4V}{4Ω} = 1A$$

$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = 2A$$

$$V_1 = I_2 \cdot R_1 \Rightarrow V_1 = 4V$$

$$V_{123} = V_1 + V_{23} \Rightarrow V_{123} = 8V$$

$$V_{45} = V_{123} \Rightarrow V_{45} = 8V$$

$$I_{45} = \frac{V_{45}}{R_{45}} \Rightarrow I_{45} = 0{,}5A \Rightarrow I_A = 0{,}5A$$

$$I = I_1 + I_{45} \Rightarrow I = 2{,}5A$$

$$V_{123} = V - I \cdot R_x \Rightarrow IR_x = V - V_{123} \Rightarrow R_x = \frac{V - V_{123}}{I} \Rightarrow R_x = 0{,}8Ω.$$

15. $BΓ = 10cm$

$$R_{BΓ} = R^* \cdot BΓ \Rightarrow R_{BΓ} = 50Ω$$

$$R_{BAΓ} = R^* \cdot (BA + AΓ) \Rightarrow R_{BΓ} = 70Ω$$

$$I_{BΓ} = \frac{V}{R_{BΓ}} = 0{,}28A$$

$$I_{BAΓ} = \frac{V}{R_{BAΓ}} = 0{,}2A.$$

16. α) $R_{12} = R_1 + R_2 \Rightarrow R_{12} = 3Ω,\ \ R_{34} = R_3 + R_4 \Rightarrow R_{34} = 15Ω$

$$I_{12} = \frac{V}{R_{12}} \Rightarrow I_{12} = 10A$$

$$I_{34} = \frac{V}{R_{34}} \Rightarrow I_{34} = 2A$$

$$V_{\Gamma A} = I_{12} \cdot R_1 \Rightarrow V_{\Gamma A} = 20V \Rightarrow V_\Gamma - V_A = 20V \quad (1)$$

$$V_{\Gamma B} = I_{34} \cdot R_3 \Rightarrow V_{\Gamma B} = 10V \Rightarrow V_\Gamma - V_B = 10V \quad (2)$$

$$(2)-(1) \Rightarrow V_A - V_B = 10 - 20 \Rightarrow V_{AB} = -10V.$$

β) Έστω R_5 η ζητούμενη αντίσταση.

Είναι: $R_{45} = \dfrac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$ (3)

$$R_{345} = R_3 + R_{45} \quad (4)$$

$$I'_{12} = \frac{V}{R_{12}} \Rightarrow I'_{12} = 10A$$

$$I'_{345} = \frac{V}{R_{345}} \Rightarrow I'_{345} = \frac{30}{R_3 + R_{45}} \Rightarrow I'_{345} = \frac{30}{5 + R_{45}}$$

$$V_{\Gamma A} = I'_{12} \cdot R_1 \Rightarrow V_{\Gamma A} = 20V \Rightarrow V_\Gamma - V_A = 20V \quad (5)$$

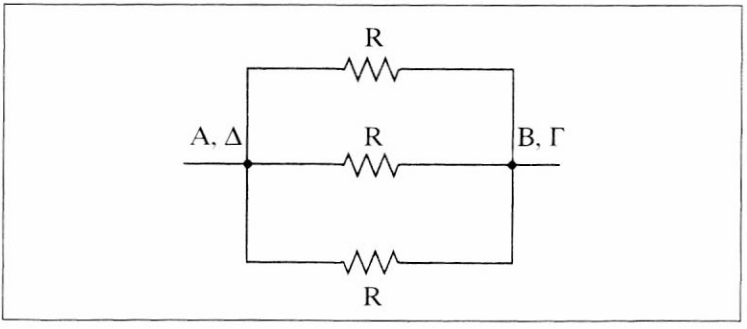
$$V_{\Gamma B} = I'_{345} \cdot R_3 \Rightarrow V_{\Gamma B} = \frac{30}{5 + R_{45}} 5 \Rightarrow V_\Gamma - V_B = \frac{150}{5 + R_{45}} \quad (6)$$

$$(6), (5) \Rightarrow V_A - V_B = \frac{150}{5 + R_{45}} - 20 \Rightarrow 0 = \frac{150}{5 + R_{45}} - 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{150}{5 + R_{45}} = 20 \Rightarrow 50 = 20 \cdot R_{45} \Rightarrow R_{45} = 2{,}5\Omega$$

Από τη σχέση (3) έχουμε: $R_5 = \dfrac{10}{3}\Omega$.

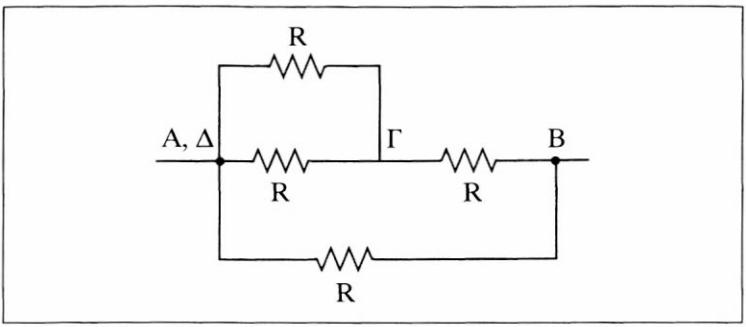
17. α) Το κύκλωμα γίνεται ισοδύναμα:



Οι τρεις αντιστάσεις είναι συνδεμένες παράλληλα.

Άρα, $\dfrac{1}{R_{ολ.}} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} \Rightarrow \dfrac{1}{R_{ολ.}} = \dfrac{3}{R} \Rightarrow R_{ολ.} = \dfrac{R}{3} \Rightarrow R_{ολ.} = 10\Omega$.

β) Το κύκλωμα γίνεται ισοδύναμα:



$$R_{A\Gamma} = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

$$R_{AB} = R_{A\Gamma} + R = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2}$$

$$R_{ισ.} = \frac{R_{AB} \cdot R}{R_{AB} + R} = \frac{\frac{3R}{2} R}{\frac{3R}{2} + R} = \frac{\frac{3R^2}{2}}{\frac{5R}{2}} = \frac{3R}{5} = 18\Omega .$$

18. Ο κλάδος ΒΖ δε διαρρέεται από ρεύμα

Έτσι: $I = \frac{V_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow 1 = 1A$

Είναι: $V_Z = 0$

$V_\Delta - V_Z = 0 \Rightarrow V_\Delta = V_Z \Rightarrow V_\Delta = 0V$

$V_\Delta - V_B = V_2 \Rightarrow 0 - V_B = 10 \Rightarrow V_B = -10V.$

$V_A - V_B = I \cdot R_1 \Rightarrow V_A - (-10) = 1 \cdot 10 \Rightarrow V_A + 10 = 10 \Rightarrow V_A = 0V$

$V_B - V_\Gamma = I \cdot R_2 \Rightarrow -10 - V_\Gamma = 1 \cdot 10 \Rightarrow V_\Gamma = -10 - 10 \Rightarrow V_\Gamma = -20V.$

19. Αρχικά, η αντίσταση R_2 είναι βραχυκυκλωμένη, άρα δε διαρρέεται από ρεύμα.

Έτσι: $I = \frac{V}{R_1} \Rightarrow 1 = 1A$.

Τελικά, οι αντιστάσεις R_2 και R_3 είναι συνδεμένες παράλληλα και η ισοδύναμή τους συνδεμένη σε σειρά με τη R_1. Άρα:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 10\Omega$$

$R_{ολ} = R_1 + R_{23} = 20\Omega$

$I = \dfrac{V}{R_{ολ}} = 0{,}5A$

$V_1 = I \cdot R_1 = 5V$

$V_2 = V_3 = I \cdot R_{23} = 5V$

$I_2 = \dfrac{V_2}{R_2} = 0{,}25A$

$I_3 = \dfrac{V_3}{R_3} = 0{,}25A$.

20. α) Έστω R η αντίσταση του αγωγού.

Είναι: $R_{AB} = \dfrac{R}{4}$ και $R_{ΑΓΒ} = \dfrac{3R}{4}$

$I_1 = \dfrac{V_{AB}}{R_{AB}} \Rightarrow I_1 = \dfrac{60}{\frac{R}{4}} \Rightarrow I_1 = \dfrac{240}{R}$

$I_2 = \dfrac{V_{AB}}{R_{ΑΓΒ}} \Rightarrow \dfrac{60}{3\frac{R}{4}} \Rightarrow I_2 = \dfrac{240}{3 \cdot R}$

Είναι: $R_{ΑΓ} = \dfrac{R}{2}$

Έτσι: $V_{ΑΓ} = I_2 \cdot R_{ΑΓ} \Rightarrow V_{ΑΓ} = \dfrac{240}{3R} \cdot \dfrac{R}{2} \Rightarrow V_{ΑΓ} = 40V$.

β) $V_Δ = 0$

Είναι: $R_{ΔΓ} = \dfrac{R}{4}$

$V_{ΔΓ} = I_2 \cdot R_{ΔΓ} \Rightarrow V_{ΔΓ} = \dfrac{240}{3R} \cdot \dfrac{R}{4} \Rightarrow V_{ΔΓ} = 20V \Rightarrow$

$\Rightarrow V_Δ - V_Γ = 20V \Rightarrow 0 - V_Γ = 20V \Rightarrow V_Γ = -20V$.

21. Τις R_1 και R_4 σε σειρά, ώστε $R_{14} = 10\Omega$, τις R_2 και R_3 σε σειρά, ώστε $R_{23} = 10\Omega$ και τις R_{14} και R_{23} παράλληλα, ώστε $R_{ολ} = 5\Omega$.

Είναι: $V_3 = I_3 \cdot R_3 \Rightarrow V_3 = 2 \cdot 6 \Rightarrow V_3 = 12V$

$V_2 = I_3 \cdot R_2 \Rightarrow V_2 = 2 \cdot 4 \Rightarrow V_2 = 8V$

Άρα: $V_{ολ} = V_2 + V_3 \Rightarrow V_{ολ} = 20V$

Οπότε: $I_4 = \dfrac{V_{ολ}}{R_{14}} \Rightarrow I_4 = 2A$.

22. Ο κλάδος ΒΔΓ δε διαρρέεται από ρεύμα.

Έτσι: $I = \dfrac{V}{R_1 + R_3} \Rightarrow I = 2A$

Είναι: $V_c = V_{\Delta\Gamma} = V_{B\Gamma} = I \cdot R_3 = 2 \cdot 10 = 20V$

Άρα: $q = C \cdot V_c \Rightarrow q = 400\mu C$.

23. Είναι: $I = \dfrac{V}{7R}$ (1)

$V_{AB} = I \cdot 5R \overset{(1)}{\Rightarrow} V_{AB} = \dfrac{V}{7R} 5R \Rightarrow V_{AB} = \dfrac{5V}{7}$ (2)

$q_1 = C_1 \cdot V_{AB} \overset{(1)}{\Rightarrow} q_1 = C_1 \dfrac{5V}{7}$ (3)

$V_{\Gamma\Delta} = I \cdot 3R \overset{(1)}{\Rightarrow} V_{\Gamma\Delta} = \dfrac{V}{7R} 3R \Rightarrow V_{\Gamma\Delta} = \dfrac{3V}{7}$ (4)

$q_2 = C_2 \cdot V_{\Gamma\Delta} \overset{(4)}{\Rightarrow} q_2 = C_2 \dfrac{3V}{7}$ (5)

Έχουμε: $q_1 = q_2 \underset{(5)}{\overset{(3)}{\Rightarrow}} C_1 \dfrac{5V}{7} = C_2 \dfrac{3V}{7} \Rightarrow \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{3}{5}$.

24. Έστω R η τιμή κάθε αντίστασης.

Είναι: $R_1 = R + R \Rightarrow R_1 = 2R$

και $R_2 = \dfrac{R \cdot R}{R + R} \Rightarrow R_2 = \dfrac{R}{2}$

Οπότε: $P_1 = \dfrac{V^2}{R_1} \Rightarrow P_1 = \dfrac{V^2}{2R}$

και $P_2 = \dfrac{V^2}{R_2} \Rightarrow P_2 = \dfrac{2V^2}{R}$

Άρα: $P_2 > P_1$.

25. α) Είναι: $P_1 = I^2 \cdot R_1$

$P_2 = I^2 \cdot R_2$

Αφού $R_1 > R_2$, είναι $P_1 > P_2$.

β) Είναι: $P_1 = \dfrac{V^2}{R_1}$

$P_2 = \dfrac{V^2}{R_2}$

Αφού $R_1 > R_2$, είναι $P_1 < P_2$.

26. $R_{12} = \dfrac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} = 5\Omega$

$R_{123} = R_{12} + R_3 = 10\Omega$

$R_{1234} = \dfrac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} = 9\Omega$

$R_{ολ} = R_{1234} + R_5 = 20\Omega$

$I = \dfrac{V}{R_{ολ}} = 9A$

$V_5 = I \cdot R_5 = 99V$

$V_{1234} = I \cdot R_{1234} = 81V$

$I_4 = \dfrac{V_{1234}}{R_4} = 0{,}9A$

$I_3 = \dfrac{V_{1234}}{R_{123}} = 8{,}1A$

$V_3 = I_3 \cdot R_3 = 40{,}5V$

$V_{12} = I_3 \cdot R_{12} = 40{,}5V$

$I_1 = \dfrac{V_{12}}{R_1} = 4{,}05A$

$I_2 = \dfrac{V_{12}}{R_2} = 4{,}05A$

$Q_1 = I_1^2 \cdot R_1 \cdot t = 9.841{,}5J$

$Q_2 = I_2^2 \cdot R_2 \cdot t = 9.841{,}5J$

$Q_3 = I_3^2 \cdot R_3 \cdot t = 19.683J$

$Q_4 = I_4^2 \cdot R_4 \cdot t = 4.374J$

$Q_5 = I_2 \cdot R_5 \cdot t = 53.46J.$

27. $\dfrac{80}{100} \cdot \dfrac{V^2}{R} t = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow$

$\dfrac{80}{100} \cdot \dfrac{V^2}{R} t = d \cdot V \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow$

$\dfrac{80}{100} \cdot \dfrac{220^2}{10} t = 1 \dfrac{10^{-3}}{10^{-6}} 20 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \dfrac{4{,}18}{10^{-3}} 80 \Rightarrow t = 1727{,}27s \Rightarrow t = 0{,}48h$

$P_{ΗΛ} = \dfrac{V^2}{R} \Rightarrow P_{ΗΛ} = 4{,}84\ KW$

$W_{HΛ} = P_{HΛ} \cdot t \Rightarrow W_{HΛ} = 2{,}32KWh$

Άρα, κόστος $= 2{,}33KWh \cdot 25 \dfrac{δρχ.}{KWh} = 58{,}1δρχ.$

28. Κουζίνα: $P_1 = V_1 \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = 6{,}81A$
Θερμοσίφωνας: $P_2 = V_2 \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = 9{,}09A$
Ψυγείο: $P_3 = V_3 \cdot I_3 \Rightarrow I_3 = 4{,}54A$
Λαμπτήρες: $P_4 = V_4 \cdot I_4 \Rightarrow I_4 = 2{,}27A$
$I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \Rightarrow I_{ολ} = 22{,}71A$
Άρα, ασφάλεια των 25Α.
Είναι: $P_{ολ} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \Rightarrow P_{ολ} = 5KW.$
$W_{HΛ} = P_{ολ} \cdot t \Rightarrow W_{HΛ} = 50KWh.$
Κόστος $= 50KWh \cdot 25δρχ./KWh = 1.250δρχ.$

29. α) $R_{ολ} = R_1 + R_2 \Rightarrow R_{ολ} = 60Ω$

$I = \dfrac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow I = 2A$

Άρα: $P_Λ = I^2 \cdot R_1 \Rightarrow P_Λ = 160W$

β) $R_{13} = \dfrac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 20Ω$ $\qquad R'_{ολ} = R_{13} + R_2 \Rightarrow R_{ολ} = 40Ω$

$I' = \dfrac{V}{R'_{ολ}} \Rightarrow I' = 3A$

$V_{13} = I' \cdot R_{13} \Rightarrow V_{13} = 60V$

$I_1 = \dfrac{V_{13}}{R_1} \Rightarrow I_1 = 1{,}5A$

$P'_Λ = I_1^2 \cdot R_1 \Rightarrow P'_Λ = 90W$

$α(\%) = \dfrac{P'_Λ - P_Λ}{P_Λ} 100\% \Rightarrow α(\%) = \dfrac{90 - 160}{160}\% \Rightarrow α(\%) = -43{,}75\%.$

30. Οι R_1 και R_2 συνδέονται σε σειρά, ώστε $R_{12} = R_1 + R_2 = 6Ω$. Οι R_{12} και R_3 συνδέονται παράλληλα, ώστε $R_{123} = \dfrac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3}$ 3Ω. Οι R_{123} και R_4 συνδέονται σε σειρά ώστε $R_{ολ} = R_{123} + R_4 = 11Ω$.

Είναι: $P_3 = \dfrac{V_3^2}{R_3} \Rightarrow V_3 = 12V,\ I_3 = \dfrac{V_3}{R_3} = 2A$

$V_{12} = 12V,\ I_{12} = \dfrac{V_{12}}{R_{12}} \Rightarrow I_{12} = 2A$

Άρα: $I_4 = I_{12} + I_3 \Rightarrow I_4 = 4A$

Οπότε: $P_4 = I_4^2 \cdot R_4 \Rightarrow P_4 = 128W$.

31. Η αντίσταση των γραμμών μεταφοράς είναι:

$$R = \rho\,\frac{\ell}{s} \Rightarrow R = 1{,}8 \cdot 10^{-8}\,\frac{100 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow R = 180\Omega$$

$$P_{\alpha\pi} = \frac{10}{100}\,P_1 \Rightarrow I^2 \cdot R = \frac{10}{100}\,P_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I^2 \cdot 180 = \frac{10}{100} \cdot 720 \cdot 10^3 \Rightarrow I = 20A$$

$$P_1 = V_1 \cdot I \Rightarrow V_1 = \frac{P_1}{I} \Rightarrow V_1 = 36.000V$$

$$P_2 = V_2 \cdot I \Rightarrow V_2 = \frac{P_2}{I} \Rightarrow V_2 = 32.400V\,.$$

32. Είναι $P_K = 2000W$ και $V_K = 200V$.

Άρα: $P_K = \dfrac{V_K^2}{R} \Rightarrow R = \dfrac{V_K^2}{P_K} \Rightarrow R = 20\Omega$

και $P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = P_K/V_K \Rightarrow I_K = 10A$

Αν συνδεθεί σε δίκτυο τάσης 160V, θα είναι:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P = \frac{160^2}{20} \Rightarrow P = 1280W$$

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{160}{20} \Rightarrow I = 8A\,.$$

33. Είναι $P_K = 1000W$ και $V_K = 100V$.

Άρα: $P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = \dfrac{P_K}{V_K} \Rightarrow I_K = 10A$

Πρέπει: $V_K + I_R = 220 \Rightarrow 100 + V_R = 220 \Rightarrow V_R = 120V$

Είναι: $I_R = 10A$

Άρα: $I_R = \dfrac{V_R}{R} \Rightarrow R = \dfrac{V_R}{I_R} \Rightarrow R = 12\Omega\,.$

34. Είναι: $P_{K(\theta)} = 100W$ και $V_{K(\theta)} = 200V$

Άρα: $I_{K(\theta)} = \dfrac{P_{K(\theta)}}{V_{K(\theta)}} = 0{,}5A$ και $R_\theta = \dfrac{V^2_{K(\theta)}}{R_{K(\theta)}} = 400\Omega$

Είναι: $P_{K(\Lambda)} = 24V$ και $V_{K(\Lambda)} = 12V$

Άρα: $I_{K(\Lambda)} = \dfrac{P_{K(\Lambda)}}{V_{K(\Lambda)}} = 2A$ και $R_\Lambda = \dfrac{V^2_{K(\Lambda)}}{R_{K(\Lambda)}} = 6\Omega$

Για το σύστημα έχουμε:

$P_{o\lambda} = R_\theta + R_\lambda \Rightarrow R_{o\lambda} = 406\Omega$

$I = \dfrac{V}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I = 0{,}49A$

Αφού $I_{K(\Lambda)} > I$, ο λαμπτήρας υπολειτουργεί.

35. α) Για τη συσκευή είναι:

$$P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = \frac{P_K}{V_K} \Rightarrow I_K = 1{,}5A$$

$$P_K = \frac{V_K^2}{R_\Sigma} \Rightarrow R_\Sigma = \frac{V_K^2}{P_K} \Rightarrow R_\Sigma = 40\Omega$$

$$R_{2\Sigma} = \frac{R_2 \cdot R_\Sigma}{R_2 + R_\Sigma} \Rightarrow R_{2\Sigma} = \frac{40 \cdot 40}{40 + 40} \Rightarrow R_{2\Sigma} = 20\Omega$$

$$R_{12\Sigma} = R_1 + R_{2\Sigma} \Rightarrow R_{12\Sigma} = 40 + 20 \Rightarrow R_{12\Sigma} = 60\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{12\Sigma}} \Rightarrow I = \frac{120}{60} \Rightarrow I = 2A$$

$$V_{2\Sigma} = I \cdot R_{2\Sigma} \Rightarrow V_{2\Sigma} = 2 \cdot 20 \Rightarrow V_{2\Sigma} = 40\Omega$$

$$I_\Sigma = \frac{V_{2\Sigma}}{R_\Sigma} \Rightarrow I_\Sigma = \frac{40}{40} \Rightarrow I_\Sigma = 1A.$$

Αφού $V_{2\Sigma} < V_K$ (ή $I_\Sigma < I_K$), η συσκευή δε λειτουργεί κανονικά.

β) Αφού η συσκευή λειτουργεί κανονικά, είναι $V_{2\Sigma} = 60V$ και $I_\Sigma = 1{,}5A$.

Έτσι έχουμε: $I_2 = \dfrac{V_{2\Sigma}}{R_2} \Rightarrow I_2 = \dfrac{60}{40} \Rightarrow I_2 = 1{,}5A.$

Άρα: $I_3 = I_2 + I_\Sigma \Rightarrow I_3 = 3A.$

Επίσης: $V = V_{2\Sigma} + V_3 \Rightarrow 120 = 60 + V_3 \Rightarrow V_3 = 60V.$

Άρα: $I_3 = \dfrac{V_3}{R_3} \Rightarrow R_3 = \dfrac{V_3}{I_3} \Rightarrow R_3 = 20\Omega.$

36. $I_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1 + r} \Rightarrow \mathcal{E} = I_1 (R_1 + r)$ (1)

$I_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_2 + r} \Rightarrow \mathcal{E} = I_2 (R_2 + r)$ (2)

Από (1) και (2) έχουμε: $\mathcal{E} = 10V$ και $r = 1\Omega$.

37. $V_1 = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow V_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1 + r} \cdot R_1$ (1)

$V_2 = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow V_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_2 + r}$ (2)

Από τις (1) και (2) έχουμε: $\mathcal{E} = 30V$ και $r = 2\Omega$.

38. $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R_{ολ}} \Rightarrow I \dfrac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow I = 2A.$

Είναι: $V_c = V_2 = I \cdot R_2 = 2 \cdot 3 = 6V.$

Άρα: $q = C \cdot V_c \Rightarrow q = 4\mu F \cdot 6V \Rightarrow q = 24\mu C.$

39. α) $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R_{ολ}} \Rightarrow I \dfrac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow I = 2A.$

β) $V_{\Pi} = \mathcal{E} - I \cdot r \Rightarrow V_{\Pi} = 10V.$

γ) $P_{\Pi\Pi\Gamma} = \mathcal{E} \cdot I \Rightarrow P_{\Pi\Pi\Gamma} = 24W.$

δ) $P_r = I^2 \cdot r \Rightarrow P_r = 4W.$

ε) $P_{\varepsilon\xi} = V_{\Pi} \cdot I \Rightarrow P_{\varepsilon\xi} = 20W.$

στ) $P_1 = I^2 \cdot R_1 \Rightarrow P_1 = 8W.$

$P_2 = I^2 \cdot R_2 \Rightarrow P_2 = 12W.$

40. Είναι: $\mathcal{E} = 24V.$

Επίσης: $V_{\Pi} = \mathcal{E} - I \cdot r \Rightarrow 20 = 24 - 2 \cdot r \Rightarrow r = 2\Omega.$

41. $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow I = 2A.$

Είναι: $V_{\Gamma} = 0$

$V_A - V_\Gamma = I \cdot R_1 \Rightarrow V_A - 0 = 2 \cdot 17 \Rightarrow V_A = 34V$

$V_\Gamma - V_B = I \cdot R_2 \Rightarrow 0 - V_B = 2 \cdot 8 \Rightarrow V_B = -16V.$

42. $R_1 = \dfrac{R}{4} \Rightarrow R_1 = 4\Omega$

$R_2 = \dfrac{3R}{4} \Rightarrow R_2 = 12\Omega$

$R_{12} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{12} = \dfrac{4 \cdot 12}{4 + 12} \Rightarrow R_{12} = 3\Omega$

$R_{ολ} = R_{12} + r \Rightarrow R_{ολ} = 4\Omega$

$I = \dfrac{\mathcal{E}}{R_{ολ}} \Rightarrow I = 1A$

$V = \mathcal{E} - I \cdot r \Rightarrow V = 3V$

$I_1 = \dfrac{V}{R_1} \Rightarrow I_1 = 0{,}75A$

$I_2 = \dfrac{V}{R_2} \Rightarrow I_2 = 0{,}25A.$

43. α) Όταν ο ανεμιστήρας δε στρέφεται, παρεμβάλλεται στο κύκλωμα ως ωμική αντίσταση. Έτσι, έχουμε:

$I_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{r + R + r'} \Rightarrow r' = 2\Omega.$

β) $P_\theta = I_2^2(R + r + r') \Rightarrow P_\theta = 24W.$

γ) Όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται, έχουμε:

$P_{ΠΗΓ} = \mathcal{E} \cdot I_2 \Rightarrow P_{ΠΗΓ} = 48W$

Είναι: $P_{ΠΗΓ} = P_\theta + P_{MHx} \Rightarrow 48 = 24 + P_{MHx} \Rightarrow P_{MHx} = 24W.$

δ) Η παρεχόμενη ισχύς στον ανεμιστήρα είναι:

$P_{ANEM} = P_{ΠΗΓ} - P_r - P_R \Rightarrow$

$P_{ANEM} = \mathcal{E} \cdot I_2 - I_2^2 \cdot r - I_2^2 \cdot R \Rightarrow$

$P_{ANEM} = 32W$

Άρα, η απόδοση του ανεμιστήρα είναι:

$\alpha(\%) = \dfrac{P_{MHx}}{P_{ANEM}} 100\% \Rightarrow \alpha(\%) = \dfrac{24}{32} 100\% \Rightarrow \alpha(\%) = 75\%.$

44. α) Όταν ο ανεμιστήρας δε στρέφεται, παρεμβάλλεται στο κύκλωμα ως ωμική αντίσταση. Έτσι, έχουμε:

$$V_1 = \mathcal{E} - I \cdot r \Rightarrow I_1 = 4A$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r + r'} \Rightarrow r' = 2\Omega.$$

β) $P_\theta = I_2^2(r + r') \Rightarrow P_\theta = 12W.$

γ) Όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται, έχουμε:

$$V_2 = \mathcal{E} - I_2 \cdot r \Rightarrow I_2 = 2A$$

$$P_{\Pi\Pi\Gamma} = \mathcal{E} \cdot I_2 \Rightarrow P_{\Pi\Pi\Gamma} = 24W$$

Είναι: $P_{\Pi\Pi\Gamma} = P_\theta + P_{MHx} \Rightarrow 24 = 12 + P_{MHx} \Rightarrow P_{MHx} = 12W.$

δ) Η απόδοση του κυκλώματος είναι:

$$\alpha(\%) = \frac{P_{MHx}}{P_{\Pi\Pi\Gamma}} 100\% \Rightarrow \alpha(\%) = \frac{12}{24} 100\% \Rightarrow \alpha(\%) = 50\%.$$

45. Έστω I_1, I_2 και I_3 οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους ΔΑΒ, ΒΓΔ και ΒΔ αντίστοιχα. Εφαρμόζοντας τους κανόνες του Kirchhoff έχουμε:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$

$$\mathcal{E}_1 - I_1 \cdot r_1 - I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 = 0 \quad (2)$$

$$\mathcal{E}_2 - I_2 \cdot r_2 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = 0 \quad (3)$$

Η λύση του συστήματος των (1), (2) και (3) δίνει:

$$I_1 = 1A, I_2 = 0{,}25A \text{ και } I_3 = 0{,}75A$$

Ακόμη έχουμε: $V_A - I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = V_\Gamma \Rightarrow V_{A\Gamma} = I_1R_1 + I_2 \cdot R_2 \Rightarrow$
$V_{A\Gamma} = 4{,}5V.$

46. Έστω I_1, I_2 και I_3 οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος. Εφαρμόζοντας τους κανόνες του Kirchhoff έχουμε:

$$I_1 = 1A, I_2 = 1A, I_3 = 2A \text{ και } V_{AB} = 12V.$$

47. Υπάρχουν στις απαντήσεις του βιβλίου.

Με απόφαση της Ελληνικής Κυβέρνησης τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου και του Λυκείου τυπώνονται από τον Οργανισμό Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν βιβλιόσημο προς απόδειξη της γνησιότητάς τους. Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δε φέρει βιβλιόσημο θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του Νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946, 108, Α΄).

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

ΕΚΔΟΣΗ 2011 - ΑΝΤΙΤΥΠΑ : 128.000 ΑΡ. ΣΥΜΒΑΣΗΣ 68/13-7-11
ΕΚΤΥΠΩΣΗ : ΤΖΙΑΦΑΛΙΑ ΕΥΘΥΜΙΑ - ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ : Α. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ & ΣΙΑ Ε.Ε.